بکارگیری روش المان‌های مرزی جهت تعیین توزیع فشار هیدرودینامیکی در مخزن سد وزنی: بررسی اثرات هندسه و رسوبات کف مخزن

فرهود کلاته *

استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

(دریافت: ۹۴/۱۲/۱۳، پذیرش:۹۵/۹/۷، نشر آنلاین: ۹۵/۹/۸)

چکیده

روش المان‌های مرزی به عنوان یکی از قدرتمندترین روش‌های عددی در مدل‌سازی پدیده‌های مهندسی مطرح می‌باشد در مقالهٔ حاضر از این روش جهت بررسی چگونگی توزیع فشار هیدرودینامیک در مخزن دوبعدی سدی با هندسهٔ دلخواه استفاده شده است. در این راستا معادلهٔ انتشار موج فشاری، معادلهٔ حاکم بر توزیع فشار هیدرودینامیکی با لحاظ اثرات تراکم‌پذیری آب داخل مخزن، به همراه شرایط مرزی مناسب در محیط مخزن حل گردیده است برای لحاظ اثرات جذبی ناشی از رسوبات کف مخزن از شرط مرزی مناسبی در این مرز استفاده شده است. روش به کار گرفته شده مبتنی بر یک روش نیمه‌تحلیلی به صورت ترکیبی از روش المان‌های مرزی و انتگرال‌های ویژه می‌باشد به طوری که حل پایه به گونه‌ای انتخاب گردیده که مستقل از فرکانس بوده و شرط مرزی در سطح آزاد مخرن را ارضاء نماید. نتایج به دست آمده گویای کارآیی روش پیشنهادی در برآورد فشارهیدرودینامیک در مخزن سد وزنی با شکل دلخواه مخزن می‌باشد. همچنین نتایج به دست آمده نشان دهندهٔ اثرات کاهشی رسوبات کف مخزن بر توزیع فشار هیدرودینامیکی مخزن است.

کلیدواژه‌ها: المان‌های مرزی، معادلهٔ هلم هولتز، فشار هیدرودینامیکی، سد وزنی، رسوبات کف مخزن.

۱- مقدمه

فشار هیدرودینامیک وارد از طرف مایعات بر اجسام در هنگام زمین‌لرزه به منظور طراحی سازه‌های مرتبط با آنها از قبیل سدها و مخازن از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد. اولین بررسی و ارائه طریق برای چنین مسائلی توسط Westergaard (۱۹۳۳)، ارائه شده است. Westergaard مسئله را در حالت دو بعدی تحت حرکات کوچک پریودیک زمین مورد بررسی قرار داد. پس از آن Kotsubo (۱۹۶۷)، نشان داد که حل Westergaard تنها برای ارتعاشات با فرکانس‌های کمتر از فرکانس طبیعی مخزن صادق است. Chopra (۱۹۶۷)، حل Westergaard را تعمیم داد و نشان داد پاسخ فشار هیدرودینامیک بر اثر ارتعاشات افقی زمین در حالت عمومی یک تابع مختلط است به طوری که وقتی فرکانس ارتعاشات زمین کمتر از اولین فرکانس طبیعی مخزن است، قسمت موهومی جواب از بین می‌رود و حل Westergaard صادق می‌باشد. Hatano (۱۹۶۵)، اثر رسوبات و انعطاف‌پذیری کف مخزن در ارتعاشات رزنانس را مورد بررسی قرار داد و نشان داد که امواج هیدرودینامیک به طور قابل توجهی توسط رسوبات کف مخزن جذب می‌شود و این عامل موجب از بین رفتن پدیدهٔ رزونانس خواهد شد. Bustamant (۱۹۶۶)، اثر طول مخزن را مورد بررسی قرار دادند و نتیجه گرفتند که در فرکانس ارتعاشات کمتر از اولین فرکانس طبیعی مخزن، طول مخزن اثر ناچیزی در پاسخ فشار هیدرودینامیک دارد ولی برای فرکانس‌های بزرگ‌تر از اولین فرکانس طبیعی مخزن، اثر طول مخزن قابل توجه است. Zangar (۱۹۵۳)، با فرض تراکم‌ناپذیر بودن سیال پاسخ فشار هیدرودینامیک را برای اشکال مختلف بالادست سد به دست آورد و نشان داد اگر سطح بالادست شیب‌دار باشد، اندازهٔ فشار هیدرودینامیک نسبت به حالت قائم به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. مطالعات متعددی در جهت مدل‌سازی عددی رفتار اندرکنشی سیستم‌های سد- مخزن- فونداسیون با استفاده از روش المان‌های مرزی صورت گرفته است (Antes و همکاران (۱۹۸۷)؛ Humar و همکاران (۱۹۸۸)؛ Wept (۱۹۸۸)؛ Medina و همکاران (۱۹۸۹)؛ VonEstorff و همکاران (۱۹۹۱)؛ Touhei و همکاران (۱۹۹۳)).

*نویسنده مسئول؛ شماره تماس: ۳۳۳۹۲۵۴۱-۰۴۱

آدرس ایمیل: fkalateh@tabrizu.ac.ir (ف. کلاته).

از مطالعات اخیر صورت پذیرفته توسط روش المان مرزی جهت بررسی رفتار دینامیکی سیستم‌های سد- مخزن می‌توان به تحقیق صورت گرفته توسط Kucukarsalan (۲۰۰۴)، اشاره نمود در این مطالعه تحلیل رفتاردینامیکی در حوزه زمانی اندرکنش سد- مخزن- فونداسیون با استفاده از روش المان مرزی دوگانه متقابل برای قلمرو مخزن و همچنین برای محیط نیمه بی‌نهایت فونداسیون ارائه گردیده است و از روش المان محدود برای مدل-سازی بدنه سد استفاده شده است برای حل معادلات کوپله نواحی مختلف از روش زیرسازه استفاده گردیده است. نتایج به دست آمده نشان دهند قابلیت مناسب روش المان مرزی در مدل‌سازی رفتار دینامیکی محیط سد- مخزن می‌باشد. Garcia و همکاران (۲۰۱۴)، به مطالعه اثرات تراز مخزن و خصوصیات رسوبات کف مخزن بر پاسخ دینامیکی سدهای قوسی با استفاده از روش المان مرزی پرداخته‌اند. تحلیل صورت گرفته در این مقاله در حوزه فرکانسی می‌باشد نتایج به دست آمده از این تحلیل حاکی از قابلیت خوب روش المان مرزی در مدل‌سازی قلمروهای پیچیده است. در مقالهٔ حاضر روش جدیدی برای تعیین توزیع فشار هیدرودینامیک روی سد وزنی با هندسهٔ دلخواه مخزن تحت اثر ارتعاشات افقی زمین لرزه ارائه شده است که اساس آن مبتنی بر روشی نیمه‌تحلیلی به صورت ترکیبی از روش المان مرزی و انتگرال‌های ویژه است. در روش المان‌های مرزی حل پایه به گونه-ای انتخاب شده است که اولاً مستقل از فرکانس ارتعاشات باشد ثانیاً شرط مرزی در سطح آزاد مخزن را اقناع کند. با استفاده از این روش و انتخاب شرایط مرزی مناسب برای مدل کردن پدیدهٔ انتشار امواج از مرز بالادست مخزن و انکسار امواج در کف مخزن، معادلهٔ دیفرانسیل حاکم بر امواج فشار هیدرودینامیک تبدیل به یک معادلهٔ انتگرالی می‌شود که قابل ارزیابی روی مرزهای مخزن است. برای حل عددی این معادلهٔ انتگرالی از روش باقی‌مانده‌های وزنی استفاده شده است که نتیجهٔ آن یک دستگاه معادلات تعادل دینامیکی است که به روش استاندارد قابل حل می‌باشد. به منظور انجام محاسبات و به دست آوردن نتایج مورد نیاز و مقایسهٔ آنها با نتایج روش‌های دیگر و بررسی دقت و کارآیی روش جدید برنامهٔ رایانه‌ای تهیه و تنظیم گردیده است. با استفاده از این برنامه تأثیر هندسهٔ مخزن که شامل شیب بالادست سد، شیب کف مخزن، شکل مقطع عرضی مخزن و طول مخزن می‌باشد، در توزیع فشار هیدرودینامیک روی سد مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل از این روش مبین آن است که روش مذکور در تعیین فشار هیدرودینامیک روی سد با هندسهٔ دلخواه مخزن از دقت و کارآیی مناسبی برخوردار است.

۲- معادلهٔ تعادل دینامیکی حاکم بر محیط مخزن

معادلهٔ دیفرانسیل حاکم بر حرکت سیال معادلهٔ ناویر- استوکس است که در حالت عمومی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+v\cdot\nabla v\right)=f-\nabla p+\mu\nabla^2 v \qquad (۱)$$

همچنین معادلهٔ پیوستگی در حالت عمومی عبارت است از:

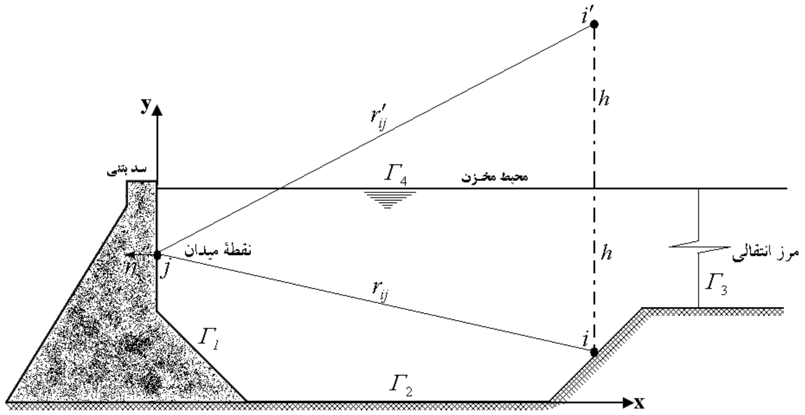
$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+div(\rho v)=0 \qquad (۲)$$

در روابط (۱) و (۲) ρ دانسیته سیال و v سرعت سیال و p فشار و μ لزجت سیال و f نیروی بدنی وارده بر سیال می‌باشند. برای حرکت‌های با دامنهٔ کوچک سیال می‌توان از عبارت جابجایی $v\cdot\nabla v$ در معادلهٔ (۱) صرف‌نظر نمود، بنابر این می‌توان نوشت:

$$\rho\frac{\partial v}{\partial t}=f-\nabla p+\mu\nabla^2 v \qquad (۳)$$

با صرفنظر از لزجت آب در معادلهٔ (۳) و حذف سرعت با جای‌گذاری رابطهٔ (۲) در رابطهٔ (۳) خواهیم داشت:

$$\nabla^2 p=\frac{\partial^2\rho}{\partial t^2} \qquad (۴)$$



شکل ۱- محیط سد وزنی و مخزن و فرمولاسیون اجزاء مرزی مخزن

با توجه به آکوستیک بودن محیط سیال و همچنین با توجه به ثابت فرض نمودن سرعت انتشار موج فشاری در آب، معادلهٔ رفتاری حاکم بر پدیده انتشار موج فشاری به صورت مقابل بیان می‌شود (Kalateh و Attarnejad، ۲۰۱۲):

$$c_w^2 = \frac{p}{\rho} \tag{۵}$$

با جایگذاری معادلهٔ (۵) در معادلهٔ (۴)، معادلهٔ انتشار موج فشاری در محیط سیال آکوستیکی تراکم‌پذیر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c_w^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \tag{۶}$$

معادلهٔ (۶) به معادلهٔ انتشار موج مشهور می‌باشد. هدف از مقالهٔ حاضر حل عددی معادلهٔ فوق با استفاده از روش المان‌های مرزی به همراه شرایط مرزی محیط سیال در محیط مخزن سد وزنی است.

۲-۱- شرایط مرزی محیط مخزن

به منظور حل معادلهٔ دیفرانسیل حاکم بر انتشار امواج هیدرودینامیک لازم است شرایط مرزی محیط سیال تعیین گردد. به طور عمومی محیط سیال از چهار مرز تشکیل شده است (شکل (۱)) که عبارتند از سطح مشترک سد و مخزن (Γ_1)، کف مخزن (Γ_2)، سطح بالادست انتهایی مخزن (Γ_3)و سطح آزاد مخزن (Γ_4) شرایط مرزی مربوط به هر کدام از این مرزها به تفکیک ارائه می‌شوند.

۲-۱-۱- شرط مرزی سطح تماس سد و مخزن

با فرض صلب بودن سد شتاب سد، همان شتاب زمین در محل پی سد می‌باشد. بنابر این شرط مرزی در سطح مشترک سد و مخزن به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho \cdot a_{ng} \tag{۷}$$

که در آن n امتداد نرمال بر مرز و a_{ng} شتاب زمین عمود بر سطح تماس در محل پی سد می‌باشند.

۲-۱-۲- شرط مرزی کف مخزن

با این فرض که در کف مخزن رسوبات انباشته شده که موجب جذب امواج فشار هیدرودینامیک توسط کف مخزن می‌شوند، شرط مرزی در کف مخزن به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{(1-\alpha)}{c_w \cdot (1+\alpha)}\frac{\partial p}{\partial t} \tag{۸}$$

در معادلهٔ (۸)، $0 \le \alpha \le 1$ ضریب جذب امواج هیدرودینامیکی توسط رسوبات کف مخزن می‌باشد که مقدار آن به نوع مصالح رسوبی وابسته است، $\alpha = 0$ برای جذب کامل و $\alpha = 1$ برای عدم جذب از کف مخزن می‌باشد. c_w سرعت انتشار امواج فشاری در آب می‌باشد.

۲-۱-۳- شرط مرزی انتهای دور دست مخزن

برای مرز بالادست مخزن و در صورتی که مخزن سد به اندازهٔ کافی طویل باشد، امواج حاصل از ارتعاش سد، امواجی مسطح خواهند بود. در این حالت برای این مرز می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{1}{c_w}\frac{\partial p}{\partial t} \tag{۹}$$

تعبیر فیزیکی رابطهٔ فوق این است که در مرز بالادست مخزن یک گروه مستهلک کنندهٔ امواج فشاری قرار داده شده است.

۲-۱-۴- شرط مرزی سطح آزاد مخزن

با صرف‌نظر کردن از پدیدهٔ امواج سطحی در سطح آزاد مخزن شرط مرزی در این مرز به صورت زیر خواهد بود:

$$p = 0 \tag{۱۰}$$

البته باید توجه داشت که در رابطه (۱۰) منظور فشار نسبی می‌باشد.

۳- گسسته‌سازی معادلهٔ تعادل دینامیکی محیط مخزن به روش المان‌های مرزی

۳-۱- گسسته‌سازی مکانی معادلات حاکم

همان طور که قبلاً ذکر گردید، معادلهٔ دیفرانسیلی حاکم بر امواج فشار هیدرودینامیکی در محیط مخزن معادلهٔ موج است که به فرم معادلهٔ (۶) بیان می‌گردد. چنانچه فرض شود فشار هیدرودینامیک و مشتقات آن شامل دو جواب عمومی p^c و p^p باشد، می‌توان نوشت (Tasi و همکاران، (۱۹۹۲)؛ Chandrashaker و Humar، (۱۹۹۳)؛ Rajakumar و Ashraf، (۱۹۹۳)):

$$p = p^c + p^p \tag{۱۱}$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{\partial p^c}{\partial n} + \frac{\partial p^p}{\partial n} \tag{۱۲}$$

که جواب عمومی و ویژه به ترتیب با معادلات زیر اقناع می‌شوند:

$$\nabla^2 p^c = 0 \tag{۱۳}$$

$$\nabla^2 p^p = \frac{1}{c_w^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t} \tag{۱۴}$$

معادلهٔ انتگرال مرزی مربوط به معادلهٔ (۱۳) به شکل زیر در مرز قلمرو مخزن قابل بیان می‌باشد (Banerjee و Raveendra، ۱۹۹۲):

$$\frac{1}{2}p_i-\int_{\Gamma}p\frac{\partial p^*}{\partial n}d\Gamma+\int_{\Gamma}\frac{\partial p}{\partial n}p^*d\Gamma=0 \tag{۱۵}$$

در معادلهٔ (۱۵) p^* حل پایه می‌باشد که با حل معادلهٔ زیر حاصل می‌گردد:

$$\nabla^2p^*+\delta_i=0 \tag{۱۶}$$

در این رابطه δ_i تابع دیراک با مرکز ثقل در نقطهٔ i با مختصات (x_i,y_i) می‌باشد از حل این معادله، حل پایهٔ معادلهٔ پتانسیل به صورت زیر برای یک محیط ایزوتروپ دو بعدی و با توجه به صفر فرض شدن فشار در سطح آزاد و مستقل بودن حل پایه از فرکانس ارتعاشات به صورت زیر حاصل می‌گردد (Chandrashaker و Humar، ۱۹۹۳).

$$p^*=-\frac{1}{2\pi}ln\left(\frac{r_{ij}}{r'_{ij}}\right) \tag{۱۷}$$

در این رابطه r_{ij} فاصلهٔ مابین نقطهٔ میدان و نقطهٔ گرهی مفروض واقع بر مرز و r'_{ij} فاصلهٔ مابین نقطهٔ میدان و تصویر مجازی نقطهٔ گرهی مفروض نسبت به سطح آزاد می‌باشد، با جایگزین کردن معادلات (۱۱) و (۱۲) در معادلهٔ (۱۵) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}\left(p_i-p_i^p\right)-\int_{\Gamma}\left(p-p^p\right)\frac{\partial p^*}{\partial n}d\Gamma+\\&\int_{\Gamma}\left(\frac{\partial p}{\partial n}-\frac{\partial p^p}{\partial n}\right)\cdot p^*d\Gamma=0\end{aligned} \tag{۱۸}$$

معادلهٔ (۱۸) می‌تواند به صورت زیر تبدیل شود:

$$\begin{aligned}&-\frac{1}{2}p+\int_{\Gamma-\Gamma_4}p^*\frac{\partial p}{\partial n}d\Gamma-\int_{\Gamma-\Gamma_4}\frac{\partial p^*}{\partial n}p\,d\Gamma=\\&-\frac{1}{2}p^p+\int_{\Gamma-\Gamma_4}p^*\frac{\partial p^p}{\partial n}d\Gamma-\int_{\Gamma-\Gamma_4}\frac{\partial p^*}{\partial n}p^pd\Gamma\end{aligned} \tag{۱۹}$$

با تعریف توابع درونیابی N_i می‌توان فشار هیدرودینامیک در محیط مخزن را به شکل زیر تقریب نمود:

$$p=\sum_{i=1}^{m}N_ip_i=NP \tag{۲۰}$$

$$p=\sum_{i=1}^{m}N_ip_i^p=NP^p \tag{۲۱}$$

که m تعداد گره‌ها می‌باشد و از آنجایی که در محیط سیال فشار هیدرودینامیک مجهول گرهی است و هر گره تنها یک درجهٔ آزادی تعداد درجات آزادی دارد، لذا m مساوی سیال خواهد بود. با جایگزین کردن روابط (۲۰) و (۲۱) در معادلهٔ (۱۹) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}&\left[\frac{1}{2}+\int_{\Gamma-\Gamma_4}\frac{\partial p_{ij}^*}{\partial n}N_j\,d\Gamma\right]P-\left[\int_{\Gamma-\Gamma_4}p_{ij}^*N_j\,d\Gamma\right]\frac{\partial P}{\partial n}=\\&\left[\frac{1}{2}+\int_{\Gamma-\Gamma_4}\frac{\partial p_{ij}^*}{\partial n}N_j\,d\Gamma\right]P^p-\left[\int_{\Gamma-\Gamma_4}p_{ij}^*N_jd\Gamma\right]\frac{\partial P^p}{\partial n}\end{aligned} \tag{۲۲}$$

اگر انتگرال‌های داخل کروشه به ترتیب با H و G نشان داده شوند می‌توان نوشت:

$$[H]P-[G]\frac{\partial P}{\partial n}=[H]P^p-[G]\frac{\partial P^p}{\partial n} \tag{۲۳}$$

که در آن ضرایب ماتریس‌های H و G عبارتند از:

$$h_{ij}=\int_{\Delta\Gamma}\frac{\partial p_{ij}^*}{\partial n}N_j\,d\Gamma \qquad \text{چنانچه}\quad i\neq j \tag{۲۴}$$

$$h_{ij}=\int_{\Delta\Gamma}\frac{\partial p_{ij}^*}{\partial n}N_j\,d\Gamma+\frac{1}{2} \quad \text{چنانچه}\quad i=j \tag{۲۵}$$

$$g_{ij}=\int_{\Delta\Gamma}p_{ij}^*N_j\,d\Gamma \tag{۲۶}$$

$\Delta\Gamma$ طول المان می‌باشد. برای تعیین جواب خاص مسئله می‌توان توزیع فشارهیدرودینامیک در محیط سیال را به صورت زیر تقریب نمود (Kalateh و Attarnejad، ۲۰۱۲):

$$P(x,y,t)=\sum_{m=1}^{\infty}f_m(r,i)\psi_m(i,t) \tag{۲۷}$$

با مشتق‌گیری نسبت به زمان از رابطهٔ (۲۷) خواهیم داشت:

$$\ddot{P}(x,y,t)=\sum_{m=1}^{\infty}f_m(r,i)\ddot{\psi}_m(i,t) \tag{۲۸}$$

تابع $f_m(r,i)$ باید به گونه‌ای انتخاب شود که شرط مرزی در سطح آزاد مخزن را اقناع کند، بنابر این داریم:

$$f_m(r,i)=r'_{im}-r_{im} \tag{۲۹}$$

با ترکیب روابط (۲۸) و (۲۹) می‌توان نوشت:

$$\ddot{p}=\sum_{m=1}^{\infty}\left(r'_{im}-r_{im}\right)\cdot\ddot{\psi}_m(i,t) \tag{۳۰}$$

با جایگزین کردن رابطهٔ (۳۰) در معادلهٔ (۱۴) خواهیم داشت:

$$\nabla^2 p^p = \frac{1}{c_w^2}\sum_{m=1}^{\infty}\left(r'_{im}-r_{im}\right)\cdot\ddot{\psi}_m\left(i,t\right) \quad (۳۱)$$

جواب خاصی که معادلهٔ (۳۱) را اقناع کند به شکل زیر است:

$$p^p = \frac{1}{c_w^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{12}\left(r'^3_{im}-r^3_{im}\right)\cdot\ddot{\psi}_m\left(i,t\right) \quad (۳۲)$$

اگر در عبارت‌های (۳۰) و (۳۲) تعداد جملات محدودی منظور گردد می‌توان نوشت:

$$\ddot{P} = F\cdot\ddot{\psi} \quad (۳۳)$$

$$P^p = D\cdot\ddot{\psi} \quad (۳۴)$$

در رابطه (۳۳) $\ddot{P}$ مشتق زمانی مرتبه دوم فشار هیدرودینامیک می‌باشد. مشتق نرمال رابطهٔ (۳۲) به شکل زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial p^p}{\partial n} = \frac{1}{c_w^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{12}\frac{\partial}{\partial n}\left(r'^3_{im}-r^3_{im}\right)\cdot\ddot{\psi}_m\left(i,t\right) \quad (۳۵)$$

و به صورت ماتریسی خواهیم داشت:

$$\frac{\partial p^p}{\partial n} = T\cdot\ddot{\psi} \quad (۳۶)$$

در عبارت فوق $\psi\left(i,t\right)$ یک دانسیتهٔ موهومی است. با جایگزین کردن معادلات (۳۳)، (۳۴) و (۳۶) در رابطهٔ (۲۳) معادلهٔ زیر حاصل می‌شود:

$$\left[H\right]P-\left[G\right]\frac{\partial P}{\partial n} = \left(\left[H\right]\cdot\left[D\right]-\left[G\right]\cdot\left[T\right]\right)\left[F\right]^{-1}\ddot{P} \quad (۳۷)$$

و یا:

$$\left[M\right]\ddot{P}+\left[H\right]P = G\frac{\partial P}{\partial n} \quad (۳۸)$$

در عبارت (۳۸) ماتریس $\left[M\right]$، ماتریس شبه‌جرم سیال می‌باشد که با رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$$\left[M\right] = \left(\left[H\right]\cdot\left[D\right]-\left[G\right]\cdot\left[T\right]\right)\left[F\right]^{-1} \quad \text{برای محاسبهٔ} \quad (۳۹)$$

طرف راست رابطهٔ (۳۸) از شرایط مرزی محیط سیال استفاده می‌شود. در نهایت دستگاه معادلات تعادل دینامیکی حاکم بر انتشار امواج فشارهیدرودینامیک در محیط مخزن به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\left[M\right]\ddot{P}+\left[A\right]\dot{P}+\left[H\right]P = R \quad (۴۰)$$

در رابطهٔ (۴۰)، A ماتریس میرایی خارجی مخزن ناشی از پدیدهٔ انتشار امواج از مرز بالادست و پدیدهٔ انکسار امواج از کف مخزن می‌باشد. H ماتریس شبه‌سختی سیال می‌باشد و عمدتاً تابعی از هندسه یا به عبارتی نسبت طول به عمق مخزن است و $\dot{P},P$ و $\ddot{P}$ به ترتیب فشار هیدرودینامیک و مشتقات زمانی مرتبه اول و دوم فشار هیدرودینامیک می‌باشند.

۳-۲- گسسته‌سازی زمانی معادلات حاکم

با معلوم بودن پاسخ سیستم تا گام زمانی nام پاسخ سیستم در گام زمانی $n+1$ام محاسبه می‌گردد. برای این منظور از روش انتگرال‌گیری زمانی نیومارک استفاده گردیده است. برای این منظور از معادله تعادل دینامیکی سیستم درگام زمانی $n+1$ام استفاده می‌شود:

$$\left[M\right]\ddot{P}^{n+1}+\left[A\right]\dot{P}^{n+1}+\left[H\right]P^{n+1} = R^{n+1} \quad (۴۱)$$

در روش نیومارک با انتخاب گام زمانی کوچکی برابر Δt می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}\dot{p}^{n+1} &= \dot{p}^n+\Delta t\cdot\left[\left(1-\gamma\right)\ddot{p}^n+\gamma\, p^{n+1}\right]\\ p^{n+1} &= p^n+\Delta t\cdot\dot{p}^n+\Delta t^2\left[\left(0.5-\beta\right)\ddot{p}^n+\beta\, p^{n+1}\right]\end{aligned} \quad (۴۲)$$

γ و β پارامترهایی هستند که با توجه به دقت و پایداری روش تعیین می‌شوند. برای حالتی که روش شتاب میانگین نیومارک استفاده می‌شود، مقادیر $\gamma=0.5$ و $\beta=0.25$ خواهد گردید. از حل سه معادله سه‌مجهولی بالا پاسخ سیستم در گام زمانی $n+1$ام به دست می‌آید. به طوری که با جایگذاری روابط (۴۲) در رابطه (۴۱) و مرتب‌سازی معادلات خواهیم داشت:

$$\left[ME\right]\cdot P^{n+1} = \left\{RE\right\}^{n+1} \quad (۴۳)$$

$\left[ME\right]$ ماتریس شبه‌سختی مؤثر محیط سیال و $\left\{RE\right\}$ بردار بار مؤثر در گام زمانی $n+1$ام می‌باشند و داریم:

$$\left[ME\right] = \left[H\right]+a_0\left[M\right]+a_1\left[A\right] \quad (۴۴)$$

$$\begin{aligned}\left\{RE\right\}^{n+1} = \left\{R\right\}^{n+1}+\left[M\right]\left(a_0P^n+a_2\dot{P}^n+a_3\ddot{P}^n\right)+\\ \left[A\right]\left(a_1P^n+a_4\dot{P}^n+a_5\ddot{P}^n\right)\end{aligned} \quad (۴۵)$$

به طوری که:

$$\begin{aligned}&a_0=\frac{1}{\beta\Delta t^2}, a_1=\frac{\gamma}{\beta\Delta t^2}, a_2=\frac{1}{\beta\Delta t}, a_3=\frac{1}{2\beta}-1\\ &a_4=\frac{\gamma}{\beta}-1, a_5=\frac{\Delta t}{2}\left(\frac{\gamma}{\beta}-2\right)\end{aligned} \quad (۴۶)$$

با حل دستگاه معادلات ارائه شده توسط رابطه (۴۳) پاسخ سیستم در گام زمانی جدید محاسبه می‌شود.

۳-۳- انتخاب گام زمانی و ابعاد المان‌های مرزمحیط سیال

گـام زمانی باید به اندازهٔ کافی کوچک انتخاب گردد تا بتوان بارگذاری‌های با دوره تناوب پایین را با دقت کافی به سیستم اعمال نمود. چنانچه n مود اول ارتعاش سیستم در محاسبات منظور شده باشند و T_n زمان تناوب مود n ام سیستم باشد بنا به توصیه Bathe (۱۹۷۶)، باید گام زمانی را کوچک‌تر از $T_n/10$ اختیار نمود تا بتوان پاسخ مودهای بالا را بادقت کافی در محاسبات منظور کرد. در تحلیل اندرکنش سد و مخزن به روش المان‌های مرزی رابطه زیر برای انتخاب گام زمانی و ابعاد المان‌های محیط سیال توصیه می‌شود (Tasi و Tatsuo، ۱۹۹۳).

$$\frac{2\cdot c_w \Delta t}{l}<1 \qquad (47)$$

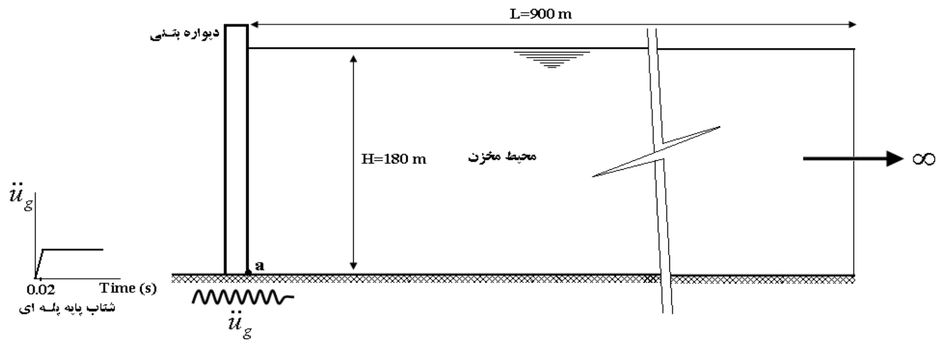
به طوری که l طول المان مرزی و c_w سرعت امواج فشار هیدرودینامیکی می‌باشند.

۴- مثال‌های عددی

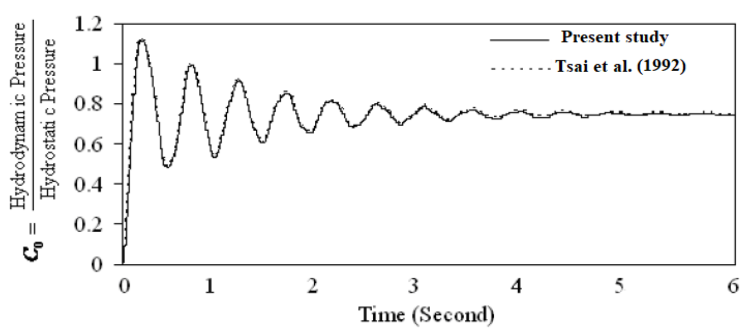
در ادامه دو مثال مورد بررسی قرار خواهد گرفت، مثال اول برای صحت‌سنجی روش توسعه داده شده ارائه شده است در این مثال، تغییرات زمانی توزیع فشار هیدرودینامیکی تحت شتاب پایه پله‌ای با حل تحلیلی ارائه شده توسط (Tasi و همکاران، ۱۹۹۲)، مقایسه می‌گردد. در مثال دوم تغییرات زمانی فشار هیدرودینامیکی در سیستم سد وزنی و مخزن تحت مؤلفهٔ افقی شتاب زمین در زمین‌لرزهٔ ال‌سنترو مورد بررسی قرار گرفته و اثرات شیب کف مخزن و همچنین اثرات جذبی رسوبات کف مخزن مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۴-۱- سیستم مخزن و دیوارهٔ بتنی تحت شتاب پایه پله‌ای

اولین مثال موردی سیستم سادهٔ دیوار- مخزن با مقطع مستطیلی مطابق شکل (۲) می‌باشد. هدف از این مثال صحت‌سنجی روش حل توسعه داده شده برای محاسبهٔ توزیع فشار هیدرودینامیکی در مرز تماس مخزن و دیواره است. حل تحلیلی این مسئله توسط Tsai و همکاران (۱۹۹۲) و (۱۹۹۳)، ارائه شده است. در تحقیق حاضر نتایج به دست آمده با نتایج حاصل از حل تحلیلی مقایسه خواهد گردید. در مدل المان مرزی، ارتفاع مخزن با توجه به شکل (۲) برابر $H=180m$ و طول مخزن برابر $L=900m$ انتخاب گردیده است. تغییرات زمانی فشار هیدرودینامیک در پایهٔ دیواره (نقطهٔ a) برای تحریک پایهٔ پله‌ای ارائه شده محاسبه گردیده است. در تحلیل سرعت موج فشاری در آب ۱۴۴۰ متر در ثانیه و وزن مخصوص آب برابر ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب منظور شده است. در شکل (۳) مقایسه‌ای ما بین نتایج حاصل در مطالعهٔ حاضر با حل تحلیلی و برای تاریخچهٔ زمانی فشار هیدرودینامیک ارائه شده است. ضریب فشار هیدرودینامیک $\left(C_0=\frac{Hydrodynamic\ Pressure}{Hydrostatic\ Pressure}\right)$ با فرض صلب بودن دیواره در نهایت به عدد ۰/۷۴۸ میل می‌کند که نشان دهندهٔ دقت مناسب روش ارائه شده می‌باشد در مقایسه با حل دقیق C_0 برابر ۰/۷۴۲۵، می‌باشد.



شکل ۲- سیستم دیواره بتنی و مخزن

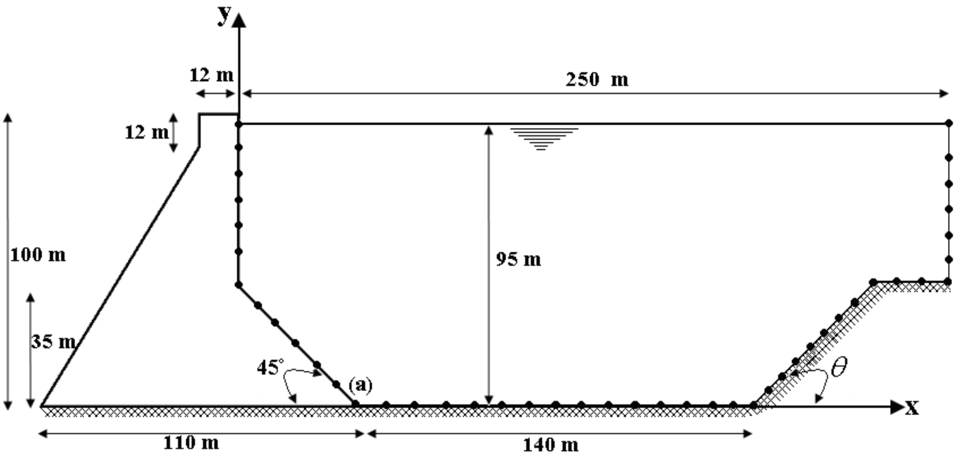


شکل ۳- مقایسهٔ نتایج حل عددی و حل تحلیلی برای توزیع فشار هیدرودینامیک در مجاورت کف مخزن تحت شتاب پایهٔ پله‌ای

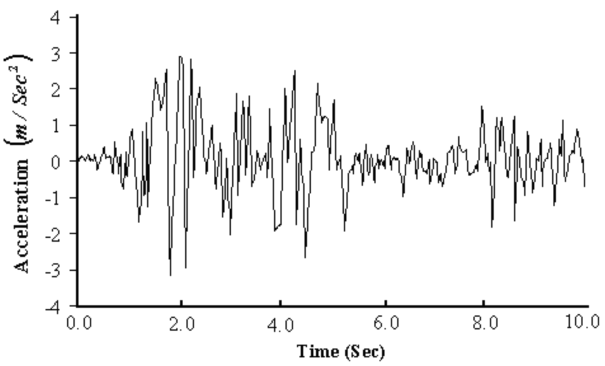
۴-۲- سیستم سد وزنی- مخزن تحت شتاب افقی زمین طی زمین‌لرزهٔ ال‌سنترو

در مثال حاضر سد وزنی به همراه مخزن آن مطابق شکل (۴) مورد نظر می‌باشد. ابعاد سد و مخزن و همچنین نحوه گسسته‌سازی مخزن توسط المان‌های مرزی در شکل (۴) نمایش داده شده است. محاسبهٔ تغییرات زمانی توزیع فشار هیدرودینامیکی اعمال شده در فصل مشترک سد وزنی و مخزن که تحت مؤلفهٔ افقی شتاب زمین در زمین‌لرزهٔ ال‌سنترو (شکل (۵)) قرار گرفته است مد نظر می‌باشد. مشخصات آب مخزن مطابق مثال قبل می‌باشند. در شکل (۶) چگونگی توزیع فشار هیدرودینامیک در سه گام زمانی مختلف برای سد وزنی با شیب کف افقی و همچنین با صرف‌نظر از اثرات جذبی رسوبات کف مخزن ارائه شده است. همان طوری که مشاهده می‌شود توزیع فشار هیدرودینامیکی بسیار متغیر می‌باشد و در طی مدت زمین‌لرزه مقادیر و اشکال توزیع مختلفی را خواهد داشت لذا فرض شکل توزیع ثابت که در اغلب روابط مرسوم، متداول می‌باشد موجب اعمال خطای فاحشی در محاسبات و برآورد فشار هیدرودینامیکی می‌گردد. در شکل (۷) مقایسه‌ای مابین اعمال ضرایب جذبی مختلف برای بررسی اثرات جذبی ناشی از رسوبات کف مخزن بر تاریخچهٔ زمانی تغییرات فشار هیدرودینامیک در مجاورت کف مخزن ارائه شده است. همان طوری که مشاهده می‌شود صرف نظر از اثرات جذبی رسوبات کف مخزن $(\alpha=1)$ موجب ماکزیمم ضریب فشار هیدرودینامیکی (C_0) برابر ۰/۳۶۲ و لحاظ اثرات جذبی کامل $(\alpha=0)$ موجب ماکزیمم ضریب فشار هیدرودینامیکی برابر ۰/۱۹۸ می‌شود که حاکی از کاهش ۴۵/۵ درصدی در ماکزیمم پاسخ فشار هیدرودینامیک می‌باشد.

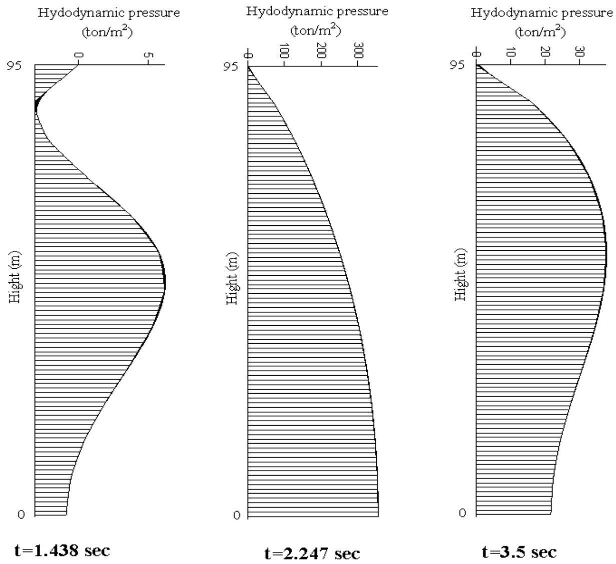
در شکل (۸) تغییرات زمانی فشار هیدرودینامیکی در نقطه‌ای در مجاورت کف مخزن برای شیب‌های مختلف (θ)، مطابق شکل (۴)، نمایش داده شده است، نتایج به دست آمده نشان‌دهندهٔ افزایش ضریب فشار هیدرودینامیکی با افزایش مقدار زاویه برآمدگی در کف مخزن می‌باشد به طوری که با افزایش زاویه (θ) که از صفر تا ۳۰ درجه مقدار ضریب فشار هیدرودینامیکی نیز از ۰/۳۶۲ به ۰/۴۱۷ افزایش می‌یابد که حاکی از افزایش ۱۵/۵ درصدی در ماکزیمم پاسخ فشار هیدرودینامیک می‌باشد.



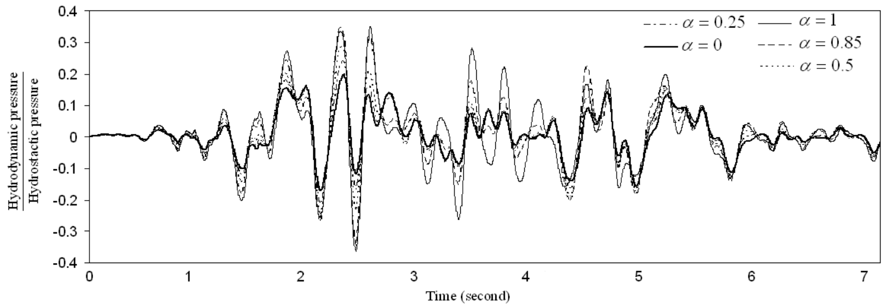
شکل ۴- ابعاد هندسی محیط مخزن و سد وزنی و نحوهٔ گسسته‌سازی محیط مخزن، توسط المان‌های مرزی خطی



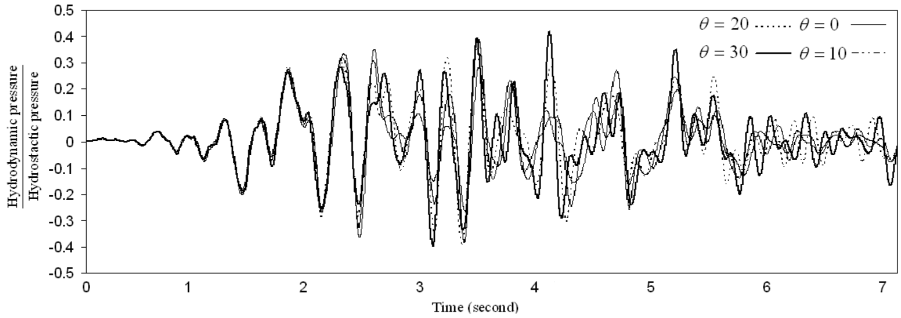
شکل ۵- مولفهٔ افقی شتاب زمین در زمین‌لرزهٔ ال‌سنترو در سال ۱۹۴۰



شکل ۶- توزیع فشار هیدرودینامیک در گام‌های زمانی مختلف تحت مؤلفهٔ افقی شتاب زمین در زمین‌لرزهٔ ال‌سنترو برای $\alpha=0$ و $\theta=0$



شکل ۷- مقایسهٔ تاریخچهٔ زمانی فشار هیدرودینامیک در مجاورت کف مخزن (نقطهٔ a) برای مؤلفهٔ افقی شتاب زمین در زمین‌لرزهٔ ال‌سنترو و با لحاظ ضرایب مختلف اثرات جذبی ناشی از رسوبات کف



شکل ۸- مقایسهٔ تاریخچهٔ زمانی فشار هیدرودینامیک در مجاورت کف مخزن (نقطهٔ a) برای مؤلفهٔ افقی شتاب زمین در زمین‌لرزهٔ ال‌سنترو برای شیب‌های مختلف مخزن (θ)

۵- بحث و نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر، روشی جدید برای تعیین توزیع فشار هیدرودینامیک روی سد با هندسهٔ دلخواه مخزن، تحت اثر ارتعاشات زمین‌لرزه ارائه شده است که درآن حل معادلهٔ دیفرانسیل حاکم بر امواج فشار هیدرودینامیک در حالت دوبعدی و بر اساس یک روش نیمه‌تحلیلی به صورت ترکیبی از روش المان‌های مرزی و انتگرال‌های ویژه می‌باشد. روش پیشنهادی این امکان را برای طراح فراهم می‌سازد که یک سیستم سد و مخزن با شکل دلخواه را با کم‌ترین اطلاعات اولیه به نحو کاملاً مناسبی مدل نموده و توزیع فشار هیدرودینامیک روی مرز مشترک سد و مخزن بر اثر ارتعاشات زمین‌لرزه را به دست آورد. به منظور انجام محاسبات و به دست آوردن نتایج مورد نیاز و

مقایسهٔ آنها با نتایج روش‌های دیگر و بررسی دقت و کارآیی روش پیشنهادی برنامهٔ رایانه‌ای تهیه گردیده است که در آن از شرایط مرزی مناسبی برای مدل کردن پدیدهٔ انتشار امواج از مرز بالادست مخزن و انکسار امواج در کف مخزن در نظر گرفته شده است. اهم نتایج به دست آمده از تحقیق حاضر عبارتند از:

۱) روش المان‌های مرزی یک روش مناسب برای ارزیابی فشار هیدرودینامیک روی سد با شکل دلخواه مخزن می‌باشد.

۲) چون در مسئله اندرکنش آب و سازه تنها محاسبهٔ مقادیر فشار روی مرز محیط مورد نظر است و نیازی به محاسبهٔ مقادیر فشار در داخل محیط سیال نمی‌باشد، بنابر این استفاده از روش المان مرزی باعث می‌شود اطلاعات ناخواستهٔ کم‌تری در محاسبات ایجادگردد و یا به عبارت دیگر در روش المان‌های مرزی می‌توان تنها اطلاعات را در نقاط مرزی بدون محاسبهٔ اطلاعات برای نقاط داخلی محیط به دست آورد.

۳) یکی از عوامل مؤثر دیگر در توزیع فشار هیدرودینامیک آب روی سد، شیب کف مخزن است به طوری که با افزایش زاویه برآمدگی کف نسبت به افق توزیع فشار هیدرودینامیک روی سد افزایش می‌یابد.

۴) وجود لایه‌هایی از مواد رسوبی که به مرور زمان در کف مخزن انباشته می‌شوند، نقش عمده‌ای در جذب انرژی سیستم از طریق انکسار امواج فشاری به داخل پی دارند و این موجب از بین رفتن پدیدهٔ رزنانس در پاسخ فشار هیدرودینامیک در نزدیکی پریودهای طبیعی مخزن می‌گردد و نیز توزیع فشار هیدرودینامیک در عمق مخزن را به میزان قابل توجهی تحت تأثیر قرار می‌دهد.

۶- مراجع

Antes H, Von Estorff O, "Analysis of absorption effects on the dynamic response of dam reservoir systems by boundary element methods", Earthquake Engineering Structures Dynamics, 1987, 15, 1023-1036.

Banerjee PK, Raveendra ST, "Polynomial particular solutions based on boundary element analysis of acoustic eigenfrequency problems", International Journal for Numerical Method in Engineering, 1992, 35, 1787-1802.

Bathe KJ, Wilson EL, "Numerical methods in finite element analysis", Prentice- Hall, 1976.

Bustamante JI, "Water Pressure on dams subjected to earthquakes", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1966, 92 (5), 115-130.

Chandrashaker R, Humar JL, "Fluid-foundation interaction in the seismic response of gravity dams", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1993, 22, 1067-1084.

Chopra AK, "Hydrodynamic Pressure on dams during earthquake", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1967, 93 (6), 205-223.

Garcia F, Aznarez JJ, Cifuentes H, Medina F, Maeso O, "Influence of reservoir geometry and conditions on the seismic response of arch dams", Soil dynamics and Earthquake Engineering, 2014, 67, 264-272.

Hatano T, "An Examination of the Resonance of Hydrodynamic Pressure during Earthquake Due to Elasticity of Water", Technical Report C-65001, Central Research Institute of Electric Power Industry, Tokyo, Japan, 1965.

Humar JL, Jablonski AM, "Boundary element reservoir model for seismic analysis of gravity dams", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1988, 12, 73-93.

Kalateh F, Attarnejad R, "A new cavitation simulation method: Dam-Reservoir systems", International Journal for Computational methods in Engineering, Science and Mechanics, 2012, 13, 161-183.

Kotsubo S, "Dynamic Water Pressure on Dams during Earthquakes", ASCE, 1967, 93, 799-814.

Kucukarslan S, "Dynamic analysis of dam-reservoir-foundation interaction in time domain", Computational Mechanics, 2004, 33, 274-281.

Medina F, Dominguez J, "Boundary elements for the analysis of the seismic response of dams including dam-water-foundation interaction effects", Engineering Analysis, 1989, 6, 152-157.

Rajakumar C, Ashraf AI, "acoustic boundary element eigen problem with sound absorption and its solution using lanczos algorithm", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1993, 36 (23), 3957-3972.

Touhei T, Ohmachi T, "A FE-BE method for dynamic analysis of dam-foundation-reservoir systems in time domain", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1993, 22, 195-209.

Tsai CS, Lee GC, Yeh CS, "Time-domain Analysis of Three –Dimensional Dam-Reservoir Interactions by BEM and Semi-Analytical method", Engineering Analysis with Boundary Elements, 1992, 10, 107-118.

Tsai CS, Tatsuo OI, "A FE-BE method for Dynamic Analysis of Dam- Foundation-Reservoir Systems in Time Domain", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1993, 22, 195-209.

Von Estorff O, Antes H, "On FEM-BEM coupling for fluid structure interaction in the time domain", International Journal of Numerical Methods in Engineering, 1991, 31 (6), 1151-1168.

Wept DH, "Hydrodynamic stiffness matrix based on boundary elements for time domain dam-reservoir-soil analysis", Earthquake Engineering Structrure, Dynamics, 1988, 16, 417-432.

Westergaard HM, "Water Pressure on Dams during Earthquake", Transaction ASEC, 1933, 98, 418-433.

Zangar CN, "Hydrodynamic pressure on dams due to horizontal earthquake", Proceeding of Society of Experimental Stress Analysis, 1953, 10, 93-102.

University of Tabriz

Journal of Civil and Environmental Engineering
Volume 48 (20187), Issue 3 (Autumn), 51-59

EXTENDED ABSTRACT

Boundary Element Formulation for Computing Hydrodynamic Pressure on Concrete Gravity Dams: Influence of Reservoir Shape and Bottom Sediment Absorption

Farhoud Kalateh*

Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz 5166616471, Iran

Received: 03 March 2016; **Accepted:** 27 November 2016

Keywords:
Boundary element method, Hydrodynamic pressure, Gravity dam, bottom sediment.

1. Introduction

Dynamic response of dams interacting both with reservoir and foundation is a complex problem in time domain. To study the effects of reservoir and foundation on the response of dams under two-dimensional (2D) conditions, several numerical methods have been developed in the past few decades such as finite element method and the boundary element method. The boundary element method has been successfully applied to the dam dynamics (Humar and Jablonski (1988); Kucukarslan, (2004))

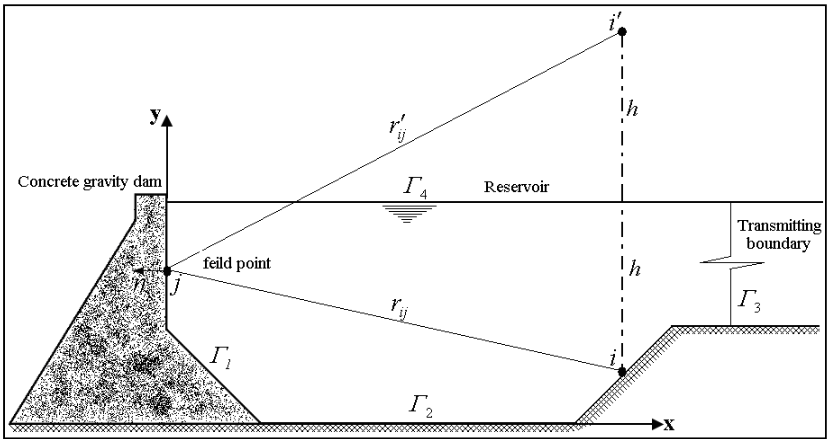


Fig. 1. Concrete gravity dam-reservoir domain and boundary element formulation parameters

2. Methodology

In this study, a new method for determination of hydrodynamic pressure on dams with different shape of reservoir under earthquake vibration is presented. The method is based on a combination of boundary

* Corresponding Author
E-mail addresses: fkalateh@tabrizu.ac.ir (Farhoud Kalateh).

elements and particular integrals. In the boundary element method the fundamental solution is selected independent of frequency and also satisfy the boundary condition in the free surface of the reservoir. Using this method and selecting the suitable boundary conditions leads to an integral equation which can be evaluated on the boundaries of the reservoir for modeling the phenomenon of wave radiation from the upstream boundary of the reservoir and wave refraction from the bottom of the reservoir. For numerical solution of the integral equation the weighted residual method has been used and based a series of equilibrium dynamic equations will result which can be solved by standard methods. In Fig. 1. depicted the computational domain of gravity dam-reservoir system and reservoir boundaries.

3. Results and discussion

The results of the analysis are compared with those obtained based on analytical solution presented by Tsai (Tsai, et al. 1992) that observed good agreement between. The effect of reservoir sediment absorption and reservoir slop on hydrodynamic pressure time history near bottom of dam are computed for a dam-reservoir system that showed in Fig. 2. (a), as shown in Fig. 2. (b), the slop of reservoir bottom has significant effect on hydrodynamic pressure distribution and as shown in Fig. 2. (c), with increases the absorption ratio of the reservoir sediment, hydrodynamic pressure decrease. Obtained results verify the ability and accuracy of developed boundary element method in the simulation of hydrodynamic distribution in the dam-reservoir systems.

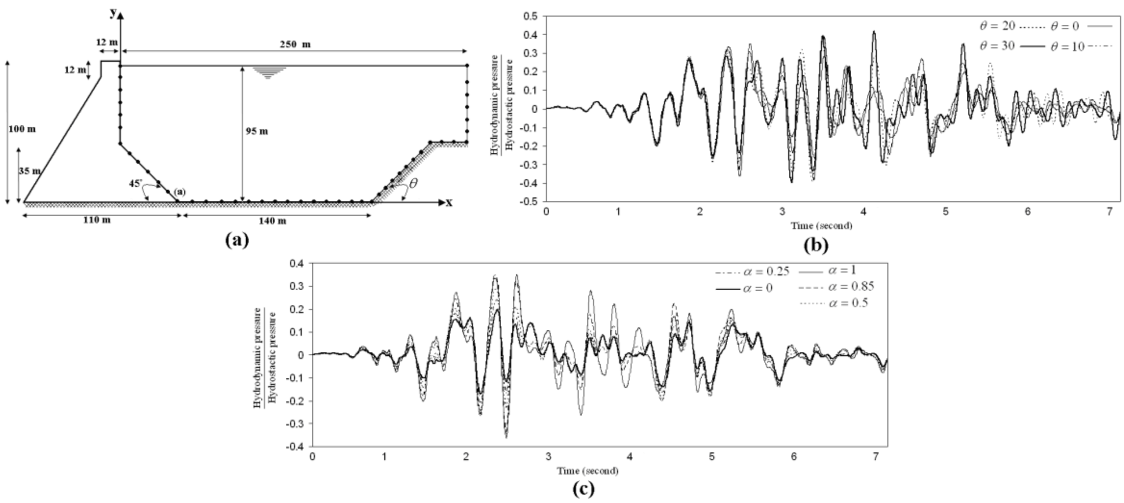


Fig. 2. a) gravity dam –reservoir dimension and boundary elements, b) Time history of hydrodynamic pressure near bottom of dam for different slop of reservoir bottom. c) Time history of hydrodynamic pressure near bottom of dam for different reservoir sediment absorption ratio

4. Conclusions

This study considers the new boundary element formulation of gravity dam –reservoir system subjected to earthquake. The results of the analysis are compared with those obtained from analytical solution. Obtained results show that above mentioned method for computing of hydrodynamic pressure has enough accuracy and workability. The comparison shows good agreement between two results. The effects of reservoir sediment absorption and reservoir bottom slop are also discussed. The results show that the geometry of reservoir bottom and the absorption effects of the reservoir sediment have major effects on the hydrodynamic pressure and the seismic behavior of gravity dam and should be considered in the dynamic analysis of gravity dam-reservoir systems.

5. References

Kucukarslan S, "Dynamic analysis of dam-reservoir-foundation interaction in time domain", Computational Mechanics, 2004, 33, 274-281.

Humar JL, Jablonski AM, "Boundary element reservoir model for seismic analysis of gravity dams", Earthquake Engineering Structural Dynamics, 1988, 12, 73-93.

Tsai CS, Lee GC, Yeh CS, "Time-domain Analysis of Three-Dimensional Dam-Reservoir Interactions by BEM and Semi-Analytical method", Engineering Analysis with Boundary Elements, 1992, 10, 107-118.