

## روش ذرات نخبه در بهینه‌سازی گسسته سازه‌ها

رضا سجودی‌زاده<sup>۱\*</sup>، سعید قلی‌زاده<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> استادیار گروه مهندسی عمران، واحد مهاباد، دانشگاه آزاد اسلامی، مهاباد  
<sup>۲</sup> استاد گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ارومیه

دریافت: ۱۳۹۸/۲/۳۱، پذیرش: ۱۳۹۸/۸/۱۲، نشر آنلاین: ۱۳۹۸/۸/۱۲

### چکیده

یکی از معیارهای بهبود و ارتقا روش‌های بهینه‌سازی تلاش در کاهش تعداد محاسبات تابع هدف می‌باشد. تحقیقات زیادی از جمله مطالعات Gholizadeh (۲۰۱۸) در این راستا می‌باشد. در این مقاله برای افزایش سرعت همگرایی روش‌های فراکاوشی، ایده هدایت‌گری گروه نخبه جمعیت، در کنار استفاده از راهنمایی یک ذره برتر، به‌عنوان یک شیوه نوین معرفی می‌شود. هرچند که این ایده می‌تواند در کلیه روش‌های بهینه‌سازی فراکاوشی مبتنی بر جمعیت استفاده گردد. برای نشان دادن میزان کارایی روش ذرات نخبه، بر روی یکی از روش‌های بنیادین فراکاوشی به‌نام روش بهینه‌سازی توده ذرات، ارائه‌شده توسط Eberhart (۱۹۹۵) اعمال شده و عملکرد آن را بهبود بخشیده است. روش اصلاح‌شده توده ذرات بر مبنای جایگزین نمودن ذرات ضعیف جمعیت با تعدادی نمونه که مشابه بهترین ذره جمعیت ساخته می‌شوند، می‌تواند با تعداد تکرار کمتر، همگرایی مناسبی به پاسخ نهایی داشته باشد. در این تحقیق، برای نشان دادن کارایی الگوریتم پیشنهاد شده، چهار مسئله محک بهینه‌سازی سازه‌های خرپایی دو و سه‌بعدی ارائه شده‌اند و نتایج روش اصلاح‌شده توده ذرات با نتایج تعدادی از الگوریتم‌های پیشین مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج نشان‌دهنده برتری الگوریتم پیشنهادی نسبت به سایر الگوریتم‌ها می‌باشد.

**کلیدواژه‌ها:** بهینه‌سازی، فراکاوشی، گسسته، ذرات نخبه، توده ذرات.

### ۱- مقدمه

مزیت اصلی روش‌های فراکاوشی در دو عامل کارایی و فراگیر بودن آن‌ها نهفته است. در سال‌های اخیر روش‌های فراکاوشی به‌عنوان روش‌های جستجوی جامع مطرح شده‌اند که باید از عهده حل مسئله‌های بسیار پیچیده بهینه‌سازی برآیند. بسیاری از الگوریتم‌های فراکاوشی مبتنی بر رفتار طبیعی موجودات بنا نهاده شده است. عمدتاً الگوریتم‌های فراکاوشی شامل گروهی از اجزای جستجوگر می‌باشند که به شکل کاملاً تصادفی و بر مبنای برخی قوانین مبتنی بر طبیعت فضای طراحی را جستجو می‌کنند. برای مثال مطالعات Holland (۱۹۷۷) در مورد الگوریتم ژنتیک (GA)<sup>۱</sup>، تحقیقات Simon (۲۰۰۸) در زمینه بهینه‌سازی مبتنی بر جغرافیای زیستی (BBO)<sup>۲</sup> و پژوهش‌های Storn (۱۹۹۷) در

براساس مطالعات بسیاری (Kaveh و همکاران، ۲۰۰۹؛ Gholizadeh، ۲۰۱۳؛ He و Zhu، ۲۰۱۸) هزینه مصالح و دیدگاه اقتصادی یک عامل مهم در اجرای سازه شده و از منظر طراحی نیز سازه‌ای با حداقل وزن، سازه مطلوبی محسوب می‌شود. به‌منظور یافتن ارائه چنین طرح‌هایی روش‌های بهینه‌سازی سازه به‌طور فراگیر استفاده می‌گردد. در دهه گذشته روش‌های بهینه‌سازی بسیاری ابداع شده و به‌طور موفقیت‌آمیزی در گستره وسیعی از مسئله‌های بهینه‌سازی سازه از جمله بهینه‌سازی اندازه، شکل و توپولوژی استفاده شده‌اند.

امروزه روش‌های بهینه‌سازی فراکاوشی یکی از شیوه‌های بسیار کاربردی در حل گستره وسیعی از مسائل بهینه‌سازی شناخته می‌شوند. ایده اصلی در ورای روش‌های فراکاوشی، حل مسئله‌های پیچیده بهینه‌سازی است که در اغلب موارد روش‌های مبتنی بر مشتق برای یافتن پاسخ آن‌ها کارایی لازم را ندارند.

روش اصلاح شده دسته ذرات (MPSO)<sup>۱۳</sup> بر مبنای جایگزین نمودن ذرات ضعیف جمعیت با تعدادی نمونه که مشابه بهترین ذره جمعیت ساخته می شوند، می تواند با تعداد تکرار کمتر، همگرایی مناسب به پاسخ نهایی داشته باشد. در روش ارائه شده، جهش نیز به عنوان یک ابزار گریز از بهینه های موضعی مورد استفاده قرار گرفته است.

## ۲- مسئله بهینه سازی خرپا

برای مسئله بهینه سازی خرپا تابع هدف میزان وزن سازه بوده و گاهی برخی محدودیت ها برای جابه جایی های گره ها و تنش اعضا به عنوان قیود طراحی اعمال می شود. رابطه بندی مسئله بهینه سازی خرپا به شکل زیر است:

$$\text{Minimize } W = \sum_{i=1}^n \gamma_i L_i X_i \quad (1)$$

Subject to :

$$g_j^d = \frac{d_j}{\bar{d}_j} - 1 < 0, j = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$g_k^s = \frac{\sigma_k}{\bar{\sigma}_k} - 1 < 0, k = 1, 2, \dots, n$$

$$X_i^L \leq X_i \leq X_i^U \quad (3)$$

در این رابطه  $W$  وزن سازه  $\gamma_i$  و  $L_i$  و  $X_i$  به ترتیب نمایانگر وزن مخصوص، طول و سطح مقطع عضو شماره  $i$  می باشد. قیود جابه جایی و تنش با نماد  $g_j^d$  و  $g_k^s$  نشان داده شده اند و  $\bar{d}_j$  جابه جایی گره شماره  $j$  و  $\sigma_k$  تنش عضو شماره  $k$ ،  $\bar{\sigma}_k$  مقدار مجاز جابه جایی گره شماره  $j$  و  $\bar{\sigma}_k$  مقدار تنش مجاز عضو شماره  $k$  را نشان می دهد.  $n$  و  $m$  به ترتیب نمایانگر تعداد اعضا و گره های سازه است. در این فرایند از تابع پنالتی خارجی جهت اعمال بر روی قیود مسئله بهینه سازی مقید استفاده می گردد.

$$\varphi = W \times \left[ 1 + r_p \sum_{j=1}^m (\max\{0, g_j^d\})^2 + r_p \sum_{k=1}^n (\max\{0, g_k^s\})^2 \right] \quad (4)$$

در این رابطه  $\varphi$  تابع شبه هدف و  $r_p$  پارامتر جریمه است.

راستای بهینه سازی مبتنی بر تغییرات جزئی (DE)<sup>۱</sup>، بر اساس قانون بقای اصلح داروین می باشد.

همچنین مطالعات Rashedi (۲۰۰۹) در زمینه الگوریتم جستجوی گرانشی (GSA)<sup>۲</sup>، تحقیقات Kaveh و همکاران، (۲۰۱۴) در مورد بهینه سازی اجسام متضاد (CBO)<sup>۳</sup>، پژوهش Mirjalili (۲۰۱۶) در راستای الگوریتم سینوس کسینوس (SCA)<sup>۴</sup>، بررسی های Kaveh و همکاران (۲۰۱۰) در مورد الگوریتم ذرات باردار (CSS)<sup>۵</sup>، تحقیقات Gholizadeh (۲۰۱۸) بر اساس بهینه سازی مرکز جرم (CMO)<sup>۶</sup> بر مبنای قوانین فیزیک شکل گرفته اند.

الگوریتم بهینه سازی دسته ذرات (PSO)<sup>۷</sup> ارائه شده توسط Eberhart (۱۹۹۵) و الگوریتم کلونی مورچگان (ACO)<sup>۸</sup> معرفی شده توسط Dorigo (۲۰۱۰) بر مبنای هوش جمعی توده ذرات بنا نهاده شده اند. ملاحظه می شود که تحقیقات در مورد بهینه سازی سازه های خرپایی بسیار متداول بوده و در خلال دهه گذشته الگوریتم های متنوعی برای حل این مسئله ها ابداع شده اند. تعداد قابل توجهی از روش های فراکاوشی به منظور بهینه سازی خرپا با متغیرهای گسسته ارائه شده اند که از جمله آن ها می توان به مطالعه Kaveh و همکاران (۲۰۰۹) در مورد بهینه سازی فراکاوشی گسسته توده ذرات کلونی مورچگان، تحقیقات Gholizadeh و همکاران (۲۰۱۶) در مورد الگوریتم بهبود یافته جهت یابی دلفین (IDEA)<sup>۹</sup>، پژوهش های Sadollah (۲۰۱۵) در زمینه الگوریتم بهبود یافته انفجار مین (IMBA)<sup>۱۰</sup>، مطالعات Ho-Huu (۲۰۱۶) در مورد ارائه روش تغییر تدریجی برترین سازگار (AEDE)<sup>۱۱</sup> و تحقیقات Gholizadeh (۲۰۱۸) در راستای ارائه الگوریتم بهبود یافته آتش بازی (IFWA)<sup>۱۲</sup> اشاره کرد.

در این روش ها فرمول بندی مسئله به نحوی است که حرکت تمام جمعیت با راهنمایی یک ذره برتر تا رسیدن به پاسخ نهایی صورت می گیرد. در مقاله حاضر برای افزایش سرعت همگرایی روش های فراکاوشی، به جای بهره مندی از راهنمایی یک ذره برتر جمعیت، ایده هدایت گری گروه نخبه جمعیت، به عنوان یک شیوه نوین معرفی می شود. برای نشان دادن کارایی این راهکار، یکی از روش های بنیادین فراکاوشی که به نام روش بهینه سازی توده ذرات (PSO) ملاک عمل قرار می گیرد. روش PSO از روش های فراکاوشی مبتنی بر جمعیت است که با بهره گیری از دو ذره برتر، فضای هدف را مورد جستجو قرار می دهد. هر چند کارایی خوب آن برای مسئله های بهینه سازی مرجع نشان داده شده است اما بهبود عملکرد این روش همواره مورد توجه محققین بوده است.

8. Ant Colony Optimization
9. Improved Dolphin Echolocation Algorithm
10. Improved Mine Blast Algorithms
11. Adaptive Elitist Differential Evolution
12. Improved Fireworks Algorithm
13. Modified Particle Swarm Optimization

1. Differential Evolution
2. Gravitational Search Algorithm
3. Colliding Bodies Optimization
4. Sine Cosine Algorithm
5. Charged System Search
6. Center of Mass Optimization
7. Particle Swarm Optimization

### ۳- روش بهینه‌سازی دسته ذرات

به‌طور کلی تمام الگوریتم‌های فراکاوشی فضای طرح را با استفاده از تعدادی ذره و براساس برخی قوانین مشخص، جستجو می‌کنند. این قوانین نقش مهمی در اجرای الگوریتم فراکاوشی بازی می‌کنند. در الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات PSO، معادلات زیر جهت یافتن موقعیت ذرات جمعیت جستجوگر در هر لحظه به کار می‌روند:

$$X_i^t = X_i^{t-1} + V_i^t \quad (5)$$

$$V_i^t = \theta V_i^{t-1} + C_1 r_1 [P_i^{best} - X_i^{t-1}] + C_2 r_2 [G_i^{best} - X_i^{t-1}] \quad (6)$$

$$\theta = \theta_{max} - \left( \frac{\theta_{max} - \theta_{main}}{t_{max}} \right) \times t \quad (7)$$

در این روابط  $X_i^t$  متغیر طراحی شماره  $i$  در تکرار  $t$  می‌باشد.  $G_i^{best}$  متغیر طراحی متناظر با بهترین پاسخ در کل تکرارها و  $P_i^{best}$  متغیر طراحی متناظر با بهترین پاسخ در تکرار  $t$  است،  $C_1$ ،  $C_2$  مقدار ثابتی است که در این مطالعه برابر ۲ فرض شده‌اند.  $t_{max}$  بیانگر حداکثر تعداد تکرار مشخص شده برای تحلیل است.  $r_1$  و  $r_2$  اعداد تصادفی هستند که در فاصله  $[0, 1]$  انتخاب خواهند شد.  $\theta$  ضریبی است که با مقادیر بزرگ آن جستجوی کلی و با مقادیر کوچک‌تر آن جستجوهای موضعی تقویت می‌شود. در این مطالعه  $\theta_{max} = 0.9$  و  $\theta_{main} = 0.4$  ملاک عمل بوده است.

### ۴- به‌کارگیری ذرات نخبه در روش بهینه‌سازی توده ذرات

به‌منظور بهبود بخشیدن به عملکرد روش بهینه‌سازی دسته ذرات PSO در ارتباط با مسئله‌های بهینه‌سازی گسسته سازه‌های خرابایی دو نکته محاسباتی به فرایند جستجو اضافه شده و الگوریتم به‌دست‌آمده، روش بهبودیافته توده ذرات (MPSO) نامیده شده است. این دو نکته محاسباتی شامل بازتولید و جهش می‌باشد که می‌توانند به هر روش بهینه‌سازی فراکاوشی مبتنی بر جمعیت اعمال گردند، در ادامه توضیح داده می‌شوند.

#### ۴-۱- بازتولید

در هر تکرار از فرایند بهینه‌سازی جمعیت متشکل از  $np$  ذره براساس مقدار تابع هدف به‌صورت نزولی نظیر رابطه (۸) مرتب می‌شوند.

$$\text{sort}(X^t) = [X_1^t \ X_2^t \ \dots \ X_k^t \ \dots \ X_{np}^t] \quad (8)$$

در این رابطه ( $X^t$ ) بیانگر جمعیت مرتب‌شده ذرات است و فرض می‌شود که ذرات  $X_k^t$  تا  $X_{np}^t$  به تعداد ۲۰ درصد جمعیت دارای

بدترین پاسخ‌ها در مرحله شماره  $t$  بوده‌اند که در این روش، جمعیت ضعیف نامیده می‌شوند. جمعیت ضعیف در هر تکرار از ادامه جستجو کنار گذاشته شده و به‌جای آن‌ها به همان تعداد از بهترین ذره جمعیت تا آن تکرار  $X^* = [X_1^*, X_2^*, \dots, X_j^*, X_n^*]^T$  قرار می‌گیرد. در ذرات جانشین، همگی به‌جز آخرین ذره در مرحله دوم بازتولید، شاهد تغییر یکی از مؤلفه‌های خود که به‌طور تصادفی انتخاب می‌گردد، خواهند بود.

$$X_l^k \rightarrow [X_1^*, X_2^*, \dots, X_j^*, X_n^*]^T \quad (9)$$

$$l = k, \dots, np - 1$$

$$X_j^* = \text{round} \left( X_j^l + r \times (X_j^U - X_j^l) \right) \quad (10)$$

$$j \in [1, 2, \dots, n]$$

در این رابطه  $X_j^l$  و  $X_j^U$  حد بالا و پایین متغیر طراحی شماره  $j$  بوده و  $r$  عدد تصادفی در فاصله  $[0, 1]$  می‌باشد. در نهایت کلیه متغیرهای بازتولید شده برای ذرات  $X_k^t$  تا  $X_{np-1}^t$  در آخرین ذره یعنی  $X_{np}^t$  قرار می‌گیرند. این فرایند که در واقع ساختن یک ذره مشابه با بهترین ذره می‌باشد، احتمال یافتن پاسخ بهتر را افزایش می‌دهد.

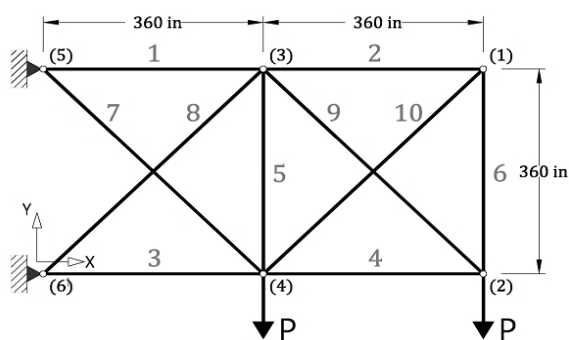
#### ۴-۲- جهش

در فرآیند بهینه‌سازی با روش ذرات نخبه، با به‌کارگیری جهش از احتمال به دام افتادن ذرات جستجوگر در حداقل‌های موضعی کاسته می‌شود. در این روش نرخ جهش  $0.05$  در نظر گرفته می‌شود.

برای هر ذره از جمعیت تحت مطالعه ( $X_i, i=1, 2, \dots, np$ ) یک عدد تصادفی در محدوده  $[0, 1]$  در هر تکرار اختیار می‌شود. اگر برای ذره شماره  $i$ ، عدد انتخابی کم‌تر از  $0.05$  باشد  $X_i$  در فضای جستجو به‌صورت زیر بازتولید می‌شود:

$$X_i^{t+1} = \text{round} \left[ X_i^t + \left( \frac{t}{t_{max}} \right) \times R \times (X_{best}^t - X_i^t) \right] \quad (11)$$

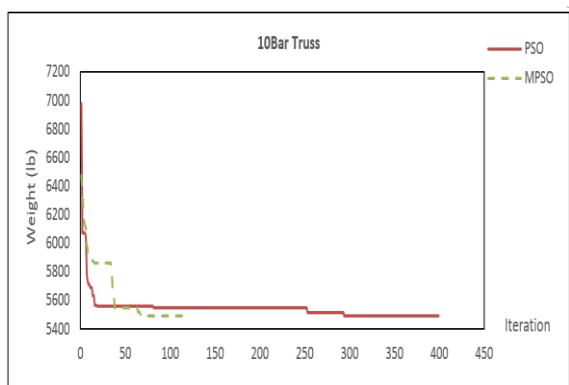
در این رابطه  $t$  شماره تکرار و  $R_t$  بردار تشکیل‌شده از اعداد تصادفی در فاصله  $[0, 1]$  بوده و  $X_{best}^t$  بهترین ذره جمعیت حاضر و  $X_i^t$  ذره‌ای است که به شکل تصادفی از بین جمعیت حاضر انتخاب شده است. فلوجارت اعمال روش ذرات نخبه در الگوریتم PSO در شکل (۱) مشاهده می‌گردد. الگوریتم به‌دست‌آمده روش بهینه‌سازی توده ذرات ترمیم‌یافته MPSO نامیده شده است.



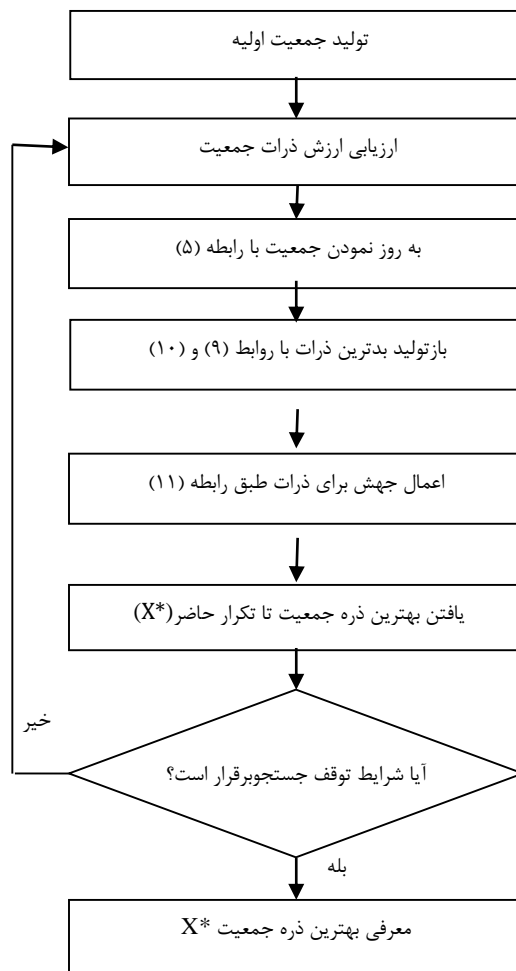
شکل ۲- خرپای ۱۰ عضوی

جدول ۱- سطح مقطع اعضای خرپا

ردیف	سطح مقطع	ردیف	سطح مقطع	ردیف	سطح مقطع
۱	۱/۶۲	۱۵	۳/۶۳	۲۹	۱۱/۵۰
۲	۱/۸۰	۱۶	۳/۸۴	۳۰	۱۳/۵۰
۳	۱/۹۹	۱۷	۳/۸۷	۳۱	۱۳/۹۰
۴	۲/۱۳	۱۸	۳/۸۸	۳۲	۱۴/۲۰
۵	۲/۳۸	۱۹	۴/۱۸	۳۳	۱۵/۵۰
۶	۲/۶۲	۲۰	۴/۲۲	۳۴	۱۶/۰
۷	۲/۶۳	۲۱	۴/۴۹	۳۵	۱۶/۹۰
۸	۲/۸۸	۲۲	۴/۵۹	۳۶	۱۸/۸۰
۹	۲/۹۳	۲۳	۴/۸۰	۳۷	۱۹/۹۰
۱۰	۳/۰۹	۲۴	۴/۹۷	۳۸	۲۲/۰۰
۱۱	۳/۱۳	۲۵	۵/۱۲	۳۹	۲۲/۹۰
۱۲	۳/۳۸	۲۶	۵/۷۴	۴۰	۲۶/۵۰
۱۳	۳/۴۷	۲۷	۷/۲۲	۴۱	۳۰/۰۰
۱۴	۳/۵۵	۲۸	۷/۹۷	۴۲	۳۳/۵۰



شکل ۳- روند همگرایی خرپای ۱۰ میله‌ای



شکل ۱- فلوجارت روش MPSO

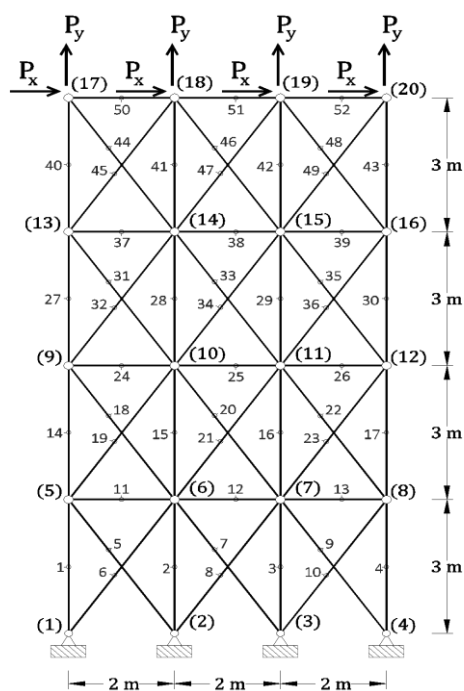
### ۵- مسئله اول، خرپای مسطح ۱۰ میله‌ای

سازه خرپایی ۱۰ میله‌ای طبق شکل (۲) یکی از متداول‌ترین مثال‌های بهینه‌سازی محسوب می‌شود. نیروی منفرد در گره‌های ۲ و ۴ در خلاف جهت محور  $Y$  به اندازه ۱۰۵ پوند اعمال می‌شود. ضریب یانگ<sup>۱</sup> مصالح ۱۰۴ ksi و وزن مخصوص مصالح  $0.11 \text{ lb/in}^3$  فرض می‌گردد. تنش مجاز کششی و فشاری برای تمام اعضا ۲۵ ksi و حداکثر جابه‌جایی مجاز گره‌ها در صفحه  $xy$  برابر ۲ in. تعیین شده است. سطح مقطع اعضا  $A_1$  تا  $A_{10}$  که به‌عنوان متغیرهای طراحی فرض شده‌اند از جدول (۱) انتخاب خواهند شد. در فرآیند بهینه‌سازی ۵۰ ذره انتخاب شده و حداکثر تا ۵۰۰ تکرار، تحلیل صورت گرفته است. نتایج حاصل از بهینه‌سازی با روش‌های PSO و MPSO با نتایج به‌دست‌آمده از روش HPSO طبق مطالعات Cheng (۲۰۱۶) و LiLi (۲۰۱۶) و روش HSS طبق مطالعات Cheng (۲۰۱۶) و همچنین روش AEDE طبق تحقیقات Ho-Huu (۲۰۱۶) در جدول (۲) قابل مقایسه می‌باشد. منحنی روند همگرایی دو روش PSO و MPSO در شکل (۳) قابل مشاهده است.

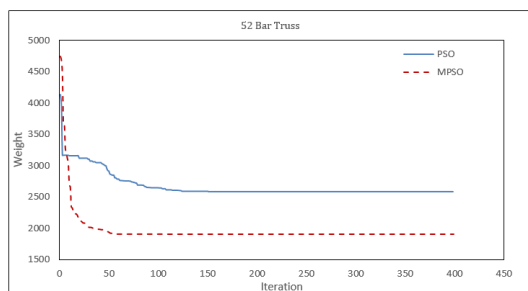
1. Young's modulus

جدول ۲- نتیجه بهینه‌سازی خرپای ۱۰ عضوی

متغیرهای طراحی	HPSO	HHS	AEDE	PSO	MPSO
A <sub>1</sub>	۳۰/۰	۳۳/۵	۳۳/۵	۳۳/۵	۳۳/۵
A <sub>2</sub>	۱/۶۲	۱/۶۲	۱/۶۲	۱/۶۲	۱/۶۲
A <sub>3</sub>	۲۲/۹	۲۲/۹	۲۲/۹	۲۲/۹	۲۲/۹
A <sub>4</sub>	۱۳/۵	۱۴/۲	۱۴/۲	۱۴/۲	۱۴/۲
A <sub>5</sub>	۱/۶۲	۱/۶۲	۱/۶۲	۱/۶۲	۱/۶۲
A <sub>6</sub>	۱/۶۲	۱/۶۲	۱/۶۲	۱/۶۲	۱/۶۲
A <sub>7</sub>	۷/۹۷	۷/۹۷	۷/۹۷	۷/۹۷	۷/۹۷
A <sub>8</sub>	۲۶/۵	۲۲/۹	۲۲/۹	۲۲/۹	۲۲/۹
A <sub>9</sub>	۲۲/۰	۲۲/۰	۲۲/۰	۲۲/۰	۲۲/۰
A <sub>10</sub>	۱/۸۰	۱/۶۲	۱/۶۲	۱/۶۲	۱/۶۲
Best (lb)	۵۵۳۱/۹۸	۵۴۹۰/۷۴	۵۴۹۰/۷۴	۵۴۹۰/۷۴	۵۴۹۰/۷۴
Average (lb)	N/A	۵۴۹۳/۴۹	۵۵۰۲/۶۲	۵۵۵۲/۹۳	۵۴۹۰/۹۱
SD (lb)	N/A	۱۰/۴۶	۲۰/۷۸	۳۷/۷۸	۰/۰۰
Analyses	۵۰۰۰۰	۵۰۰۰	۲۵۵۰	۵۰۰۰	۲۸۸۰



شکل ۴- خرپای ۵۲ عضوی



شکل ۵- روند همگرایی خرپای ۵۲ میله‌ای

## ۶- مسئله دوم خرپای مسطح ۵۲ عضوی

یک مثال مرجع و متداول دیگر، خرپای ۵۲ عضوی شکل (۴) می‌باشد. در بارگذاری این خرپا طبق شکل مقدار  $P_x=100\text{kN}$  و  $P_y=200\text{kN}$  بوده و ضریب ارتجاعی مصالح  $207\text{GPa}$  و وزن مخصوص  $7860\text{ kg/m}^3$  و مقدار تنش مجاز کششی و فشاری مصالح  $180\text{ MPa}$  فرض شده است. گروه‌بندی دوازده گانه این اعضا به صورت زیر است:

(1) A1-A4, (2) A5-A10, (3) A11-A13, (4) A14-A17, (5) A18-A23, (6) A24-A26, (7) A27-A30, (8) A31-A36, (9) A37-A39, (10) A40-A43, (11) A44-A49, (12) A50-A52

سطح مقطع این اعضا طی فرآیند بهینه‌سازی از جدول (۳) انتخاب خواهد شد. در این مسئله از تعداد ۵۰ ذره برای تشکیل جمعیت استفاده شده و حداکثر ۵۰۰ تکرار برای حل فرض شده است. جدول (۴) نتایج بهینه‌سازی حاصل از مطالعه حاضر را با روش‌های HPSO طبق مطالعات LiLi (۲۰۱۶) و IMBA و مطالعات Ho-Huu و Sadollah (۲۰۱۵) و AEDE طبق مطالعات Ho-Huu (۲۰۱۶) مقایسه می‌کند. شکل (۵) روند همگرایی روش‌های PSO و MPSO را در کنار هم نشان می‌دهد.

جدول ۳- سطح مقطع اعضای خرپا

ردیف	mm <sup>2</sup>	in <sup>2</sup>	ردیف	mm <sup>2</sup>	in <sup>2</sup>	ردیف	mm <sup>2</sup>	in <sup>2</sup>	ردیف	mm <sup>2</sup>	in <sup>2</sup>
۱	۷۱۶۱۳	۰/۱۱۱	۱۷	۱۰۰۸/۳۸۵	۱/۵۶	۳۳	۲۴۷۷/۴۱۴	۳/۸۴	۴۹	۷۴۱۹/۳۴۰	۱۱/۵
۲	۹۰/۹۶۸	۰/۱۴۱	۱۸	۱۰۴۵/۱۵۹	۱/۶۲	۳۴	۲۴۹۶/۷۶۹	۳/۸۷	۵۰	۸۷۰۹/۶۶۰	۱۳/۵
۳	۱۲۶/۴۵۱	۰/۱۹۶	۱۹	۱۱۶۱/۲۸۸	۱/۸۰	۳۵	۲۵۰۳/۲۲۱	۳/۸۸	۵۱	۸۹۶۷/۷۲۴	۱۳/۹
۴	۱۶۱/۲۹۰	۰/۲۵۰	۲۰	۱۲۸۳/۸۶۸	۱/۹۹	۳۶	۲۶۹۶/۷۶۹	۴/۱۸	۵۲	۹۱۶۱/۲۷۲	۱۴/۲
۵	۱۹۸/۰۶۴	۰/۳۰۷	۲۱	۱۳۷۴/۱۹۱	۲/۱۳	۳۷	۲۷۲۲/۵۷۵	۴/۲۲	۵۳	۹۹۹۹/۹۸۰	۱۵/۵
۶	۲۵۲/۲۵۸	۰/۳۹۱	۲۲	۱۵۳۵/۴۸۱	۲/۳۸	۳۸	۲۸۹۶/۷۶۸	۴/۴۹	۵۴	۱۰۳۲۲/۵۶۰	۱۶/۰
۷	۲۸۵/۱۶۱	۰/۴۴۲	۲۳	۱۶۹۰/۳۱۹	۲/۶۲	۳۹	۲۹۶۱/۲۸۴	۴/۵۹	۵۵	۱۰۹۰۳/۲۰۴	۱۶/۹
۸	۳۶۳/۲۲۵	۰/۵۶۳	۲۴	۱۶۹۶/۷۷۱	۲/۶۳	۴۰	۳۰۹۶/۷۶۸	۴/۸۰	۵۶	۱۲۱۲۹/۰۰۸	۱۸/۸
۹	۳۸۸/۳۸۶	۰/۶۰۲	۲۵	۱۸۵۸/۰۶۱	۲/۸۸	۴۱	۳۲۰۶/۴۴۵	۴/۹۷	۵۷	۱۲۸۳۸/۶۸۴	۱۹/۹
۱۰	۴۹۴/۱۹۳	۰/۷۶۶	۲۶	۱۸۹۰/۳۱۹	۲/۹۳	۴۲	۳۳۰۳/۲۱۹	۵/۱۲	۵۸	۱۴۱۹۳/۵۲۰	۲۲/۰
۱۱	۵۰۶/۴۵۱	۰/۷۸۵	۲۷	۱۹۹۳/۵۴۴	۳/۰۹	۴۳	۳۷۰۳/۲۱۸	۵/۷۴	۵۹	۱۴۷۷۴/۱۶۴	۲۲/۹
۱۲	۶۴۱/۲۸۹	۰/۹۹۴	۲۸	۲۰۱۹/۳۵۱	۳/۱۳	۴۴	۴۶۵۸/۰۵۵	۷/۲۲	۶۰	۱۵۸۰۶/۴۲۰	۲۴/۵
۱۳	۶۴۵/۱۶۰	۱/۰	۲۹	۲۱۸۰/۶۴۱	۳/۳۸	۴۵	۵۱۴۱/۹۲۵	۷/۹۷	۶۱	۱۷۰۹۶/۷۴۰	۲۶/۵
۱۴	۷۹۲/۲۵۶	۱/۲۲۸	۳۰	۲۲۳۸/۷۰۵	۳/۴۷	۴۶	۵۵۰۳/۲۱۵	۸/۵۳	۶۲	۱۸۰۶۴/۴۸۰	۲۸/۰
۱۵	۸۱۶/۷۷۳	۱/۲۶۶	۳۱	۲۲۹۰/۳۱۸	۳/۵۵	۴۷	۵۹۹۹/۹۸۸	۹/۳۰	۶۳	۱۹۳۵۴/۸۰۰	۳۰/۰
۱۶	۹۳۹/۹۹۸	۱/۴۵۷	۳۲	۲۳۴۱/۹۳۱	۳/۶۳	۴۸	۶۹۹۹/۹۸۶	۱۰/۸۵	۶۴	۲۱۶۱۲/۸۶۰	۳۳/۵

جدول ۴- نتایج بهینه سازی خرپای ۵۲ عضوی

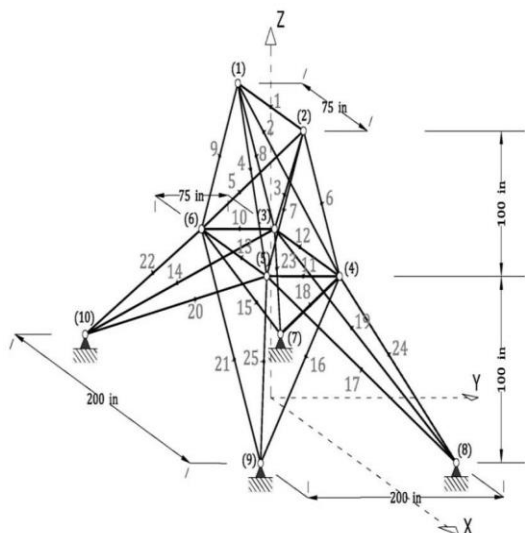
MPSO	PSO	AEDE	IMBA	HPSO	متغیرهای طراحی
۴۶۵۸/۰۵۵	۴۶۵۸/۰۵۵	۴۶۵۸/۰۵۵	۴۶۵۸/۰۵۵	۴۶۵۸/۰۵۵	A <sub>1</sub> -A <sub>4</sub>
۱۱۶۱/۲۸۸	۱۱۶۱/۲۸۸	۱۱۶۱/۲۸۸	۱۱۶۱/۲۸۸	۱۱۶۱/۲۸۸	A <sub>5</sub> -A <sub>10</sub>
۴۹۴/۱۹۳	۳۶۳/۲۲۵	۴۹۴/۱۹۳	۴۹۴/۱۹۳	۳۶۳/۲۲۵	A <sub>11</sub> -A <sub>13</sub>
۳۳۰۳/۲۱۹	۳۳۰۳/۲۱۹	۳۳۰۳/۲۱۹	۳۳۰۳/۲۱۹	۳۳۰۳/۲۱۹	A <sub>14</sub> -A <sub>17</sub>
۹۳۹/۹۹۸	۱۰۴۵/۱۵۹	۹۳۹/۹۹۸	۹۳۹/۹۹۸	۹۳۹/۹۹۸	A <sub>18</sub> -A <sub>23</sub>
۴۹۴/۱۹۳	۵۰۶/۴۵۱	۴۹۴/۱۹۳	۴۹۴/۱۹۳	۴۹۴/۱۹۳	A <sub>24</sub> -A <sub>26</sub>
۲۲۳۸/۷۰۵	۲۲۳۸/۷۰۵	۲۲۳۸/۷۰۵	۲۲۳۸/۷۰۵	۲۲۳۸/۷۰۵	A <sub>27</sub> -A <sub>30</sub>
۱۰۰۸/۳۸۵	۱۰۰۸/۳۸۵	۱۰۰۸/۳۸۵	۱۰۰۸/۳۸۵	۱۰۰۸/۳۸۵	A <sub>31</sub> -A <sub>36</sub>
۴۹۴/۱۹۳	۶۴۱/۲۸۹	۴۹۴/۱۹۳	۴۹۴/۱۹۳	۳۸۸/۳۸۶	A <sub>37</sub> -A <sub>39</sub>
۱۲۸۳/۸۶۸	۱۶۹۰/۳۱۹	۱۲۸۳/۸۶۸	۱۲۸۳/۸۶۸	۱۲۸۳/۸۶۸	A <sub>40</sub> -A <sub>43</sub>
۱۱۶۱/۲۸۸	۱۰۴۵/۱۵۹	۱۱۶۱/۲۸۸	۱۱۶۱/۲۸۸	۱۱۶۱/۲۸۸	A <sub>44</sub> -A <sub>49</sub>
۴۹۴/۱۹۳	۶۴۵/۱۶۰	۴۹۴/۱۹۳	۴۹۴/۱۹۳	۷۹۲/۲۵۶	A <sub>50</sub> -A <sub>52</sub>
۱۹۰۲/۶۰۵	۱۹۴۷/۵۳۵	۱۹۰۲/۶۰۵	۱۹۰۲/۶۰۵	۱۹۰۵/۴۹	Best (kg)
۱۹۰۳/۰۷	۱۹۵۸/۵۶۴	۱۹۰۶/۷۳۵	۱۹۰۳/۰۷۶	-	Average (kg)
۱/۳۲۶	۹/۳۷	۶/۶۷۹	۱/۱۳	-	SD (kg)
۱۰۰۰۰	۱۰۰۰۰	۳۴۰۲	۴۷۵۰	۱۰۰۰۰۰	Analyses

## ۷- مسئله سوم خرپای سه بعدی ۲۵ میله‌ای

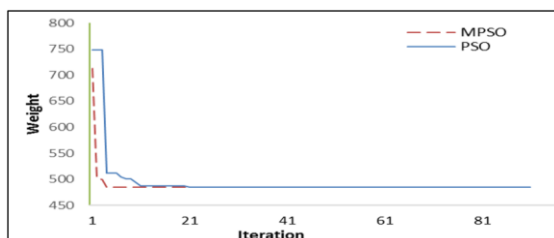
خرپای سه بعدی ۲۵ عضوی شکل (۶)، یکی از رایج ترین مثال‌های طراحی در مقالات بهینه سازی محسوب می شود. وزن مخصوص مصالح  $0.11b/in^3$  و ضریب ارتجاعی آن  $10.4ksi$  فرض شده است. ۲۵ عضو آن به ۸ گروه طبقه بندی می شوند:

گروه اول: میله شماره ۱، گروه دوم: میله‌های شماره ۲ تا ۵، گروه سوم: میله‌های شماره ۶ تا ۹، گروه چهارم: میله‌های ۱۰ و ۱۱، گروه پنجم: میله‌های ۱۲ و ۱۳، گروه ششم: میله‌های شماره

۱۴ تا ۱۷، گروه هفتم: میله‌های شماره ۱۸ تا ۲۱، گروه هشتم: میله‌های شماره ۲۲ تا ۲۵ می باشند. تنش مجاز مصالح در حالت کششی و فشاری برابر  $40ksi$  بوده و تمام گره‌ها تحت محدودیت حرکتی حداکثر  $0.35in$  هستند. سطح مقطع اعضا از بین اعضا مجموعه S انتخاب شده و بارگذاری این خرپا طبق جدول (۵) انجام می گیرد.



شکل ۶- خرپای فضایی ۲۵ عضوی



شکل ۷- منحنی روند همگرایی روش های PSO و MPSO

$$S \text{ (in.}^2\text{)} = [0/1, 0/2, 0/3, 0/4, 0/5, 0/6, 0/7, 0/8, 0/9, 1/0, 1/1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9, 2/0, 2/1, 2/2, 2/3, 2/4, 2/6, 2/8, 3/0, 3/2, 3/4]$$

جدول ۵- بارگذاری خرپای فضایی ۲۵ عضوی

گروه	Fz	Fy	Fx
۱	-۱۰/۰	-۱۰/۰	۱/۰
۲	-۱۰/۰	-۱۰/۰	۰/۰
۳	۰/۰	۰/۰	۰/۵
۶	۰/۰	۰/۰	۰/۶

نتایج حاصل از بهینه سازی این خرپا با در نظر گرفتن ۵۰ ذره و حداکثر ۵۰۰ تکرار با نتایج حاصل از روش HPSO طبق مطالعات LiLJ (۲۰۱۶)، روش AEDE طبق مطالعات Ho-Huu (۲۰۱۶) و ECBO طبق مطالعات Togan (۲۰۰۸) در جدول (۶) مقایسه شده است. منحنی روند همگرایی بهینه سازی با روش های PSO و MPSO در شکل (۷) قابل ملاحظه می باشد.

جدول ۶- نتایج بهینه سازی خرپای فضایی ۲۵ عضوی

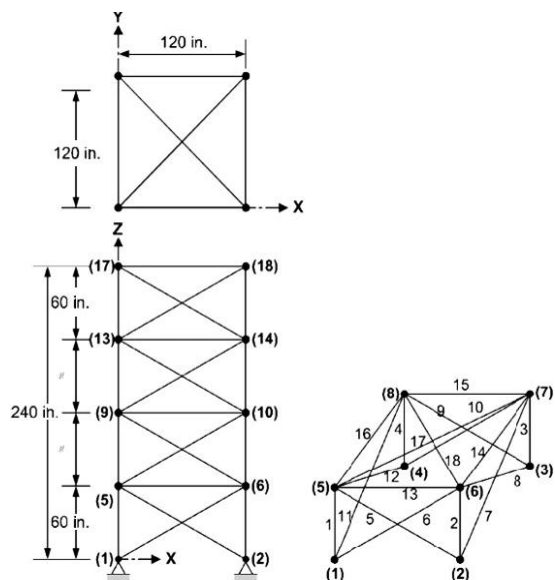
MPSO	PSO	AEDE [18]	ECBO [22]	HPSO [19]	متغیرهای طراحی
۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	A1
۰/۳	۰/۳	۰/۳	۰/۳	۰/۳	A2-A5
۳/۴	۳/۴	۳/۴	۳/۴	۳/۴	A6-A9
۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	A10-A11
۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	۲/۱	A12-A13
۱/۰	۱/۰	۱/۰	۱/۰	۱/۰	A14-A17
۰/۵	۰/۵	۰/۵	۰/۵	۰/۵	A18-A21
۳/۴	۳/۴	۳/۴	۳/۴	۳/۴	A22-A25
۴۸۴/۸۵	۴۸۴/۸۵	۴۸۴/۸۵	۴۸۴/۸۵	۴۸۴/۸۵	Best (lb)
۴۸۴/۹۴	۴۸۶/۱۹	۴۸۵/۰۱	۴۸۵/۸۹	-	Average (lb)
۰/۰۰۰	۱/۱۲	۰/۲۷۳	-	-	SD (lb)
۲۵۰	۲۰۰۰	۱۶۷۸	۷۰۵۰	۲۵۰۰۰	Analyses

در این سازه، ضریب ارتجاعی مصالح ۱۰۴ksi و وزن مخصوص مصالح  $0.1 \text{ lb/in}^3$  فرض می گردد. همچنین در حل این مسئله تنش مجاز کششی و فشاری مصالح ۲۵ksi و جابه جایی مجاز افقی گره های سازه  $0.25 \text{ in}$  اعمال می گردد. دو حالت بارگذاری این سازه طبق جدول (۷) می باشد. در فرآیند بهینه سازی این خرپا تعداد ذرات جمعیت برابر ۵۰ عدد و حداکثر تعداد تکرار

### ۸- مسئله چهارم، خرپای فضایی ۷۲ میله ای

اعضای این خرپای سه بعدی که در شکل (۸) مشاهده می گردد در مجموعه شانزده گانه زیر دسته بندی شده اند:

- (1)  $A_1-A_4$ , (2)  $A_5-A_{12}$ , (3)  $A_{13}-A_{16}$ , (4)  $A_{17}-A_{18}$ , (5)  $A_{19}-A_{22}$ , (6)  $A_{23}-A_{30}$  (7)  $A_{31}-A_{34}$ , (8)  $A_{35}-A_{36}$ , (9)  $A_{37}-A_{40}$ , (10)  $A_{41}-A_{48}$ , (11)  $A_{49}-A_{52}$ , (12)  $A_{53}-A_{54}$ , (13)  $A_{55}-A_{58}$ , (14)  $A_{59}-A_{66}$  (15)  $A_{67}-A_{70}$ , (16)  $A_{71}-A_{72}$ .



شکل ۸- خرپای فضایی ۷۲ میله‌ای

۵۰۰ فرض شده است. نتایج مطالعه حاضر با نتایج حاصل از روش‌های HPSO طبق مطالعات LiLi (۲۰۱۶)، IMBA طبق مطالعات Sadollah (۲۰۱۵) و AEDE طبق مطالعات Ho-Huu (۲۰۱۶) در جدول (۸) مقایسه شده است. همچنین منحنی روند همگرایی روش‌های PSO و MPSO در شکل (۹) مشاهده می‌شود.

جدول ۷- حالات بارگذاری دوگانه خرپای ۷۲ عضوی

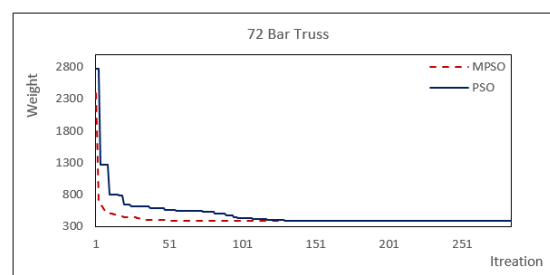
حالت بارگذاری دوم (kips)			حالت بارگذاری اول (kips)			گره
$F_z$	$F_y$	$F_x$	$F_z$	$F_y$	$F_x$	
-۵/۰	۰/۰	۰/۰	-۵/۰	۵/۰	۵/۰	۱۷
-۵/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۱۸
-۵/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۱۹
-۵/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۲۰

جدول ۸- نتایج بهینه‌سازی خرپای فضایی ۷۲ عضوی

MPSO	PSO	AEDE	IMBA	HPSO	متغیرهای طراحی
۱/۹۹	۱/۹۹	۱/۹۹	۱/۹۹	۴/۹۷	$A_1-A_4$
۰/۵۶۳	۰/۵۶۳	۰/۵۶۳	۰/۴۴۲	۱/۲۲۸	$A_5-A_{12}$
۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	$A_{13}-A_{16}$
۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	$A_{17}-A_{18}$
۱/۲۲۸	۱/۲۲۸	۱/۲۲۸	۱/۲۲۸	۲/۸۸	$A_{19}-A_{22}$
۰/۴۴۲	۰/۴۴۲	۰/۴۴۲	۰/۵۶۳	۱/۴۵۷	$A_{23}-A_{30}$
۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۴۱	$A_{31}-A_{34}$
۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	$A_{35}-A_{36}$
۰/۵۶۳	۰/۵۶۳	۰/۵۶۳	۰/۵۶۳	۱/۵۶۳	$A_{37}-A_{40}$
۰/۵۶۳	۰/۵۶۳	۰/۵۶۳	۰/۵۶۳	۱/۲۲۸	$A_{41}-A_{48}$
۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	$A_{49}-A_{52}$
۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	$A_{53}-A_{54}$
۰/۱۹۶	۰/۱۹۶	۰/۱۹۶	۰/۱۹۶	۰/۳۹۱	$A_{55}-A_{58}$
۰/۵۶۳	۰/۵۶۳	۰/۵۶۳	۰/۵۶۳	۱/۴۵۷	$A_{59}-A_{66}$
۰/۳۹۱	۰/۳۹۱	۰/۳۹۱	۰/۳۹۱	۰/۷۶۶	$A_{67}-A_{70}$
۰/۵۶۳	۰/۵۶۳	۰/۵۶۳	۰/۵۶۳	۱/۵۶۳	$A_{71}-A_{72}$
۳۸۹/۳۳	۳۸۹/۳۳	۳۸۹/۳۳	۳۸۹/۳۳	۹۳۳/۰۹	Best (lb)
۳۸۹/۷۵	۴۰۶/۹۲	۳۹۰/۹۱	۳۸۹/۸۲	N/A	Average (lb)
۰/۹۲۸	۱۲/۲۱	۱/۱۶۱	۰/۸۴	N/A	SD (lb)
۵۰۰۰	۱۰۰۰۰	۴۱۶۰	۵۰۰۰۰	۵۰۰۰۰	Analyses



- Dorigo M, Birattari M, "Ant colony optimization", Encyclopedia of Machine Learning, Springer, 2010, 36-39.
- Eberhart RC, Kennedy J, "A new optimizer using particle swarm theory", Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science, Nagoya, Japan, 4-6 Oct. 1995.
- Gholizadeh S, "Layout optimization of truss structures by hybridizing cellular automata and particle swarm optimization", Computers and Structures, 2013, 125, 86-99.
- Gholizadeh S, Ebadijalal M, "Performance based discrete topology optimization of steel braced frames by a new metaheuristic", Advances in Engineering Software, 2018, 123, 77-92.
- Gholizadeh S, Poorhoseini H, "Seismic layout optimization of steel braced frames by an improved dolphin echolocation algorithm", Structural Multidisciplinary Optimization, 2016, 54, 1011-29.
- Gholizadeh S, Milany A, "An improved fireworks algorithm for discrete sizing optimization of steel skeletal structures", Engineering Optimization, 2018, 50, 1-21.
- Ho-Huu V, Nguyen-Thoi T, Vo-Duy T, Nguyen-Trang T, "An adaptive elitist differential evolution for optimization of truss structures with discrete design variables", Computers and Structures, 2016, 165, 59-75.
- Kaveh A, Ilchi Ghazaan M, "A comparative study of CBO and ECBO for optimal design of skeletal structures", Computers and Structures, 2015, 153, 137-147.
- Kaveh A, Mahdavi V, "Colliding Bodies Optimization method for optimum discrete design of truss structures", Computers and Structures, 2014, 139, 43-53.
- Kaveh A, Talatahari S, "Size optimization of space trusses using Big Bang-Big Crunch algorithm", Computers and Structures, 2009, 87, 1129-40.
- Kaveh A, Talatahari S, "A charged system search with a fly to boundary method for discrete optimum design of truss structures", Asian Journal of Civil Engineering, 2010, 11 (3), 277-293.
- Kaveh A, Talatahari S, "A particle swarm ant colony optimization for truss structures with discrete variables", Journal of Constructional Steel Research, 2009, 65, 1558-68.
- Kazemzadeh Azad S, Hasançebi O, "An elitist self-adaptive step-size search for structural design optimization", Applied Soft Computing, 2014, 19, 226-235.
- Li LJ, Huang ZB, Liu F, "A heuristic particle swarm optimization method for truss structures with discrete variables", Computers and Structures, 2009, 87, 435-43.
- Mirjalili S, "SCA: A Sine Cosine Algorithm for solving optimization problems", Knowledge-Based Systems, 2016, 96, 120-133.
- Rashedi E, Nezamabadi-Pour H, Saryazdi S, "GSA: a gravitational search algorithm", Information Sciences, 2009, 179, 2232-2248.



شکل ۹- منحنی روند همگرایی روش‌های PSO و MPSO

## ۹- بحث و بررسی نتایج

این مطالعه با هدف افزایش سرعت همگرایی روش‌های بهینه‌سازی فراکاوشی، بر روی عملکرد یک شیوه نوین به نام روش ذرات نخبه متمرکز است. برای این منظور، ایده پیشنهادی بر روی یکی از بنیادی‌ترین روش‌های بهینه‌سازی فراکاوشی به نام روش توده ذرات، پیاده‌سازی شده است. روش ابداعی به نام روش بهینه‌سازی توده ذرات بهبودیافته (MPSO)، از دو دیدگاه اساسی بهره می‌گیرد. دیدگاه نخست، فرآیند باز تولید می‌باشد که در واقع نوعی نخبه‌پروری بوده و شامل است بر تعویض نمودن افراد ضعیف جمعیت با افرادی که تا آن مرحله از تکرار، شباهت بسیاری با بهترین فرد جمعیت داشته باشند. این ذرات نقش راهنمایی جمعیت در رسیدن به بهترین حالت را خواهند داشت. دیدگاه دوم، جهش می‌باشد که احتمال یافتن بهینه کلی را افزایش می‌دهد و مسئله را از گیر افتادن در نقاط بهینه موضعی رها می‌کند.

به منظور تشریح کارایی روش پیشنهادی MPSO چهار مسئله مبنای بهینه‌سازی خرپا، شامل خرپای دوبعدی ۱۰ عضوی و خرپای دوبعدی ۵۲ عضوی، خرپای سه‌بعدی ۲۵ عضوی و خرپای سه‌بعدی ۷۲ عضوی با این شیوه حل شده‌اند و نتایج به دست آمده با نتایج روش‌های AEDE, HHS, HPSO, IMBA, ECBO, PSO مقایسه شده است.

نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که روش پیشنهادی MPSO در اغلب حالات بهتر از سایر حالات عمل کرده و کارایی خوبی از خود نشان می‌دهد. همچنین نتایج مطالعه نشان می‌دهد که هرچند تمام روش‌ها به بهترین پاسخ همگرا شده ولی مقادیر میانگین، انحراف معیار و سرعت همگرایی روش MPSO که از ایده ذرات نخبه استفاده کرده است، بسیار بهتر از سایر الگوریتم‌ها است.

## ۱۰- مراجع

- Cheng MY, Prayogo D, Wu YW, Lukito MM, "A hybrid harmony search algorithm for discrete sizing optimization of truss structure", Automation in Construction, 2016, 69, 21-33.

- Sadollah A, Eskandar H, Bahreininejad A, Kim JH, "Water cycle, mine blast and improved mine blast algorithms for discrete sizing optimization of truss structures", *Computers and Structures*, 2015, 149, 1-16.
- Storn R, Price K, "Differential evolution-a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces", *Journal of Global Optimization*, 1997, 11, 341-359.
- Togan V, Daloglu AT, "An improved genetic algorithm with initial population strategy and self-adaptive member grouping", *Computers and Structures*, 2008, 86, 1204-1218.
- Zhu JH, He F, Liu T, FH, Zhang WH, Liu Q, Yang C, "Structural topology optimization under harmonic base acceleration excitations", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, 57, 1061-1078.

## EXTENDED ABSTRACT

# Elite Particles Method in Discrete Metaheuristic Optimization of Structures

Reza Sojoudizadeh <sup>a,\*</sup>, Saeed Gholizadeh <sup>b</sup>

<sup>a</sup> Department of Civil Engineering, Mahabad Branch, Islamic Azad university, Mahabad, Iran

<sup>b</sup> Faculty of Civil Engineering, University of Urmia, Urmia, Iran

**Received:** 22 May 2019; **Accepted:** 04 November 2019

### Keywords:

Optimization, Metaheuristic, Discrete, Elite Particles, PSO.

## 1. Introduction

One of the main concerns in optimization methods is reduction the number of function evaluation which is mentioned in many studies like (Gholizadeh et al, 2018). The present study focuses on a method and series of actions designed to achieve the answer with the aim of minimization the total number of analysis; and so the time; needed for global and local search. Although the suggested elite particles method (EPM) can be used for any population based optimization method, but here it is applied to one of the fundamental and widely developed metaheuristic algorithms; namely particle swarm optimization (Eberhart et al, 1995) to handle the truss structures optimization with discrete design variables. As the original version of the assumed method suffers from the slow convergence rate; specially when dealing with the discrete optimization problems; the elite particles modification algorithm; which can be used in almost all population based metaheuristic optimization methods; will be implemented for that method. Here the elite particles method is attached with the particle swarm optimization method and the gained metaheuristic algorithm is named modified particle swarm optimization (MPSO). MPSO utilizes two computational strategies named 'Regeneration' and 'Mutation'.

## 2. Methodology

### 2.1. Truss optimization problem

For the optimization problem of trusses, objective function is the structural weight and some limitations are usually considered on nodal displacements and element stress as the design constraints. Formulation of truss structures optimization problem is as follows:

$$\text{Minimize } W = \sum_{i=1}^n \gamma_i L_i X_i \quad (1)$$

Subject to :

$$g_j^d = \frac{d_j}{\bar{d}_j} - 1 < 0, j = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$g_k^s = \frac{\sigma_k}{\bar{\sigma}_k} - 1 < 0, k = 1, 2, \dots, n$$

\* Corresponding Author

E-mail addresses: info\_sojoudi@yahoo.com (Reza Sojoudizadeh), s.gholizadeh@urmia.ac.ir (Saeed Gholizadeh).

$$X_i^L \leq X_i \leq X_i^U \tag{3}$$

Where  $W$  is structural weight;  $\gamma_i$ ,  $l_i$  and  $X_i$  are the density of material, element length and cross-sectional area of  $i^{\text{th}}$  element, respectively; displacement and stress constraints are represented by  $g_j^d$  and  $g_k^s$ , respectively;  $d_j$  and  $\sigma_k$  are  $j^{\text{th}}$  node displacement and  $k^{\text{th}}$  element stress, respectively;  $\bar{d}_j$  and  $\bar{\sigma}_k$  are their allowable values;  $n$  and  $m$  are numbers of elements and nodes, respectively. The following exterior penalty function (EPF) is employed to handle the constraints of the above constrained optimization problem.

$$\varphi = W \times [1 + r_p \sum_{j=1}^m (\max\{0, g_j^d\})^2 + r_p \sum_{k=1}^n (\max\{0, g_k^s\})^2] \tag{4}$$

Where  $\Phi$  is pseudo unconstrained objective function; and  $r_p$  is a penalty parameter.

### 2.2. Modification process

To modify the optimization process, weak particles will be replaced by “Elite Particles” using two main strategy named “Regeneration” and “Mutation”. In order to improve the performance of the PSO in dealing with the discrete sizing optimization problems of truss structures these two computational strategies are implemented and the improved metaheuristic is named as modified particle swarm optimization (MPSO). The proposed strategies affect deeply exploration and exploitation of the design space during the search procedure.

In the first strategy, some of worst solutions in each iteration are removed and the same number of variants of the best solution is added to the population. In the second strategy, a mutation operator is added to the algorithm. Four benchmark optimization problems of truss structures with discrete variables are presented and the results of MPSO are compared with literature.

### 2.3. Regeneration:

In each iteration of the optimization process, the population, including  $np$  particles, is sorted in an ascending order based on the objective function values of particles as represented below:

$$sort(X^t) = [X_1^t \ X_2^t \ \dots \ X_k^t \ \dots \ X_{np}^t] \tag{5}$$

Where  $sort(X^t)$  is the sorted current population; and  $X_k^t$  to  $X_{np}^t$  are the worst solutions at iteration  $t$  that should be regenerated. Then, a number of  $\lambda \times np$  worst particles (i.e.  $X_k^t$  to  $X_{np}^t$ ) are removed from the population and instead, the best solution found so far,  $X^* = [X_1^* \ X_2^* \ \dots \ X_j^* \ \dots \ X_n^*]^T$ , is copied  $\lambda \times np$  times in the population. In these solutions, except the last one, one randomly selected design variable is regenerated in the design space on a random basis as follows:

$$X_l^k \rightarrow [X_1^*, X_2^*, \dots, X_j^*, X_n^*]^T, \quad l = k, \dots, np - 1 \tag{6}$$

$$X_j^* = round \left( X_j^L + r \times (X_j^U - X_j^L) \right), \quad j \in [1, 2, \dots, n] \tag{7}$$

Where  $X_j^L$  and  $X_j^U$  are lower and upper bounds of the  $j^{\text{th}}$  design variable; and  $r$  is a random number in  $[0, 1]$ . The regenerated design variables of particles  $X_k^t$  to  $X_{np-1}^t$  are substituted in the last particle ( $X_{np}^t$ ). This strategy will increase the probability of finding the promising regions of the design space.

### 2.4. Mutation:

In the framework of this method, a mutation operation is implemented to reduce the probability of trapping into local optima. In this way, a mutation rate of  $m_r$  is considered and for each particle ( $X_i, i=1, 2, \dots, np$ ) a random number in  $[0, 1]$  is selected in each iteration. If for the  $i^{\text{th}}$  particle, the selected random number is less than  $m_r$ ,  $X_i$  will be regenerated in the design space as follows:

$$X_i^{t+1} = round \left[ X_i^t + \left( \frac{t}{t_{Max}} \right) \times R \times (X_{best}^t - X_i^t) \right] \tag{8}$$

Where in iteration  $t$ ,  $R^t$  is a vector of random numbers in  $[0, 1]$ ;  $X_{best}^t$  is the best particle of the current population and  $X_r^t$  is a randomly selected particle from the current population.

### 3. Results and discussion

In order to illustrate the efficiency of the MPSO, a sort of well-known discrete benchmark truss optimization problems, including 10, 52-bar planar trusses and 25 and 72-bar spatial trusses, are presented and the results of MPSO are compared with those of HPSO, HHS, AEDE, ECBO, IMBA, and PSO.

#### 3.1. Example 1: 10-bar planar truss

The 10-bar truss shown in Fig. 2 is one of the most extensively studied problems. The vertical load in nodes 2 and 4 is equal to  $10^5$  lb. The Young's modulus and density of material are  $10^4$  ksi and  $0.1$  lb/in<sup>3</sup>, respectively.

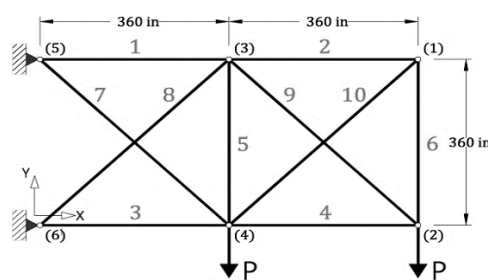


Fig. 2. 10-bar truss

The allowable stress for all members is specified as 25 ksi both in tension and compression. The maximum displacements of all free nodes in the  $x$  and  $y$  directions are limited to  $\pm 2$  in. In this example, the discrete design variables are selected from the following list: [1.62, 1.80, 1.99, 2.13, 2.38, 2.62, 2.63, 2.88, 2.93, 3.09, 3.13, 3.38, 3.47, 3.55, 3.63, 3.84, 3.87, 3.88, 4.18, 4.22, 4.49, 4.59, 4.80, 4.97, 5.12, 5.74, 7.22, 7.97, 11.50, 13.50, 13.90, 14.20, 15.50, 16.00, 16.90, 18.80, 19.90, 22.00, 22.90, 26.50, 30.00, 33.50] (in<sup>2</sup>). The convergence curves of PSO and MPSO are compared in Fig. 3.

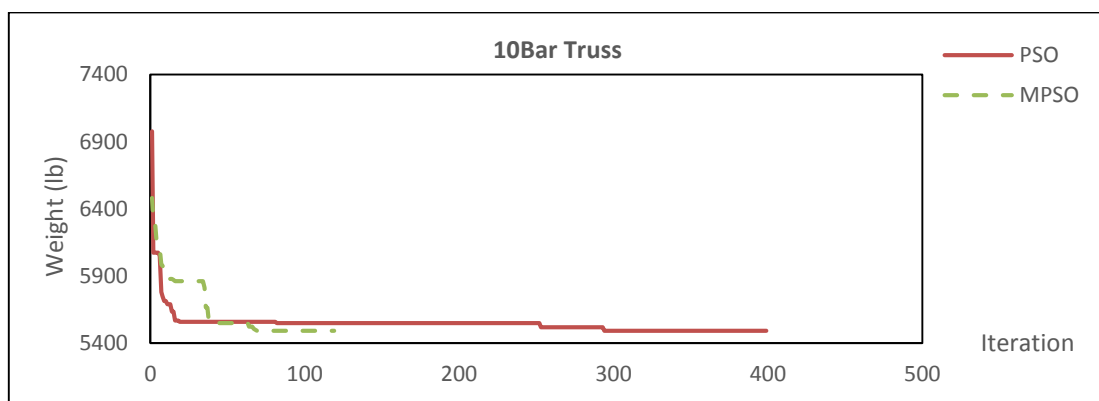


Fig. 3. Convergence histories of PSO and MPSO for 10-bar truss

### 4. Conclusions

The present study introduces a method and series of actions designed to achieve the result with the aim of the minimization the total number of analysis; and so the time; needed for global and local search. Although the suggested elite particles method can be used for any population based optimization method, but here it is applied to one of the fundamental and widely developed metaheuristic algorithms; namely particle swarm optimization (PSO) to handle the truss structures optimization with discrete design variables.

The proposed MPSO integrates two computational strategies during its search process. In the first strategy, named as "Regeneration", a kind of elitism is utilized by substituting a number of worst solutions of the current population with some variants of the global best solution. In the second strategy, named as "Mutation", a

mutation operation is performed to increase the probability of finding the global optimum or near global optima.

In order to illustrate the efficiency of the MPSO, a sort of well-known discrete benchmark truss optimization problems, including 10, 52-bar planar trusses and 25 and 72-bar spatial trusses, are presented and the results of MPSO are compared with those of HPSO, HHS, AEDE, ECBO, IMBA, and PSO. The numerical results demonstrate that the original PSO is not competitive with the mentioned algorithms while in the most cases, the proposed MPSO outperforms other algorithms and presents an appropriate performance.

## 5. References

- Eberhart RC, Kennedy J, "A new optimizer using particle swarm theory", Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science, Nagoya, Japan, 4-6 Oct. 1995.
- Gholizadeh S, Ebadijalal M, "Performance based discrete topology optimization of steel braced frames by a new metaheuristic", *Advances in Engineering Software*, 2018, 123, 77-92.