

پیش بینی شاخص تردی سنگ با استفاده از رگرسیون چند متغیره غیر خطی و درخت رگرسیون CART

مسعود سمائی^۱، مسعود رنجبرنیا*^۲ و مسعود زارع نقدهی^۳

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی ژئوتکنیک، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

^۲ استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

^۳ استادیار دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی همدان

(دریافت: ۹۶/۷/۱۵، پذیرش: ۹۷/۲/۸، نشر آنلاین: ۹۷/۲/۹)

چکیده

شاخص تردی (شکنندگی) سنگ یکی از مهم ترین پارامترهای مؤثر بر حفاری های زیرزمینی به ویژه در حفاری با ماشین (TBM) به حساب می آید که محاسبه دقیق این پارامتر برای طراحی های ژئوتکنیکی بسیار مهم و کاربردی است. در این مقاله، شاخص تردی سنگ با استفاده از دو روش رگرسیون چند متغیره غیر خطی و همچنین درخت رگرسیون CART بر روی پایگاه داده شامل ۴۸ ردیف داده ای از ۳۰ پروژه تونل سازی مختلف پیش بینی شده است. این پایگاه داده ای بازه قابل قبولی از اعداد را در بر می گیرد که شامل مقاومت فشاری، مشاومت کششی و وزن مخصوص انواع مختلفی از سنگ ها است. علاوه بر مقاومت تک محوری سنگ، مقاومت کششی برزلی و وزن مخصوص، جنس سنگ به عنوان پارامتر چهارم در ارائه معادله و توسعه درخت پیش بینی تردی سنگ لحاظ شده است. معادله پیشنهاد شده در این مطالعه دارای ضریب تشخیص $R^2=0/91$ و درخت رگرسیون توسعه داده نیز دارای ضریب تشخیص $R^2=0/94$ است. با توجه به اعمال جنس سنگ به صورت کد عددی در پیش بینی ها مشاهده شد که اعمال این کد نه تنها باعث کاهش دقت در پیش بینی ها نمی شود، بلکه باعث افزایش آن و باعث درک بهتری از معادلات و روش های پیش بینی نیز می شود.

کلیدواژه ها: شاخص تردی، شکنندگی، سنگ، رگرسیون چند متغیره، درخت تصمیم.

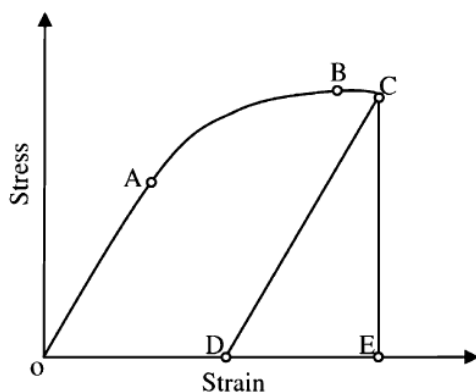
۱- مقدمه

Ramsay (۱۹۶۷)، زمان از بین رفتن چسبندگی داخلی سنگ را به عنوان شاخص شکنندگی آن تعریف کرد. Hukka و Das (۱۹۷۴)، برخی از پارامترها مانند مقادیر مربوط به زاویه اصطکاک داخلی، زمان تشکیل ترک و نسبت بالای مقاومت فشاری تک محوری به مقاومت کششی برزلی را نشان دهنده مقدار بالای شاخص شکنندگی در نظر گرفتند. Altindag (۲۰۰۲-۲۰۰۳)، پیشنهاد داد که از مقادیر نسبت مقاومت فشاری تک محوری سنگ به مقاومت کششی برزلی آن برای محاسبه غیر مستقیم شاخص تردی استفاده شود؛ او برای محاسبه شکنندگی از سطح زیر منحنی نمودار مقاومت فشاری به کششی استفاده کرد. در اواخر دهه ۱۹۶۰، آزمون نفوذ پانچ^۱ برای اندازه گیری مستقیم سختی و چقرمگی سنگ در آزمایشگاه معرفی شد (Handewith, ۱۹۷۰).

محاسبه شاخص تردی (شکنندگی) سنگ اهمیت اساسی در پروژه های مهندسی سنگ، از جمله سازه های زیرزمینی و دفن زباله های هسته ای دارد. با وجود این که شاخص تردی یکی از مهم ترین ویژگی های مکانیکی سنگ است؛ اما در حال حاضر اتفاق نظر جامعی برای توصیف یا اندازه گیری آن در جامعه مهندسی ژئوتکنیک وجود ندارد (Kaunda و Asbury, ۲۰۱۶). از حدود دهه ۱۹۶۰ محققان زیادی شاخص تردی را به صورت غیر مستقیم و با استفاده از روش های متفاوتی تعریف کرده اند. Schwartz (۱۹۶۴)، با انجام یک سری از آزمایش های سه محوری بر روی نمونه های دست نخورده سنگ نتیجه گرفت که انتقال رفتار سنگ از شکنندگی (تردی) به نرم شونده گی و شکل پذیری در نسبت تنش های اصلی حدود ۴/۳ اتفاق می افتد.

1. Punch penetretion test

* نویسنده مسئول؛ شماره تماس: ۰۴۱-۳۳۳۹۲۵۷۲

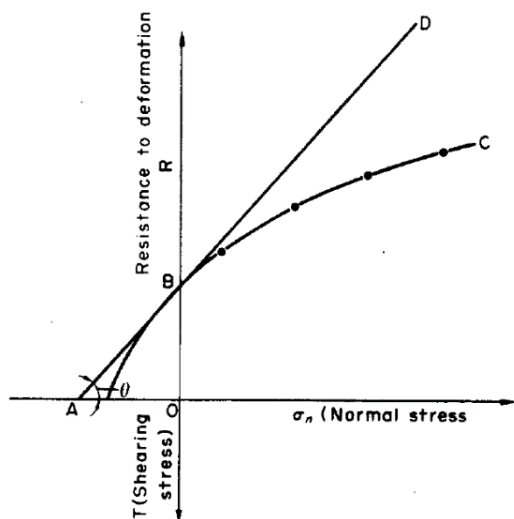


شکل ۱- نمودار تنش- کرنش سنگ برای تعیین میزان شاخص تردی (Das و Hucka، ۱۹۷۴)

- بر اساس پوش خرابی موهر که می‌توان با استفاده از معادله (۲) در نقطه $\sigma_n = 0$ محاسبه کرد (Das و Hucka، ۱۹۷۴) (شکل (۲)).

$$BI = \sin \varphi = \frac{\partial \tau / \partial \sigma_n}{\left(1 + \left(\frac{\partial \tau}{\partial \sigma_n}\right)^2\right)^{0.5}} \quad (2)$$

- روش‌هایی که برپایه نسبت مقاومت فشاری تک محوری و مقاومت کششی محاسبه می‌شوند (Altindag، ۲۰۰۲؛ Kahraman، ۲۰۰۲)
- استفاده از آزمون‌های خاص آزمایشگاهی مانند آزمون نفوذ پانچ، آزمون ضربه (impact) (Protodyakonov، ۱۹۶۳) و آزمون شکنندگی (Blindheim و Bruland، ۱۹۹۸).



شکل ۲- پوش خرابی موهر که نقطه B ($\sigma_n = 0$) برابر شاخص تردی سنگ در نظر گرفته شده است (Das و Hucka، ۱۹۷۴)

Szwedzicki (۱۹۹۸)، این آزمون را برای اندازه‌گیری سختی سنگ استفاده کرد و اظهار داشت که می‌توان از آن در پیش‌بینی برش‌پذیری سنگ استفاده کرد.

Yagiz (۲۰۰۶) نتیجه گرفته است که می‌توان از این آزمون به صورت مستقیم برای اندازه‌گیری نرخ نفوذ دستگاه TBM در سنگ سخت استفاده کرد.

یکی از مهم‌ترین پارامترهایی که بر روی تردی و سایر پارامترهای مکانیکی سنگ تأثیر بالایی دارد، جنس سنگ است (Liu و همکاران، ۲۰۰۵).

Williams و همکاران (۱۹۸۲)، جنس سنگ را به صورت "درجه بلورینگی، اندازه دانه‌ها، میزان دانه دانه بودن و ساختار یا رابطه هندسی بین اجزای سازنده سنگ"، تعریف کردند.

Liu و همکاران (۲۰۰۵)، با مطالعه بر روی ویژگی‌های میکروسکوپی دانه‌های سنگ نتیجه گرفتند که این ویژگی‌ها بر روی ویژگی‌های مکانیکی سنگ همانند مقاومت فشاری، مقاومت کششی و تردی سنگ تأثیر بالایی دارند، آنها اظهار داشتند که ارائه رابطه مستقیم بین ویژگی‌های میکروسکوپی سنگ و ویژگی‌های مکانیکی آن بسیار سخت است اما مشاهده کردند که نوع‌های مشابه سنگ با جنس مشابه دارای ویژگی‌های مکانیکی مشابه هستند.

بر این اساس، در این مطالعه با ارائه روابطی با استفاده از مدل چند متغیره غیر خطی و درخت رگرسیون CART به پیش‌بینی شاخص تردی سنگ پرداخته می‌شود که نسبت به مدل‌های ارائه شده قبلی توسط Yagiz (۲۰۰۹-۲۰۱۰)؛ Khandewal و همکاران (۲۰۱۶)، از دقت بیشتری برخوردار است. علاوه بر آن، از جنس سنگ نیز به عنوان عامل اساسی چهارم استفاده می‌شود.

۲- سابقه مطالعه بر روی شاخص تردی سنگ

به طور کلی تمامی روش‌های کلاسیک موجود برای محاسبه شاخص تردی سنگ را می‌توان در پنج دسته طبقه‌بندی کرد (Khandewal و همکاران، ۲۰۱۶):

- بر اساس کرنش: که بر مبنای کرنش برگشت‌پذیر و کرنش کل است و با استفاده از منحنی تنش- کرنش و با رابطه (۱) محاسبه می‌شود (Das و Hucka، ۱۹۷۴) (شکل (۱)).

$$\text{Brittleness} = \frac{\text{reversible strain}}{\text{total strain}} = \frac{DE}{OE} \quad (1)$$

- روش مبتنی بر انرژی برگشت‌پذیر: در شکل (۱)، حاصل تقسیم مساحت DGE (ناحیه برگشت‌پذیر) به مساحت OABCE (ناحیه برگشت‌ناپذیر) به عنوان تردی در نظر گرفته می‌شود (Das و Hucka، ۱۹۷۴).

علی‌رغم دقت بالا در پیش‌بینی شاخص تردی با توجه به این که نوع سنگ (که نشان‌دهنده بافت و ساختار آن است) را در نظر نمی‌گیرد پس نمی‌تواند به صورت جامع در آینده و در پروژه‌های مختلف ژئوتکنیکی مورد استفاده قرار گیرد (Yagiz, 2009); Khandewal و همکاران (2016)، نیز با ارائه رابطه جدیدی با استفاده از روش‌های برنامه‌ریزی ژنتیک^{۱۰} و رگرسیون چندگانه غیر خطی^{۱۱} برپایه مجموعه اطلاعات^{۱۲} مورد استفاده Yagiz (2009)، ارائه دادند.

۳- ساختار پایگاه داده (Data set)

در این مطالعه، مجموعه اطلاعات استفاده شده توسط Yagiz (2009)، مورد مطالعه قرار گرفت. همانطور که ذکر شد، این بانک اطلاعاتی، مشتمل بر ۴۸ ردیف اطلاعات و از ۳۰ پروژه تونل‌سازی است. البته در طی انجام مطالعه، به جهت کلاس‌بندی داده‌ها، ردیف‌های ۲۹ و ۴۸ مربوط به سنگ‌های meta-igneous (سنگ آذرین دگرگون یافته) و meta-sedimentary (سنگ رسوبی دگرگون یافته) به دلیل این که تنها یک مورد از این نوع سنگ‌ها وجود داشت حذف شدند و در کل از ۴۶ ردیف داده‌ای شامل سنگ‌های آذرین^{۱۳}، دگرگونی^{۱۴} و رسوبی^{۱۵} استفاده شدند. با استفاده از بسته نرم‌افزاری SPSS statistics 24 توصیفات آماری مربوط به دیتاست موجود به دست آمد که جدول شماره (۱) و شکل‌های (۳) تا (۶) نشان دهنده نتایج تحلیل آماری دیتاست موجود است.

جدول ۱- توصیفات آماری پایگاه داده استفاده شده در این

تحقیق

وزن مخصوص (KN/m ³)	مقاومت فشاری (MPa)	مقاومت کششی (MPa)	شاخص تردی (KN/mm)	
۲۵/۴۳	۱۲۳/۸	۷/۶۴۱	۲۷/۲۳	میانه
۲۵/۹	۱۱۵	۷/۱۰۰	۲۶/۸	متوسط
۲/۱۶	۷۰/۷۱	۳/۳۵۱	۹/۵۴	انحراف از معیار
۸/۴	۳۱۷/۵	۱۵/۵	۳۵	تغییرات
۲۰/۵	۹/۵	۲/۳	۱۰	مینیمم
۲۸/۹	۳۲۷	۱۷/۸	۴۵	ماکزیمم

آزمون نفوذ پانچ در اواخر سال ۱۹۶۰ برای اندازه‌گیری پارامترهای فیزیکی سنگ همانند سختی^۲ و چقرمگی^۳ سنگ توسعه داده شد، با وجود این، تاکنون هیچ روش استاندارد برای اندازه‌گیری این پارامترها ارائه نشده است (Szwedzicki, 1998; Handewith, 1970).

Ozdemir (2002) اظهار داشت که این آزمایش می‌تواند برای اندازه‌گیری تردی سنگ مورد استفاده قرار گیرد.

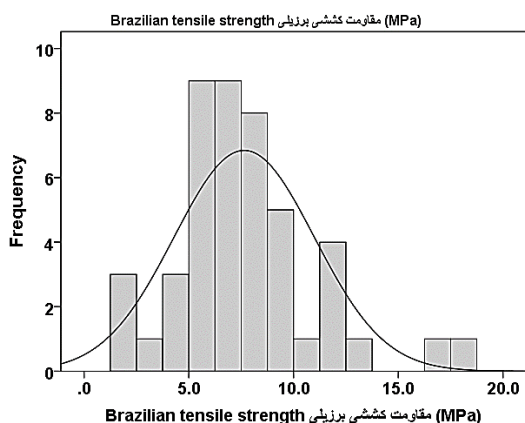
Yagiz (2006) اعلام کرد از نتایج این آزمون می‌توان برای اندازه‌گیری شاخص تردی سنگ که تأثیر بسیار زیادی در تخمین دقیق نرخ نفوذ^۴ دستگاه‌های حفاری مکانیزه تونل (TBM) در سنگ دارد به صورت مستقیم استفاده کرد. همچنین تأثیر شاخص تردی بر نرخ نفوذ توسط Gong و Zhao (2007)، مورد مطالعه قرار گرفت و مشخص شد با افزایش مقدار شاخص تردی سنگ، میزان نرخ نفوذ افزایش می‌یابد.

نتایج به دست آمده از حفاری در تونل کویینز^۵ با استفاده از دستگاه تمام مقطع حفاری (TBM) نشان داد که شاخص تردی به دست آمده از آزمون نفوذ پانچ در این تونل بالاترین همبستگی را با نتایج نرخ نفوذ این دستگاه در مقایسه با سایر پارامترها همانند مقاومت فشاری^۶ و فاصله ناپیوستگی‌ها^۷ دارد که نشان دهنده اهمیت نتایج شاخص تردی سنگ به دست آمده از آزمون نفوذ پانچ است (Yagiz, 2008). اما با توجه به هزینه بر بودن آزمایش نفوذ پانچ و همچنین عدم دسترسی به دستگاه در بسیاری از کشورها از جمله در ایران تلاش برای تخمین نتایج آزمون نفوذ پانچ با سایر پارامترهای در دسترس سنگ از جمله مقاومت فشاری (UCS)، مقاومت کششی برزیلی^۸، وزن مخصوص سنگ^۹ و پارامترهایی همانند، سرعت نفوذ امواج P و S (امواج اولیه و ثانویه) در سنگ (روش‌های غیر مخرب) و مدول الاستیسیته سنگ، در سال‌های اخیر مورد توجه محققین بوده است (Yagiz, 2010; Kaunda و Asbury, 2016; Yagiz, 2009; Khandewal و همکاران, 2016).

Yagiz (2009)، با استفاده از ۴۸ ردیف داده‌ای اندازه‌گیری شده با آزمون نفوذ پانچ برای شاخص تردی مربوط به ۳۰ پروژه تونل اجرا شده عمدتاً در آمریکا، معادله‌ای برای محاسبه شاخص تردی با استفاده از سه پارامتر مقاومت تک محوری سنگ، مقاومت کششی برزیلی و وزن مخصوص سنگ ارائه کرد، هدف از ارائه مدل چند متغیره غیر خطی پیش‌بینی نتایج آزمون نفوذ پانچ در محاسبه شاخص تردی بود. این معادله چند متغیره غیر خطی

9. Unit weight
10. Genetic programming
11. Nonlinear multiple regression
12. Dataset
13. Igneous
14. Metamorphic
15. Sedimentary

2. Hardness
3. Toughness
4. Penetration rate
5. Queens
6. Uniaxial compressive strength
7. Joint spacing
8. Brazilian tensile strength

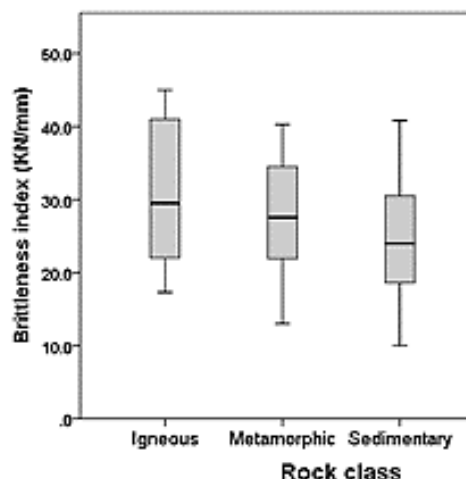


شکل ۶- نمودار توزیع نرمال مقاومت کششی برزیلی سنگ‌های موجود در دیتاست

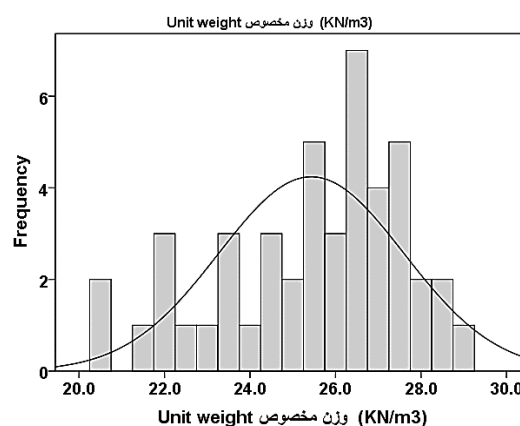
۴- تحلیل رگرسیون تک‌متغیره غیر خطی

Yagiz (۲۰۱۰)، با انجام یک سری از رگرسیون‌های تک‌متغیره خطی و غیر خطی شامل توابع نمایی^{۱۶}، توانی^{۱۷} و لگاریتمی^{۱۸}، بین سه پارامتر مقاومت فشاری تک محوری، مقاومت کششی برزیلی و وزن مخصوص نتیجه گرفت که تابع توانی^{۱۹} بالاترین همبستگی را بین سه پارامتر اصلی با شاخص تردی دارد. در این تحقیق با استفاده از نرم‌افزار متلب^{۲۰}، میزان همبستگی سه پارامتر اصلی با میزان شاخص تردی، تحلیل‌های غیر خطی تک‌متغیره با توابع توانی، نمایی و همچنین تابع درجه دوم^{۲۱} انجام گرفت. با توجه به جدول (۲) مشاهده می‌شود که تابع درجه دوم نسبت به سایر توابع از دقت بالاتری در برازش بر روی منحنی پارامترهای اصلی و شاخص تردی برخوردار است.

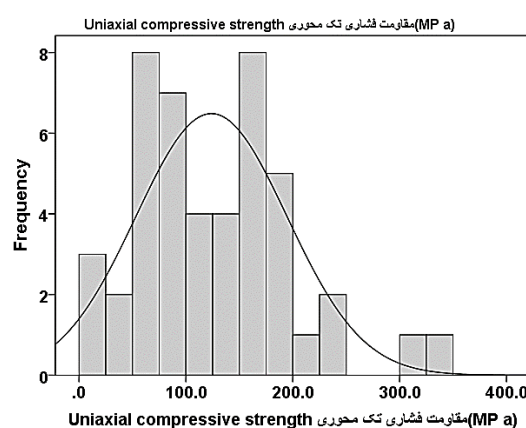
همانطور که در جدول (۲) و شکل (۷) ملاحظه می‌شود، مقاومت فشاری سنگ دارای بیشترین همبستگی با داده‌های شاخص تردی سنگ است و وزن مخصوص سنگ کمترین همبستگی را با شاخص تردی دارد. با توجه به شکل (۷) مشاهده می‌شود که در دیتاست موجود، تنها دو نمونه دارای مقاومت فشاری بالاتر از ۲۵۰ MPa هستند که مربوط به ردیف‌های ۴۶ و ۴۷، پایگاه داده‌ای Yagiz است که همین ردیف‌ها دارای مقاومت کششی برزیلی بالاتر از ۱۵ MPa هستند (شکل (۸)). از جدول (۲) ملاحظه می‌شود که منحنی درجه دوم بهترین برازش و همبستگی را بر داده‌های مقاومت فشاری و کششی دارد. با حذف این دو ردیف داده‌ای، مقاومت فشاری تک‌محوری همبستگی خطی با دقت $R^2=0.80$ و مقاومت کششی برزیلی همبستگی خطی با دقت $R^2=0.53$ را با شاخص تردی نشان می‌دهند که تفاوت



شکل ۳- نمودار جعبه‌ای توزیع شاخص تردی برای ۴ نوع سنگ موجود در دیتاست



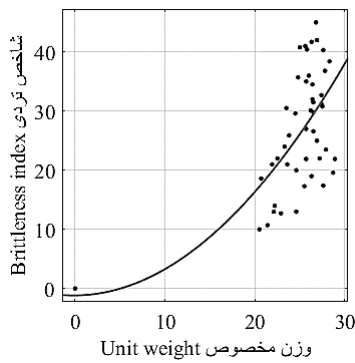
شکل ۴- نمودار توزیع نرمال وزن مخصوص سنگ‌های موجود در دیتاست



شکل ۵- نمودار توزیع نرمال مقاومت فشاری تک محوری سنگ‌های موجود در دیتاست

19. Power
20. Matlab
21. Quadratic

16. Exponential
17. Power
18. Logarithmic



شکل ۹- رگرسیون غیر خطی درجه دوم بین وزن مخصوص و شاخص تردی سنگ ($R^2=0.36$)

۵- تحلیل رگرسیون چند متغیره غیر خطی

در علم آمار رگرسیون غیر خطی چند متغیره نوعی از تحلیل- های رگرسیونی می باشد که داده های مشاهداتی با ترکیب توابع غیر خطی میان پارامترهای مستقل و وابسته مدل سازی می شوند (Jay و همکاران ۱۹۹۹، Milan ۲۰۱۳، Yagiz ۲۰۰۹)، یک معادله چند متغیره خطی برای پیش بینی شاخص تردی با سه پارامتر مقاومت فشاری تک محوری، مقاومت کششی برزیلی و وزن مخصوص سنگ معرفی کرد و اظهار داشت که این معادله برای شرایطی که دسترسی به دستگاه آزمایشگاهی همانند آزمون نفوذ پانچ وجود ندارد، قابل استفاده است:

$$BI_p = 0.198 \cdot \sigma_c - 2.174 \cdot \sigma_t + 0.913 \cdot \rho - 3.807 \quad (3)$$

در ادامه با ارائه یک معادله چند متغیره غیر خطی دقیق تر (معادله (۷))، میزان دقت در پیش بینی شاخص تردی را از $R^2=0.88$ به $R^2=0.89$ افزایش یافت (Yagiz، ۲۰۱۰):

$$BI = 0.0009\gamma^{2.72} + 0.61\sigma_c^{0.81} - 1.37\sigma_t^{1.13} + 5.45 \quad (4)$$

در مطالعه حاضر، با کلاس بندی داده ها از نظر نوع سنگ به سه دسته آذرین، رسوبی، دگرگونی، نوع این سنگ ها نیز در معادله پیشنهادی جدید وارد می شود. با توجه به جدول (۳)، برای هر کدام از این سنگ ها کد خاصی در نظر گرفته شده است.

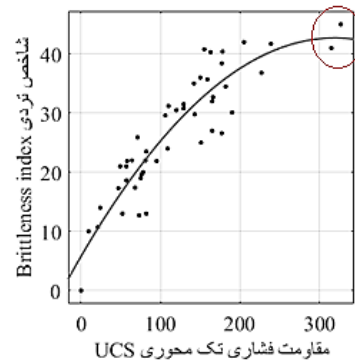
جدول ۳- کدهای مورد استفاده قرار گرفته برای سنگ های

موجود در دیتاست	
کد	نوع سنگ (RT)
۱	دگرگونی
۲	آذرین
۳	رسوبی

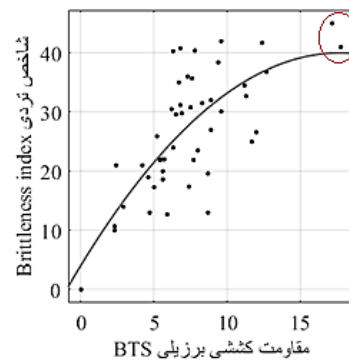
زیادی با مقدار همبستگی به دست آمده با منحنی درجه دوم ندارند، لذا برای نتیجه گیری نهایی در مورد رفتار خطی و یا غیر خطی شاخص تردی در مقابل تغییرات مقاومت فشاری و کششی به دیتاستی با محدوده وسیع داده ای نیاز است زیرا با توجه به شکل های (۳) و (۹) می توان دریافت که تنوع سنگ های به کار رفته و همچنین وزن مخصوص سنگ ها در این دیتاست محدود می باشند.

جدول ۲- نتایج آزمون رگرسیون ساده برای پارامترهای

پیش بینی شاخص تردی			
نمایی	توانی	درجه دوم	
۰/۶۶۴	۰/۷۹۷۵	۰/۸۳۱۵	مقاومت تک محوری
۰/۴۵۳۱	۰/۴۵۳۱	۰/۵۲۰۱	شاخص تردی
۰/۲۳۶۹	۰/۲۵۲۵	۰/۳۶۵۵	وزن مخصوص سنگ



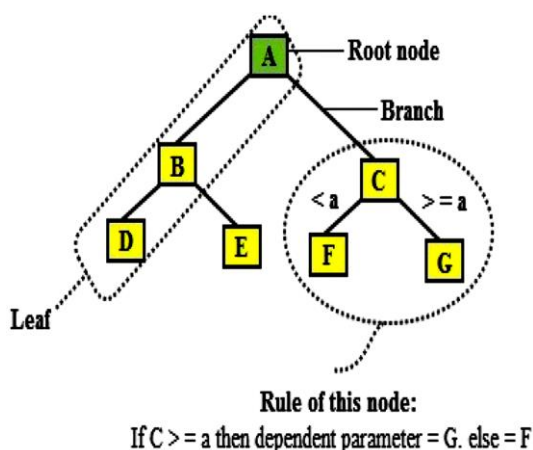
شکل ۷- رگرسیون غیر خطی درجه دوم بین مقاومت فشاری تک محوره سنگ و شاخص تردی سنگ ($R^2=0.83$)



شکل ۸- رگرسیون غیر خطی درجه دوم بین مقاومت کششی برزیلی و شاخص تردی سنگ ($R^2=0.53$)

درک تر است. مهم ترین کاربردهای درخت های تصمیم، در کلاس بندی و طبقه بندی و کاربردهای با هدف پیش بینی است که در مقایسه با روش های جعبه سیاه^{۲۴} مانند شبکه های عصبی مصنوعی (ANN)، به دلیل سادگی، تفسیر پذیری بالا و هزینه های پایین محاسبات اغلب مورد توجه قرار می گیرند. از انواع مختلف درخت های تصمیم می توان به درخت های CART (Classification and regression tree)، CHAID (Chi-squared automatic interaction detection)، E-CHAID (Exhaustive CHAID)، QUEST (Quick, unbiased, efficient statistical tree) و RFRC (Random forest regression and classification) و BTRC (Boosted tree classifiers and regression) اشاره کرد. در این میان، درخت CART به دلیل دقت بالا و عملکرد دقیق نسبت به سایر روش ها در علوم مختلف به ویژه در علوم مهندسی به صورت گسترده مورد استفاده قرار گرفته است. درخت CART توسط Breiman و همکاران در سال ۱۹۸۴ معرفی شد و بسته به این که متغیر وابسته به صورت متغیری کمی یا کیفی است می توان از آن به صورت (Classification tree) CT و یا RT (Regression tree) استفاده نمود.

درخت تصمیم در حالت کلی شامل گره های ریشه^{۲۳}، گره های داخلی^{۲۴} و گره های انتهایی^{۲۵} بوده که گره ریشه شامل تمامی دیتاست است و به دو زیر گره در سمت راست و چپ که در واقع هر گره نشان دهنده یک متغیر مستقل است، تقسیم بندی می شود. شاخه ها نشان دهنده محدوده خاصی برای متغیرها هستند. به مجموعه هر گره، ریشه، شاخه ها و گره داخلی، یک برگ گفته می شود (شکل (۱۱)).



شکل ۱۱- اجزای درخت تصمیم شامل گره ریشه، برگ، گره انتهایی و نحوه تفسیر هر شاخه درخت

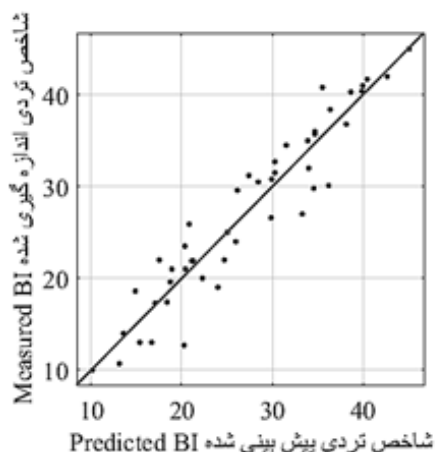
با توجه به جدول (۲) و در نظر گرفتن بهترین معادله برای رگرسیون ساده هر پارامتر، معادله جدید چند متغیره ای غیر خطی برای پیش بینی شاخص تردی ارائه می شود که عبارت (term) اول آن مربوط به نوع سنگ و کد مربوط به آن سنگ است:

$$BI = x(1) \times RT + x(2) \times \gamma^2 + x(3) \times \gamma + x(4) \times UCS^2 + x(5) \times UCS + x(6) \times BTS^2 + x(7) \times BTS + x(8) \quad (5)$$

برای حل معادله (۵) از الگوریتم ژنتیک که یکی از الگوریتم های تکاملی برای بهینه سازی و حل معادلات چند متغیره است، استفاده شد و در نهایت، بهترین معادله به صورت زیر به دست می آید:

$$BI = 1.733 \times RT + 0.0334 \times \gamma^2 - 0.506 \times \gamma - 1.87E - 05 \times UCS^2 + 0.2 \times UCS - 0.0543 \times BTS^2 - 0.964 \times BTS + 1.9826 \quad (6)$$

در معادله پیشنهادی برای پیش بینی شاخص تردی، قسمت اول معادله مربوط به نوع سنگ است که عدد مربوط به هر سنگ از لحاظ جنسیت در معادله قرار می گیرد. دقت این معادله ($R^2 = \text{Coefficient of determination}$) برابر با $R^2 = 0.91$ به دست آمد (شکل (۱۰)) که تاکنون بهترین تقریب برای پیش بینی شاخص تردی بر روی مجموعه اطلاعات Yagiz است.



شکل ۱۰- نمودار مقایسه ای (Cross-correlation) بین داده های واقعی و داده های پیش بینی شده برای معادله (۶) ($R^2 = 0.91$)

۶- درخت کلاس بندی و رگرسیون CART

یکی از محبوب ترین روش ها در داده کاوی، استفاده از درخت های تصمیم گیری است که نسبت به سایر روش ها، ساده تر و قابل

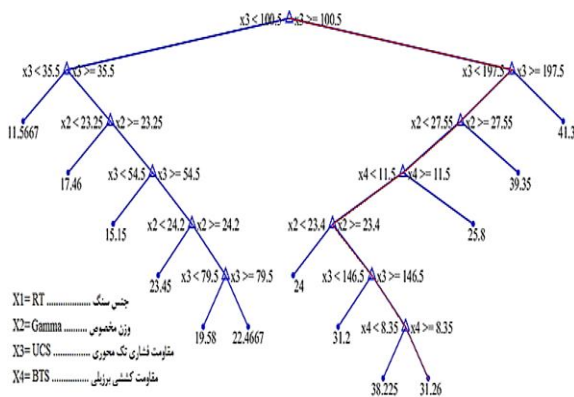
24. Interior

25. Terminal nodes

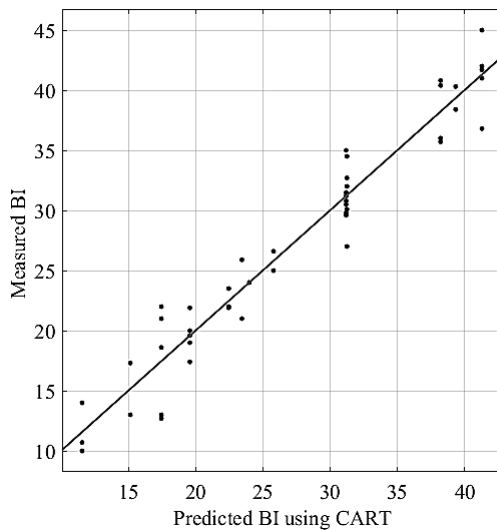
22. Black box

23. Root

برای تفسیر درخت رگرسیون به عنوان مثال با در نظر گرفتن $RT=1$, $\gamma=26.2$, $UCS=190$, $BTS=9.6$ مربوط به درخت رگرسیون (خط قرمز در شکل (۱۲)) به عدد $31/26$ به عنوان شاخص تردی دست می‌یابیم در حالی که این عدد در پایگاه داده برای مقادیر اندازه‌گیری شده واقعی $30/1$ است که مقدار باقی‌مانده و خطای موجود، قابل قبول برای پیش‌بینی می‌باشد. به طور کلی، مقدار دقت درخت رگرسیون برای تمامی داده‌های Yagiz (۲۰۰۹)، در حدود $R^2=0.9433$ به دست می‌آید (شکل (۱۳)).



شکل ۱۲- درخت رگرسیون (RT) پیش‌بینی شاخص تردی سنگ



شکل ۱۳- همبستگی بین داده‌های پیش‌بینی شده توسط درخت رگرسیون و مقادیر اندازه‌گیری شده شاخص تردی ($R^2=0.9433$)

۶-۱- درخت رگرسیون RT

در این تحقیق، با استفاده از نرم‌افزار Matlab، درخت رگرسیون جهت پیش‌بینی شاخص تردی، مدل‌سازی گردید. برای ارزیابی مدل به وجود آمده با مدل‌های قبلی و همچنین با مدل چند متغیره غیر خطی معرفی شده در بخش ۴، از اندیس DC (R^2 , Coefficient of determination) استفاده می‌شود. نتیجه به دست آمده برای درخت رگرسیون به صورت جدول (۴) و شکل (۱۲) است.

با مراجعه به جدول (۴) می‌توان برای هر داده جدید، عمل پیش‌بینی برای محاسبه شاخص تردی سنگ را انجام داد. همچنین شکل (۱۲) مدل ساده‌تر جدول (۴) است.

جدول ۳- قوانین if-then برای درخت رگرسیون پیش‌بینی شاخص تردی

if $x_3 < 100.5$ then node 2 else if $x_3 \geq 100.5$ then node 3 else 27.237	۱
if $x_3 < 35.5$ then node 4 else if $x_3 \geq 35.5$ then node 5 else 18.225	۲
if $x_3 < 197.5$ then node 6 else if $x_3 \geq 197.5$ then node 7 else 34.1692	۳
fit = 11.5667	۴
if $x_2 < 23.25$ then node 8 else if $x_2 \geq 23.25$ then node 9 else 19.4	۵
if $x_2 < 27.55$ then node 10 else if $x_2 \geq 27.55$ then node 11 else 32.4714	۶
fit = 41.3	۷
fit = 17.46	۸
if $x_3 < 54.5$ then node 12 elseif $x_3 \geq 54.5$ then node 13 else 20.2083	۹
if $BTS < 11.5$ then node 14 elseif $BTS \geq 11.5$ then node 15 else 31.7474	۱۰
fit = 39.35	۱۱
fit = 15.15	۱۲
if $\gamma < 24.2$ then node 16 elseif $\gamma \geq 24.2$ then node 17 else 21.22	۱۳
if $\gamma < 23.4$ then node 18 elseif $\gamma \geq 23.4$ then node 19 else 32.4471	۱۴
fit = 25.8	۱۵
fit = 23.45	۱۶
if $x_3 < 79.5$ then node 20 elseif $x_3 \geq 79.5$ then node 21 else 20.6625	۱۷
fit = 24	۱۸
if $x_3 < 146.5$ then node 22 elseif $x_3 \geq 146.5$ then node 23 else 32.975	۱۹
fit = 19.58	۲۰
fit = 22.4667	۲۱
fit = 31.2	۲۲
if $x_4 < 8.35$ then node 24 elseif $x_4 \geq 8.35$ then node 25 else 34.3556	۲۳
fit = 38.225	۲۴
fit = 31.26	۲۵

tunneling", Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2016, 8 (4), 533-540.

Khandelwal M, Shirani Faradonbeh R, Monjezi M, Jahed Armaghani J, Abd Majid M, Yagiz S, "Function development for appraising brittleness of intact rocks using genetic programming and non-linear multiple regression models", Engineering with Computers, 2017, 33 (1), 13-21.

Protodyakonov M, "Mechanical properties and drillability of rocks", Proceedings of the Fifth Symposium on Rock Mechanics, University of Minnesota, Minneapolis, US, 1967.

Ramsay J, "Folding and Fracturing of Rocks", McGraw-Hill, London, 1967.

Schwartz A, "Failure of rock in the triaxial shear test", 6th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS), American Rock Mechanics Association, 1964, 109-135.

Szwedzicki T, "Draft ISRM suggested method for determining the indentation hardness index of rock materials", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1998, 35 (6), 831-835.

Yagiz S, "A model for prediction of tunnel boring machine performance. Substructures and underground space. In Engineering geology for tomorrow's cities", The 10th International Association of Engineering Geologists Congress, 2006.

Yagiz S, "Utilizing rock mass properties for predicting TBM performance in hard rock condition", Tunnelling and Underground Space Technology, 2008, 23 (3), 326-339.

Yagiz S, "Assessment of brittleness using rock strength and density with punch penetration test", Tunnelling and Underground Space Technology, 2009, 24 (1), 66-74.

Yagiz S, Gokceoglu C, "Application of fuzzy inference system and nonlinear regression models for predicting rock brittleness", Expert Systems with Applications, 2010, 37 (3), 2265-2272.

۷- نتیجه‌گیری

در این مطالعه، با استفاده از دو روش رگرسیون غیر خطی چند متغیره و همچنین درخت رگرسیون (CART)، روابطی برای پیش‌بینی شاخص تردی (شکنندگی) سنگ ارائه شد. در این مدل - سازی‌ها، از جنس سنگ نیز به عنوان یک متغیر مستقل در روابط ارائه شده استفاده شد که در مدل‌های قبلی Yagiz (۲۰۰۹) و (۲۰۱۰)، در نظر گرفته نشده بود. با استفاده از اندیس آماری ضریب تشخیص (R^2) مدل‌های پیشنهادی از لحاظ دقت با یکدیگر و همچنین با مدل‌های غیر خطی چند متغیره Yagiz (۲۰۰۹) و (۲۰۱۰) مورد مقایسه قرار گرفت که در نهایت، نتیجه گرفته شد که از میان روش‌های موجود، درخت رگرسیون بهترین روش پیش - بینی کننده برای پیش‌بینی شاخص تردی سنگ است. با مراجعه به بخش ۲ ملاحظه می‌شود که مقاومت کششی و مقاومت فشاری در دیتاست مورد استفاده برای شاخص تردی، در محدوده وسیعی قرار دارد در حالی که تغییرات وزن مخصوص و یا جنس سنگ‌ها در بازه محدودی قرار می‌گیرند. لذا در تحقیقات آتی می‌توان با اضافه کردن داده‌های آزمون نفوذ پانچ برای سایر انواع سنگ‌ها، مدل‌های ارائه شده را در جهت یافتن مدل جامع و کامل توسعه داد.

۸- مراجع

Itindag R, "The evaluation of rock brittleness concept on rotary blast hole drills", South African Inst. Min. Metall, 2002, 102 (1), 61-66.

Altindag R, "The correlation of specific energy with rock brittleness concept on rock cutting", South African Institute of Mining and Metallurgy, 2003, 103, 163-171.

Blindheim O, Bruland A, "Boreability testing. Norwegian TBM tunneling 30 years of experience with TBMs in Norwegian tunneling", Norwegian Soil and Rock Engineering Association Publication, 1998, 11, 29-34.

Breiman L, Friedman JH, Olshen RA, "Classification and regression trees", stone, CJ. Chapman & Hall Co. 1968.

Gong Q, Zhao J, "Influence of rock brittleness on TBM penetration rate in Singapore granite", Tunnelling and underground space technology, 2007, 22, 317-324.

Handewith H, "predicting economic success of continuous tunnelling in hard rock", Canadian Mining and Metallurgical Bulletin, 2007, 63 (697), 595.

Hucka V, Das B, "Brittleness determination of rocks by different methods", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1974, 11 (10), 389-392.

Kahraman S, "Correlation of TBM and drilling machine performances with rock brittleness", Engineering Geology, 2002, 65 (4), 269-283.

Kaunda R, Asbury B, "Prediction of rock brittleness using nondestructive methods for hard rock

EXTENDED ABSTRACT

Prediction of the Rock Brittleness Index Using Nonlinear Multivariable Regression and the CART Regression Tree

Masoud Samaei ^a, Masoud Ranjbarnia ^{a,*}, Masoud Zare Naghadehi ^b

^a Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

^b Department of Mining Engineering, Hamadan University of Technology, Hamadan, Iran

Received: 07 October 2017; Accepted: 28 April 2018

Keywords:

Brittleness index, Rock, Nonlinear multivariable regression, Classification and Regression Tree (CART)

1. Introduction

From 1960s several attempts have been made to measuring the rock brittleness index BI. Schwartz (1964) using results of a series of triaxial tests on rock samples, stated that the rock's behavior from frangibility to ductility happens in 4.3 ratios of principal stresses. Altindag (2002; 2003) introduced a new method for prediction of the BI by the division of the uniaxial compressive strength (UCS) of the rock to Brazilian tensile strength (BTS). In the late 1960s punch penetration test (PPT) introduced by Handewith (1971) to measure some physical properties of rock sample related to hardness and toughness of rock. Yagiz (2006) stated that the PPT's results for measuring the BI have a very high correlation with TBM penetration rate. Although the PPT has very delightful results, application of this test is very expensive and needs much time as well.

Since 2002, researchers have made some efforts to predict the BI results acquired by PPT. Yagiz (2009) using 48 sets of 30 different tunnel rock's PPT test data, introduced a new linear multivariable equation for prediction of the BI. In that equation, 3 major rock's physical properties as UCS, BTS and unit weight were used. Also, Yagiz (2010) introduced a new nonlinear multivariable equation and improved the accuracy of prediction from $R^2=0.88$ to $R^2=0.89$. As well Khandewal et al (2016) developed a new equation using Genetic Programming (GP) based on Yagiz (2009) data with $R^2=0.90$, but none of these equations include the type of rock as a major factor that influences the BI. In the present study, the BI will be investigated by considering the rock type (or texture) as an important parameter, and a new nonlinear multivariable equation will be introduced. As well using a classification and regression tree (CART) a new attempt will be made to predict the PPT's result for the BI.

2. Methodology

In this study, the published dataset by Yagiz (2009) is used. The data set includes 48 rows of 30 different tunnel's data that mostly excavated in the U.S.A and the BI is acquired using punch penetration test (PPT). Statistical description of used data set using SPSS statics are gathered into the Table and Fig. 1.

3. Results and discussion

3.1. Simple regression analyze

Yagiz (2010) performed some simple regression analyses including Exponential, Power and Logarithmic regressions between the BI from punch penetration test and rock principal parameters; and stated that the power regression has the highest correlation between other regression functions. In this study aside from the power and exponential simple regressions, the Quadratic simple regression is performed using the Matlab

* Corresponding Author

E-mail addresses: masoud.samaei@gmail.com (Masoud Samaei), m.ranjbarnia@tabrizu.ac.ir (Masoud Ranjbarnia), mzare@hut.ac.ir (Masoud Zare Naghadehi).

software package; Results showed that the Quadratic function has the best correlation among the other functions. As stated by Yagiz (2009) and regarding Fig. 2 the UCS and the BTS have a nonlinear relationship with the BI, however, this relationship is through two data point that demonstrated in Fig. 2 which After elimination of them (with UCS=315, 327 and the BTS=17.8, 17.2; rows 46 and 47 in Yagiz (2009) dataset) the UCS and BTS shows linear relationship with the BI with the same coefficient of determination (R^2). So, to if the UCS and BTS have linear or nonlinear relationship with the BI, a bigger data set is needed.

Table 1. The statistical descriptive of parameters that used in this study

	Unit weight (KN/m ³)	UCS (MPa)	BTS (MPa)	BI (KN/mm)
Mean	25.433	123.880	7.641	27.237
Median	25.900	115.000	7.100	26.800
Std. Deviation	2.1633	70.7183	3.3518	9.5452
Range	8.4	317.5	15.5	35.0
Minimum	20.5	9.5	2.3	10.0
Maximum	28.9	327.0	17.8	45.0

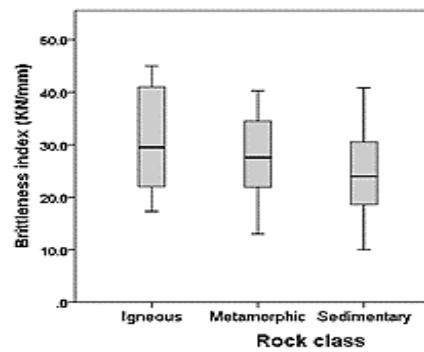


Fig. 1. The Box plot of the Brittleness index of used rocks

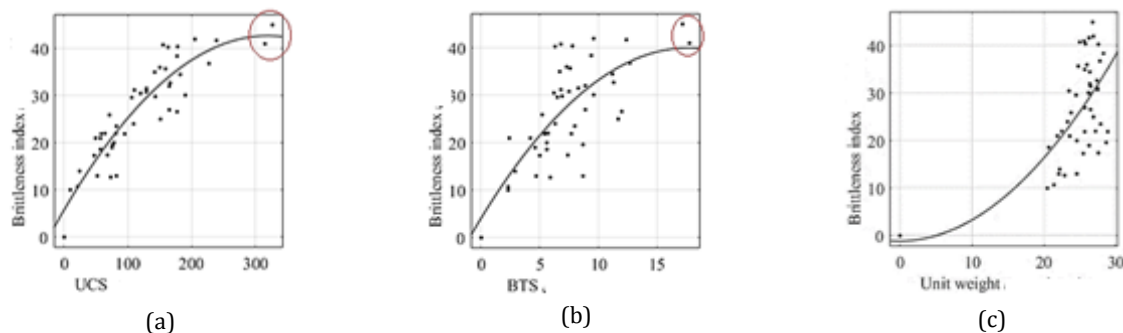


Fig. 2. Quadratic regression between the UCS, BTS and Unit weight and the BI with a) $R^2=0.83$ b) $R^2=0.53$ c) $R^2=0.36$

3.2. Nonlinear Multivariable regression analyze

Yagiz (2009) using the UCS, BTS and Unit weight, introduced a linear multivariable equation for prediction of the BI, also he (Yagiz, 2010) proposed a new nonlinear multivariable equation and improved the accuracy of the prediction from $R^2=0.88$ to $R^2=0.89$. In the current study, an attempt has been made to propose a new equation with higher accuracy. Moreover, it has been tried to engage the rock type into the equation using a rock code. For each type of rock, a code from 1 to 3 is given (Table. 2) and then, based on the Quadratic equation, a new multivariable equation is proposed, afterward, to solving and optimizing the equation, a Genetic Algorithm (GA) is applied. Finally the Eq. (1) with an accuracy of $R^2=0.91$ is achieved. Meanwhile, the first term of this equation is the rock type.

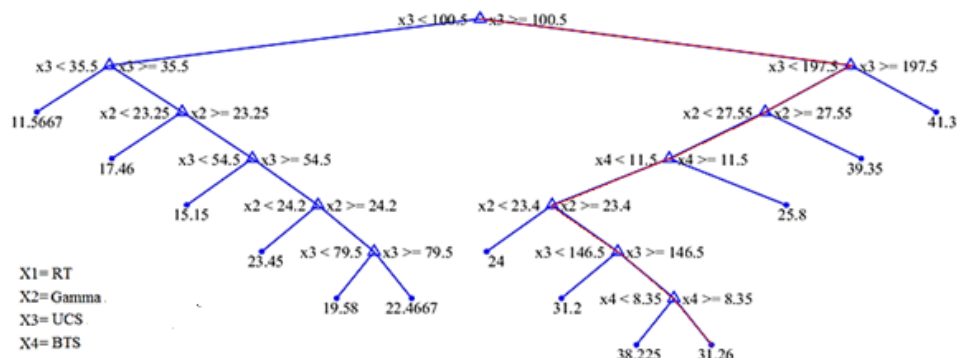
$$BI = 1.733 \times RT + 0.0334 \times \gamma^2 - 0.506 \times \gamma - 1.87E - 05 \times UCS^2 + 0.2 \times UCS - 0.0543 \times BTS^2 - 0.964 \times BTS + 1.9826 \quad (1)$$

Table 2. Different codes that are usable in Eq. (1) for each rock

Rock Type	Metamorphic	Igneous	Sedimentary
Code	1	2	3

3.3. Classification and regression tree (CART)

The classification and regression tree (CART) is one of the most popular techniques in data mining. This technique among the other machine learning techniques and artificial intelligence methods is more understandable, interpretable and practical. The CART includes a classification tree (CT) and a regression tree (RT). In this study using the Matlab software package, the regression tree (RT) applied on the BI's data. The generated model's result shows the accuracy of $R^2=0.9433$, that this approach has the highest correlation between the actual measurements of the BI and the predicted BI. The RT's interpretation is so simple, for example to find the BI for the given rock's properties as $RT=1$, $UCS=190$, $BTS=9.6$ and $\gamma=26.2$, after following the branches (red lines on tree), the tree shows $BI=31.26$ (see Fig. 3) whereas the actual value is $BI=30.1$, so the residual is negligible and the predicted value is acceptable.

**Fig. 3.** The developed CART Regression tree to predict the BI

4. Conclusion

In this study, using classification and regression tree (CART) and the nonlinear multivariable regression, two popular techniques in the data mining, the Brittleness Index (BI) values that achieved using punch penetration test (PPT) is predicted. Comparison between the gained results with the previous studies results shows that the CART model with $R^2=0.94$ is in the first rank of the all proposed methods. The nonlinear multivariable equation that proposed in this study with $R^2=0.91$ is in the second rank. Meanwhile, the predictions consist the rock's type as an important variable effect on the BI's result. However, due to the shortage of data, the proposed models do not cover a wide range of different rocks.

5. References

- Altindag R, "The evaluation of rock brittleness concept on rotary blast hole drills", South African Inst. Min. Metall, 2002, 102 (1), 61-66.
- Altindag R, "The correlation of specific energy with rock brittleness concept on rock cutting", South African Inst. Min. Metall, 2003, 103, 163-171.
- Handewith J, "predicting economic success of continuous tunnelling in hard rock", Canadian Mining and Metallurgical Bulletin, 2007, 63 (697), 595.
- Khandelwal M, Shirani Faradonbeh R, Monjezi M, Jahed Armaghani J, Abd Majid M, Yagiz S, "Function development for appraising brittleness of intact rocks using genetic programming and non-linear multiple regression models", Engineering with Computers, 2017, 33 (1), 13-21.
- Schwartz A, "Failure of rock in the triaxial shear test", 6th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS), American Rock Mechanics Association, 1964, 109-135.
- Yagiz S, "A model for prediction of tunnel boring machine performance. Substructures and underground space. In Engineering geology for tomorrow's cities", The 10th Int. Association of Engineering Geologists Congress, 2006.
- Yagiz S, "Assessment of brittleness using rock strength and density with punch penetration test", Tunnelling and Underground Space Technology, 2009, 24 (1), 66-74.
- Yagiz S, Gokceoglu C, "Application of fuzzy inference system and nonlinear regression models for predicting rock brittleness", Expert Systems with Applications, 2010, 37 (3), 2265-2272.