# تحلیل کشسان- مومسان پی پوستهای نواری تاشده وارون بر روی خاک ماسهای

کیهان ساجدی'، جعفر بلوری بزاز\* ً و محمدرضا رضایی پژند ؓ

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری خاک و پی، گروه عمران، دانشگاه فردوسی مشهد ۲ دانشیار گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد ۳ استاد گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

(دریافت: ۹۵/۲/۲۶، پذیرش: ۹۵/۱۱/۹، نشر آنلاین: ۹۵/۱۱/۱۰)

### چکیدہ

امروزه برتری اقتصادی استفاده از پیهای پوستهای و همچنین افزایش ظرفیت باربری این نوع پیها در صورت اجرای وارون، باعث گسترش تحقیق و پژوهش بر روی پی پوستهای وارون گشته است. در سالهای اخیر، پژوهشهای زیادی بر روی پیهای پوستهای با شکلهای مختلف انجام شده است. شالیگرام در سال ۲۰۱۱ و Rinaldi در سال ۲۰۱۲ تحقیقات وسیعی بر روی پی پوستهای تاشده وارون انجام دادهاند. Rinaldi عملکرد پی پوستهای معکوس و مستقیم نواری را در خاک ماسهای با تحلیل آزمایشگاهی و عددی مورد بررسی قرار داد. بر پایه پژوهشهای انجام گرفته توسط Rinaldi و نیز سخت میکوس و مستقیم نواری را در خاک ماسهای با تحلیل آزمایشگاهی و عددی مورد بررسی قرار داد. بر پایه پژوهشهای انجام گرفته توسط Rinaldi و نیز سخت میدوس و مستقیم نواری را در خاک ماسهای با تحلیل آزمایشگاهی و عددی مورد بررسی قرار داد. بر پایه پژوهشهای انجام گرفته توسط Rinaldi و نیز سخت میونده همگن خاک ماسهای واقع در زیر پی نواری پوستهای تاشده در نرمافزار Rinald مدل گردید. در تحقیق پیش روی از سطح تسلیم مور-کلمب استفاده شده است و اثر تغییر پهنای پی در افزایش باربری و نحوه توزیع نیروهای داخلی ایجاد شده در پی بررسی میگرده، همچنین دوازده الگوی بهندسی با ضخامت و پهنای متنوع به کار می رود. بیش از ۲۴۰ تحلیل غیر خطی مغتلف برای این گونه پی پوستهای انجام شده و رابطه تحلیلی ظرفیت باربری به دست آمده از تعقیق Rinaldi با نتیجههای تحلیلهای عددی این پژوهش مقایسه خواهد شد. یافتههای این مقاله آشکار می کند که افزایش بربری به دست آمده از تحقیق Rinali با نتیجههای تحلیلهای عددی این پژوهش مقایسه خواهد شد. یافتههای این مقاله آشکار می کند که افزایش مینسی پوستهای باعث افزایش ظرفیت باربری می گردد و افزایش ضخامت آن تأثیر چندانی در افزایش ظرفیت باربری ندارد. تنشهای تماسی خاک در مجاور پوسته غیر یکنواختند. ظرفیت باربری می گرد و افزایش ضخامت آن تأثیر چندانی در افزایش ظرفیت باربری ندارد. در ماماسی خاک مر مجاور پوسته غیر یکنواختند. ظرفیت باربری می گرد و کش سان کامل نزدیک به مقدار رابطه تحلیلی ارائه شده توسط دیگر محققین و مر خواه شرارائه خواهد شد.

**کلیدواژهها:** پی پوستهای تا شده وارون، تحلیل کشسان- مومسان، سطح تسلیم مور- کلمب، سخت شونده همگن و ظرفیتباربری.

### ۱– مقدمه

با وجود استفاده بسیار طولانی از پوستهها در سقفها، آنها در خانواده پیها، سازههای تازه وارد محسوب می شوند. از زمانی که کاندلا نخستین پی سطحی پوستهای را در مکزیک استفاده نمود تنها پنج دهه می گذرد. برتری اقتصادی استفاده از پوستهها در پی با افزایش بار ستونی و کاهش تنش مجاز خاک بیشتر می شود. در خاک با مقدار تنش مجاز کم، پوستهها جایگزین خوبی برای پی-های سطحی خواهند بود. پژوهش ها نشان می دهند که وارون اجرا مای سطحی خواهند بود. پژوهش ها نشان می دهند که وارون اجرا کردن پوسته ها در پی به بالا بردن ظرفیت باربری کمک می کند (Kurian، ۲۰۰۶). پژوهشگران ظرفیت باربری بیشتر موجود پوسته ای در آزمایش های خود را وابسته به اصطکاک بیشتر موجود در سطح پایه پی پوسته ای می دانند. پیهای پوسته ای به خاطر

شکل مورب، سطح تماس بیشتری با خاک دارند. در نتیجه، این گونه پیها بار بیشتری نسبت به پی تخت تحمل می کنند. پیهای پوسته ای به شکلهای مختلف مانند: مخروطی، کروی، استوانه ای، تاخورده، سهمی، هذلولی و هرمی طراحی و اجرا می گردند (Alraziqi، ۲۰۰۶). پژوهشهای نظری و آزمایشگاهی وابسته به ویژگیهایی مانند تنش، کرنش و تغییر شکل پرداخته اند. تاکنون از روشهای اجزای محدود، تفاوت محدود و رابطههای تحلیلی برای تحلیل پیهای پوسته ای بهره جسته اند. پژوهشهای زیادی انجام پذیرفته است. در سال ۱۹۹۰، Abdel-Rahman و hanna به بررسی رابطههای سنتی ظرفیت باربری پی پوسته ای تا شده بر روی ماسه پرداختند. آنها با تغییر زاویه رأس، رابطهای را برای

<sup>\*</sup> نویسنده مسئول؛ شماره تماس: ۰۹۱۵۵۱۶۴۲۱۰

آدرس ایمیل: ms\_keyhan@yahoo.com (ک. ساجدی)، bolouri@um.ac.ir (ج. بلوری بزاز)، rezaiee@um.ac.ir (م. ر. رضایی پژند).

ظرفیت باربر ری پیهای پوستهای هشت شکل پیشنهاد کردند (Addi Rahma و Abdel-Rahma). همچنین، ایشان اثرهای ژئوتکنیکی پوستههای مخروطی و تاخورده را بر روی ماسه با تراکمهای مختلف بررسی نمودند. این پژوهشگران، اثر افزایش عمق پی را در افزایش ظرفیت باربری مطالعه کردند. آنها نتیجه گرفتند افزایش عمق پی باعث افزایش ظرفیت باربری پی می گردد Maharaj ۲۰۰۰ ایر امطالعه کرد. در این تحلیل، اثر ترکیبی پی پوستهای و شمع را مطالعه کرد. در این تحلیل، اندرکنش خاک و سازه و اثر افزایش ضریب کشسانی خاک بررسی شد.

Maharaj سطح تسلیم در اکرپراگر را درحالت کشسان-مومسان، به کار گرفت. در این پژوهش با افزایش ضریب کشسانی خاک ظرفیت باربری افزایش یافت. استفاده ترکیبی پی پوستهای و شمع باعث افزایش ظرفیت باربری گردید (Maharaj). در سال ۲۰۰۵، محققین اثر نوع بارگذاری با خروج از محوریت را در شکلهای مختلف پوسته بر روی خاکهای اصطکاکی و چسبنده مورد بررسی قرار دادند. این پیهای کروی، مخروطی و سهمی گونه بودند که به صورت سخت، الگوسازی آزمایشگاهی و عددی شده بودند. در این پژوهش، از رفتار کشسان- مومسان كامل مصالح و سطح تسليم مور- كلمب بهره جستند. كاهش ظرفیت باربری در اثر نوع بارگذاری با خروج از محوریت از نتایج این تحقیق به شمار می رود (Kurian و همکاران، ۲۰۰۵). در ادامه محققین تحلیل غیر خطی کشسان را برای پیهای نواری و منفرد بر روی خاک ماسهای اشباع انجام دادند. آنها افزایش ظرفیت باربری پی، بر اثر اضافه شدن لبه به انتهای پی پوستهای را با روش اجزای محدود بررسی کردند. اضافه شدن لبه به انتهای پی پوسته-ای باعث افزایش ظرفیت باربری پی گردید (Bujang و Thamer، .(7 . . 9

درسال ۲۰۰۸، محققین تأثیر خاک مسلح ماسهای را بر افزایش ظرفیت باربری پی پوستهای بررسی کردند. همچنین، آن-ها اثر افزایش ارتفاع پی را بر روی ظرفیت باربری ارزیابی نمودند. افزایش ارتفاع پی و استفاده از خاک مسلح باعث افزایش ظرفیت باربری پی پوستهای گردید (Esmaili و ۲۰۰۸، ۲۰۰۴).

آخرین تحقیقات بر روی پیهای پوستهای تا شده توسط Shaligram در سال ۲۰۱۱ و Rinald در سال ۲۰۱۲ انجام گرفته است. تأثیر عمق مدفون ژئوتکستایل بر تغییرات ظرفیت باربری پی نواری مثلثی بر روی ماسه لایهبندی شده مسلح بررسی گردیده که در نتیجه آن استفاده از پی مثلثی با زاویه رأس ۶۰ درجه و قرار دادن ژئوتکستایل در مجاورت پی و در ناحیه برش شعاعی پرانتال بهترین تأثیر در افزایش ظرفیت باربری را داشته است (Shaligram).

the Rinaldi عملکرد پی پوستهای معکوس و مستقیم را در خاک ماسهای با تحلیل آزمایشگاهی و عددی مورد بررسی قرار داد. همچنین تأثیر پی پوستهای ترکیب شده با FRP و تأثیر زاویه پوسته و ضخامت را بر روی هر دو حالت بررسی نمود. نتایج نشان داد استفاده از FRP، ۴۲ تا ۴۵ درصد ظرفیت باربری پی پوستهای واقع برروی خاک ماسهای را افزایش داده است و سطوح شکست با افزایش ضخامت و زاویه پوسته عمیق تر شده است. همچنین ظرفیت باربری پی معکوس تا ۲۸٪ بیشتر از پی مستقیم با همان فرفیت باربری پی معکوس تا ۲۸٪ بیشتر از پی مستقیم با همان ضخامت پی پوستهای معکوس، ظرفیت باربری بیشتر می گردد. تمرکز تنش در پی پوستهای معکوس بسیار کمتر از پی پوستهای ایستاده است (F NT ، Kinaldi).

با توجه به این که پژوهش Rinaldi، تنها تحقیقی است که بر روی پیهای پوستهای نواری صورت گرفته است، در این پژوهش از رابطه و ظرایب تحلیلی، ظرفیت باربری حاصله از نتایج تحلیل آزمایشگاهی و برنامهنویسیهای مربوط به آن استفاده شده است.

بر پایه پژوهشهای انجام گرفته می توان دریافت که کارهای پژوهشی فراوانی درباره پیهای پوستهای وجود دارد. زیرا، عامل-های زیادی در رفتار پیهای پوستهای مؤثر هستند که هنوز اثر آنها به طور کامل مشخص نشده است. باید افزود، بیشتر کارهای پژوهشی که تا کنون انجام پذیرفته است، در بازه رفتار کشسان می باشد. به سخن دیگر، رفتار کشسان- مومسان پی های پوسته ای نیاز به پژوهشهای دیگری دارد. در این مقاله، رفتار پیهای نواری پوستهای تاشده وارون زیر اثر بار یکنواخت بررسی می شود. دو الگوی رفتاری کشسان- مومسان کامل (EPP) و نیز سخت شونده همگن (IH) در خاک ماسه برای تحلیل انتخاب گردید. اثر تغییر ضخامت و پهنای الگوی معینی از این گونه پوستهها بر روی ظرفیت باربری و همچنین وضعیت تنشهای تماسی پی بررسی می شود. میزان نشست وظرفیت باربری نهایی پی پوستهای در خاک ماسه با الگوی کشسان- مومسان کامل و سخت شونده همگن با نتایج رابطه تحلیلی Rinaldi مقایسه خواهد شد. افزون بر اینها، محل و نیز مقدار بیشینه نیروهای محوری، برشی و لنگر خمشی در این گونه از پیهای پوستهای در قسمتهای مورب و افقی آن مورد بررسی قرار می گیرد.

# ۲- رابطه تحلیلی ظرفیت باربری

در سال ۲۰۱۲ ظرفیت باربری پی پوستهای تاشده وارون را در حالت نواری بر روی ماسه و با فرض پوش گسیختگی مرکب از دو بخش دایرهای و خطی و نیز با فرض گوه گسیختگی (۱) بررسی کرد (Rinaldi، ۲۰۱۲). لازم به ذکر است که، با توجه به متقارن بودن پی پوسته-ای وارون، نیمی از آن در شکل (۱) نشان داده شده است.





$$\alpha = \phi + (SR - 2)(\frac{\pi}{4} - \frac{2\phi}{3})$$
(1)

$$SR = \frac{\pi + 2\theta}{\pi} \tag{(7)}$$

در این رابطه ها، SR نسبت پوسته میباشد که اثر شکل پوسته را بر زاویه گسیختگی (*a*) مشخص میکند. سه حد برای (SR) وجود دارد. برای پیهای تخت (0=*θ*)SR و برای شمعها (90=*θ*) مقدار SR، دو و یک میباشد. برای پی پوسته ای وارون مقدارهای SR بین یک و دو میباشد. این مقدارها برای پیهای پوسته ای ایستاده بین صفر و یک است. عامل دیگر رابطه تحلیلی، ارتفاع گوه گسیختگی (H) میباشد که به قرار زیر حساب می شود.

$$H = D_f + b \tan \alpha + R \left[ \sin(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}) - \cos(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}) \right]$$
(7)

در این رابطه، R شعاع دایره، d نصف پهنای پی،  $\phi$ زاویه اصطکاک داخلی خاک و  $D_f$  عمق استقرار پی میباشد. در روش تحلیلی، تنش در محل تماس پی پوسته ای با خاک را یکنواخت می پندارند. همچنین، شرطهای ایستایی و حرکتی را برقرار می-کنند. مشخصه های خاک به وسیله عاملهای q، 22, 22, 22, 25و 6و 25 وارد تحلیل می شوند، که q، نسبت بین شعاع و نصف عرض پی است و 22, 22, 25 و 25, ثابتهایی هستند، که از روابط پیچیده ریاضی و با توجه به زاویه اصطکاک داخلی خاک، عرض پی و عمق گیرداری جهت به دست آوردن روابط تحلیلی ظرفیت باربری به دست می آیند. وی رابطه تحلیلی (۴) را برای Rinaldi بر روی پوستههای مثلثی وارون کوچک مقیاس، تحت بارگذاری بار یکنواخت پیوسته در محور تقارن پی و در ماسه متراکم، متوسط و شل و با خاکهایی با زاویه اصطکاک داخلی متفاوت آزمایش انجام داده است. وی براساس نتایج آزمایشگاهی و تحلیل عددی، رابطه تحلیلی ظرفیت باربری برای پی پوستهای وارون پیشنهاد کرده است. معمول ترین سطح گسیختگی مورد استفاده در نگرههای ظرفیت باربری متشکل از یک گوه خاکی است که بلافاصله زیر اساس پی قرار می گیرد. این گوه جسمی سخت بوده و در طول بارگذاری با پی حرکت می کند و در وضعیت کشسان باقی می ماند.

یک مارپیچ لگاریتمی در نقطه تقاطع محور تقارن پی و گوه کشسان خاکی ایجاد میشود. سپس، این مارپیچ لگاریتمی به یک سطح صاف متصل می گردد تا جایی که به سطح زمین برسد. مقطع پهنای پی پوستهای نواری و سطوح گسیختگی در شکل (۱) رسم میشوند. برای آسان ساختن روش تحلیلی، سطح گسیختگی به دو بخش دایرهای (ab) و صاف (bc) تبدیل می گردد. زیرا، این سطح گسیختگی باید شرطهای ایستایی و حرکتی را برای پیهای پوستهای برقرار کند.

سطح گسیختگی ساده شده برای تعیین ضریبهای ظرفیت باربری ( $R_q$  و  $N_q$  و  $N_q$ ) و ظرفیت باربری نهایی ( $q_u$ ) به کار می ود. برخی عوامل روش تحلیلی در ادامه معرفی می شوند. در رابطه تحلیلی Rinaldi روش تحلیلی در ادامه معرفی می شوند. در رابطه قائم را می سازند. همچنین،  $\alpha$  زاویه گسیختگی نام دارد که به نسبت پوسته (SR) و زاویه مقاومت برشی ( $\phi$ ) بستگی دارد. مقدار  $\alpha$  از رابطه زیر به دست می آید:

تعیین ظرفیت باربری نهایی (qu) ارائه کرد. براین پایه، ضریبهای ظرفیت باربری همانند زیر حساب می شوند (Rinaldi)، ۲۰۱۲).

$$q_u = cN_c + \gamma D_f N_q + \gamma b N_\gamma \tag{(f)}$$

$$N_c = \frac{1.5}{SR}(\zeta_{26}\rho + \tan\alpha) \tag{(a)}$$

$$N_q = \zeta_{22}(\zeta_{25}\rho + 1) \tag{(6)}$$

$$N_{\gamma} = \zeta_{22}(\zeta_{24}\rho^{2} + \zeta_{25}\rho \tan \alpha - \frac{1}{2}\tan \theta)$$
 (Y)

در رابطه تحلیلی Rinaldi، ضریبهای ظرفیت باربری به  $B_f = 2b$  عرض پی،  $\phi$ زاویه اصطکاک داخلی خاک،  $\gamma$  وزن مخصوص،  $D_f$  عمق استقرار پی، نسبت پوسته SR، زاویه گسیختگی  $\alpha$ ، زاویه پوسته  $\theta$  و چسبندگی خاک c بستگی دارد.

# ۳- مشخصههای پی پوستهای

الگوی کلی پیهای نواری پوستهای این مقاله، همانند شکل (۲) است، که با توجه به نمونه پیهای نواری وارون Rinaldi که تنها مرجع پی پوستهای معکوس نواری است اقتباس شده است.



شکل ۲- شکل هندسی پی پوستهای

دوازده الگوی هندسی با ضخامت و پهناهای متنوع همانند دادههای جدول (۱) در تحلیل به کار خواهد رفت. یادآوری می-کند. Abdel-Rahman و Hanna در سال ۱۹۹۸ و همچنین Shaligram در سال ۲۰۱۱ در پژوهشهای جداگانه دریافتند که در پوسته با زاویه ۶۰ درجه و درحالت معکوس، پیهای پوستهای بیشترین ظرفیت باربری را دارند. در نتیجه برای مقایسه با نتایج محققین و نتایج بهتر، در این مقاله از زاویه ۶۰ درجه و حالت معکوس بهرهجویی می شود. در شکل (۲) تصویر کامل پی پوسته-ای نواری مدل شده نشان داده شده است.

### ۴- شبکه اجزاء محدود

برای تحلیل عددی الگوهای پی از نرمافزار PLAXIS.v8.5 بر پایه روش اجزای محدود استفاده می شود. جزءهای به کار رفته سه پهلو ۱۵ گرهی خطی و الگوی پی، کرنش صفحهای میباشد. بر اثر اندرکنش خاک و سازه و برای جلوگیری از تمرکز تنش در محل تماس پی با خاک، از ضریب کاهش تنش نهایی Rf=۰/۹ بهرهجویی خواهد شد. شبکه بندی در ناحیه مجاور پی، بسیار ریز و در بقیه توده خاک، متوسط است. اندازه مش با توجه به مثلثی بودن آن، در قسمت مجاور یی، جهت افزایش دقت شبکه مش، نيم متر و ريزتر از آن است و درساير قسمتها از نيم تا يک متر است. در تحلیل از ۲۵۰ گام تکراری راهکار طول قوس در تحلیل بهرهجویی می شود و پی به حالت مومسان در می آید. در تحلیل غیر خطی سخت شونده در نرمافزار PLAXIS، کنترل تغییر مکان با نموی رشد بار از روش طول قوس صورت می گیرد. در تحلیل تغییر شکلها، برای اطمینان از عدم تأثیر مرزهای مدل و شرایط مرزی بر روی نتایج تحلیل و با توجه به اینکه، عمق تأثیر تنش در زیر پی ۵ الی ۱۰ برابر عرض پی است، ابعاد مدل مرزی به اندازه ۱۰ برابر عرض پی از طرفین و به اندازه ۸ برابر عمق پی از زیر پی در نظر گرفته شده است.

لدول ۱- مسخصةهای هندسی الخوی پی پوستهای
---

EA(kN)	$EI_{NL}(kN-m^2)$	$I_{NL}\left( cm^{4} ight)$	$A(cm^2)$	t (cm)	B=2b(cm)	الگو
٨٩٧٠	۶۸۹	1726779	2247/8	۱.	۵۰	١
٩٧۶٨	۲۲۸	1821801	2662/8	۱.	٧٠	٢
1.188	V41	1107871	2042/8	۱.	٨٠	٣
1.988	Y81	۱۹۱۰۰۵۹	21417	۱.	1	۴
۱۳۸۸۰	1174	۲۹۳۳۰۳۵	3461.10	۱۵	۵۰	۵
۱۵۰۸۰	1778	<b>W</b> • <b>9</b> • <b>9WT</b>	311.10	۱۵	٧٠	۶
1088.	178.	812.214	342.10	۱۵	٨٠	٧
1888.	1798	876.002	422.12	۱۵	1	٨
19.75	1789	4477898	۴٧۶٨/٨	۲.	۵۰	٩
2.212	188.	480.091	۵۱۶۸/۸	۲.	٧٠	١٠
21472	١٨٩۵	*727277	۵۳۶۸/۸	۲.	٨٠	11
۲۳۰۷۲	1949	****	۵۷۶۸/۸	۲.	۱۰۰	١٢



شکل ۳- شبکهبندی پی: الف) پیش از تغییر شکل، ب) پس از تغییر شکل

شرایط مرزی در قسمت تحتانی بدون تغییر مکان فرض شده است. درحالی که در سمت چپ و راست در راستای قائم دارای تغییر مکان آزاد و در راستای افق بدون آزادی حرکت میباشد. شکل (۳) شبکهبندی الگو را نشان میدهد. چون پی متقارن می-باشد، نیمی از آن شبکهبندی شده است.

### ۵- رفتار کشسان- مومسان خاک

با افزایش تنشهای خاک، حالت مومسان در آن پدید میآید. پاسخ رفتار کشسان- مومسان خاک با تحلیل نموی و تکراری پیدا میشود. روش سختی و راهکار اجزای محدود برای این گونه تحلیل به کار میروند. در هر گام تحلیل، به برپاسازی ماتریس سختی سازه ([S]) نیاز است. به کمک یک فرآیند تکراری، بر اثر بار نموی  $(\{\delta P\})$ ، نمو جابجایی  $(\{\delta D\})$ از حل دستگاه معادله خطی زیر به دست میآید:

$$[S]\{\delta D\} = \{\delta P\} \tag{A}$$

از نمو جابجاییها بهره میجویند و جابجاییها، کرنشها و تنشها را در هر گام حساب میکنند. هر چند شرطهای سازگاری و ایستایی با معادله (۸) برقرار میشوند، با وجود این، باید شرط سازگاری تنشها و سطح تسلیم را نیز برقرار کرد. رابطه غیر خطی تنش و کرنش سبب رفتار کشسان– مومسان خاک میشود. یک ویژگی برجسته این رفتار، باقی ماندن تغییر شکل دائم در خاک است. باید دانست، خاک زیر بار پس از گذشتن از مرز کشسانی هنوز هم مقاومت و توانایی تحمل نیروهای بیشتری را دارد. تحلیل کشسان– مومسان، تغییر شکلها و تنشهای وابسته و نیز بار تسیختگی را به دست میدهد. مرز کشسانی و مومسانی با یک تابع پنداشتی مشخص میشود. تابع یا معیار تسلیم بر پایه نامتغیرهای تنش چند محوری تعریف میگردد. نگره مور–کلمب، تابع تسلیم F را بر پایه تنشهای اصلی، زاویه اصطکاک ( $\phi$ ) و نریب چسبندگی () دراختیار میگذارد:

$$F = -\sigma_m \sin\phi + \frac{\sigma_q}{\sqrt{3}} \left[ \cos\theta - \frac{\sin\theta \sin\phi}{\sqrt{3}} \right] - C\cos\phi = 0$$
(9)

$$\sigma_m = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \tag{(1)}$$

$$\sigma_q = \sqrt{\left(\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]\right)}$$
(11)

$$\theta = \tan^{-1} \left| \frac{\sigma_1 - 2\sigma_2 + \sigma_3}{\sqrt{3(\sigma_1 - \sigma_3)}} \right|$$
(17)

کرنش برگشت ناپذیر مومسان رابطه تنش و کرنش خاک را پیچیده می کند. پس از به تسلیم رسیدن خاک، چگونگی تغییر سطح تسلیم در اثر گسترش مومسانی باید مشخص شود. این کار را قانون سخت شوندگی انجام می دهد. پس از تسلیم، قانون جریان رابطه کلی تنش و کرنش را مشخص می نماید. نمو کرنش مومسانی را عمود بر سطح تسلیم می پندارند. براین پایه، با تابع تسلیم F، تنش های کلی  $\{\sigma\}$ ، نمو کرنش مومسان  $\{\sigma_{38}\}$  و ضریب مومسانی  $\Lambda$ ، قانون جریان زیر بر پا می شود:

$$\left\{ \delta \varepsilon^{p} \right\} = \lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \tag{19}$$

در مصالح با رفتار کشسان- مومسان کامل، تغییر تنش مومسانی اثری بر سطح تسلیم ندارد. به سخن دیگر، افزایش کرنش مومسانی در تنش تغییری به وجود نمیآورد و سطح تسلیم همواره در جای نخستین خود بدون تغییر میماند. بر پایه قانون سخت شوندگی همگن، سطح تسلیم بر اثر تغییر شکل مومسان در همه جهتها به طور یکسان گسترش می ابد و تشابه خود را با معیار تسلیم نخستین حفظ می کند. افزون بر این دو، انتقال بدون دوران سطح تسلیم در فضای تنش، به گونهای که اندازه و

شکل معیار تسلیم عوض نشود، با قانون سختشوندگی پویا امکان-پذیر است. باید دانست، قانون سختشوندگی ترکیبی از جمع دو سخت شوندگی همگن و پویا به دست می آید.

ماتریس مواد  $(D_e]$  در ناحیه کشسان ثابت میباشد و تنشها را به کرنشها با قانون هوک به هم پیوند میدهد. نمو کرنش را به دو بخش کشسان و مومسان تجزیه میکنند. قانون هوک بخش کرنش کشسان را در اختیار میگذارد. تحلیل کشسان- مومسان از تابع تسلیم، قانونهای سخت شوندگی و جریان بهره میجوید و ماتریس کشسان- مومسان  $(D_{ep})$  را بر پا میسازد. این ماتریس نموهای تنش  $(\{\delta\sigma\})$  و کرنش  $(\{\delta\epsilon\})$  را به صورت زیر به هم پیوند میدهد:

$$\{\delta\sigma\} = [D]_{ep}\{\delta\varepsilon\} \tag{15}$$

$$[D]_{ep} = [D]_{e} - [D]_{e} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} [M]^{-1} \left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma} \right\}^{T} [D]_{e}$$
(1)

عاملهای مجهول  $\lambda$  و [M] در فرآیند تحلیل حساب می شوند. از ماتریس کشسان- مومسان در یافتن ماتریس سختی جزءها بهره می جویند. در فرآیند اجزای محدود، ماتریسهای سختی را بر روی هم سوار می کنند و ماتریس سختی سازه را به دست می آورند. در هر گام نموی، ماتریس سختی سازه را به کار می برند و جابجایی-های نموی را پیدا می کنند. اگر ماتریس کرنش با [B] و ماتریس سختی جزء با [S] مشخص شوند، ماتریس سختی جزء از تابع اولیه گیری در حجم جزء و به صورت زیر حساب خواهد شد:

$$[S]_e = \int [B]^T [D]_{ep} [B] dv \tag{19}$$

# ۶- مشخصات خاک زیر پی

ویژگیهای خاک در این پژوهش را، جدول (۲) به نمایش میگذارد. با توجه به انتخاب سطح تسلیم مور - کلمب توسط Rinaldi ، جهت مشابهسازی شرایط مدلسازی در این پژوهش با شرایط آزمایشهای انجام شده توسط الله منده توسط این نتایج و همچنین استفاده از روابط تحلیلی ارائه شده توسط این پژوهشگر، برای الگوسازی خاک از معیار تسلیم مور - کلمب بهره-پژوهشگر، برای الگوسازی خاک از معیار تسلیم مور - کلمب بهره-الاستوپلاستیک کامل میباشد. از آنجا که پیهای پوستهای توصیهای برای خاکهای سست از جمله ماسه شل میباشد و نشستهای آنی که مربوط به خاکهای دانهای میباشد انجام شده است و همچنین ساخت نمونههای یکسان و تراکم خاک رس در مخازن آزمایشگاهی بسیار سخت میباشد، لذا از خاک ماسهای یکنواخت استفاده گردیده است. جهت یکسانسازی نتایج از مشخصههای خاک Rinaldi در تحلیل استفاده میشود.

جدول ۲- ویژگیهای خاک زیر پی

یکا	مقدار	ويژگىھا
kN/m <sup>3</sup>	١٢	وزن واحد غير اشباع
kN/m <sup>3</sup>	١٨	وزن واحد اشباع
m/day	١	ضريب نفوذپذيرى
kN/m <sup>2</sup>	4	ضریب یانگ
-	۰ /٣	نسبت پواسون
kN/m <sup>2</sup>	•/••١	ضریب چسبندگی
درجه	٣٣	زاويه اصطكاك
درجه	٢	زاويه اتساع

۷- صحتسنجی روش عددی در برابر فن تحلیلی

پاسخهای عددی این مقاله نشان میدهد، با افزایش بار گذاری گوه صلب تشکیل شده در زیر پی بر خلاف فرضیات روابط تحلیلی ارائه شده خطی نبوده و منحنی است. همچنین، دو گوه صلب یکی از محل انتهای فوقانی پی و دیگری از محل تلاقی قسمت افقی و مورب پوسته در زیر پی ایجاد می شود. گوه صلب کوچکتر در امتداد شیب قسمت مورب پی است و گوه صلب بزرگتر به صورت منحنی و عمق حدود دو برابر گوه نخست میباشد. با افزایش بارگذاری گسترش این گوه عرضی نبوده و به سوی عمق میباشد. در الگوی کشسان- مومسان کامل، چون تنش کشسان در خاک بدون سخت شوندگی به مومسان کامل تبدیل می شود و با توجه به تنشهای کششی موجود در سطح خاک، نقطههای مومسان در این سطح یدید میآید. از سوی دیگر، در الگوی سختشونده گوه صلب کشسان در زیر پی به شکل محسور شده در پوش گسیختگی مومسان به وجود نمی آید. نقطههای مومسان با افزایش بار از زیر پی به طرفین پی گسترش مییابد. در مدل سخت شونده در مدل رفتاری موهر کولمب به دلیل ماهیت رفتاری این نوع پیها نرم شوندگی ناشی از تسلیم در خاک در این پژوهش رخ نداده است.



شکل ۴– مقایسه ظرفیت باربری پی پوستهای وارون با افزایش عرض پی

جدول ۳- عوامل ظرفیت باربری نهایی پی پوستهای وارون در رابطه تحلیلی Rinaldi							
$\gamma (kN/m^2)$	$D_f$	D	θ	$N_c$	$N_q$	$N_{\gamma}$	
١٨	•/٨	•	۶.	۴۷	٣٢	٣٢	

درصد اختلاف ظرفیت باربری مدل رفتاری Rinaldi و IH	درصد اختلاف ظرفیت باربری مدل رفتاری Rinaldi و EPP	مدل رفتاری IH	مدل رفتاری EPP	رابطه تحلیلی Rinaldi	عرض پی (cm)
7.19		V14	478	۶۰۲	۵۰
/.۲۴	۲ <u>/</u> ۱۶	YAI	۵۳۰	831	۶.
/.YA	`/ <b>.</b> ۶	٨۴۶	۶۲۰	<b>99</b> .	٧٠
۲ <b>.۳۱</b>	·/.•	9.7	۶۸۹	۶۸۹	٨٠
<u>/۲</u> ۰	'/.Y	٩٣٣	٧٧٠	۷۱۸	٩٠
//٢٩	<u>٪</u> ۱۳	9 <i>88</i>	አኖ٣	141	١٠٠
/.YY	<u>٪</u> ۱۲		لتوسط درصد اختلاف	مقدار ہ	

جدول ۴- مقایسه ظرفیت باربری پی پوستهای در عرض پی در سه مدل رفتاری

جهت صحتسنجی مدلسازی انجام شده، نتیجههای ظرفیت باربری بیشینه پی پوستهای وارون با تحلیل اجزای محدود بر پایه خاک دارای سخت شوندگی همگن (IH) و نیز با خاک دارای رفتار کشسان- مومسان کامل (EPP) با روابط ارائه شده تحلیلی Ninaldi در زاویه پوسته ۶۰ درجه مقایسه گردید. همچنین پارامترهای تعیین ظرفیت باربری نهایی در جدول (۳) می آید. نمودار شکل (۴) مقایسه ظرفیتهای باربری را در این سه حالت نشان میدهد.

مطابق شکل و جدول (۴)، تنش نهایی بیشینه ایجاد شده در مرکز پی با پاسخهای تحلیلی Rinaldi تفاوت دارد. با وجود این، نتایج پژوهش عددی بر پایه رفتار کشسان - مومسان کامل به پاسخهای وی نزدیکتر است. این مقایسه نشان می دهد در خاک-های با زاویه اصطکاک بالا (۳۰ تا ۴۰ درجه) مقادیر به دست آمده از رابطههای تحلیلی Rinaldi با پاسخهای تحلیل اجزای محدود این مقاله، در حالت سختشوندگی همگن، اختلاف ۲۰ تا ۳۰ درصدی دارند. بر پایه شکل (۴)، ظرفیت باربری پی در خاک سخت شونده همگن تا سی درصد بیش از روابط تحلیلی است. ظرفیت باربری در خاک کشسان- مومسان کامل، به دلیل فرض-های مشابه رابطه تحلیلی و الگوی عددی پاسخهای نزدیکتری به آن دارد و در پهناهای ۷۰ و ۸۰ سانتیمتری تقریباً یکسان است، لذا الگوی سختشونده همگن الگوی مناسبی برای نتیجه گیری از تحلیل عددی نیست و بهتر است از تحلیل عددی با روش کشسان- مومسان کامل استفاده شود. چنانچه در جدول شماره (۴) دیده می شود؛ اختلاف رابطه تحلیلی Rinaldi با مدل رفتاری کشسان- مومسان کامل ۱۲٪ و با مدل رفتاری سخت شونده ۲۷٪ است. با وجود این، در کلیه الگوها با افزایش پهنای پی ظرفیت باربری افزایش می یابد. این افزایش در تحلیلهای اجزای محدود غیر خطی و در رابطه Rinaldi خطی است. در شکل (۵) گستره

توده مومسانی برای الگوی شماره ۴ با افزایش بارگذاری از بار ۵ تا ۱۶۰ کیلونیوتن بر متر به تصویر کشیده می شود. در رفتار کشسان – مومسان کامل، خاکهای سطحی، گسیختگیهای موضعی و از نوع کششی دارند.

با افزایش نیرو، گسترش ناحیه مومسان در نزدیک پی، عمیق-تر شده و گوه دومی در زیر گوه یکم تشکیل می گردد. این عمق تا ۳ برابر عمق مدفون پی میرسد. عمق گوه گسیختگی در تحلیل عددی خاک کشسان- مومسان کامل از عمق گوه گسیختگی رابطه Rinaldi بیشتر است. وی تنش تماسی را یکنواخت می-پندارد و گوه را خطی فرض میکند، در نتیجه، عمق گوه گسیختگی Rinaldi کمتر از مقدار حقیقی به دست میآید. در شکل (۶) گسترش سختشوندگی خاک برای الگوی شماره ۴ با افزایش بارگذاری با رنگ تیره به تصویر کشیده شده است. در محل تماس پی و خاک، نقطههای مومسان ایجاد می گردد. تودههای سخت در اطراف و زیر توده مومسان کامل به وجود میآید. با افزایش بارگذاری این توده به سمت افقی پیش میرود. بر پایه شکل (۶)، خاک سخت شونده همگن ظرفیت باربری بیشتری را نسبت به الگوی کشسان- مومسان کامل دارد. نتایج عددی نشان میدهند، گسترش دو گوه گسیختگی به شدت بار وارده بستگی داشته و تنش در محل تماس پی و خاک غیر خطی است. عمق گوه گسیختگی نیز تا دو برابر عمق مدفون میرسد.

در ادامه، میزان تغییر بیشینه نشست پی در محور تقارن و همچنین نمودار تغییر تنش عمودی بیشینه در محل تماس پی با خاک در برابر بارهای وارده، از حدود ۵ کیلونیوتن بر متر تا مرز مومسانی کامل، برای دو الگوی رفتاری کشسان- مومسان کامل و سخت شونده همگن بررسی می گردد. بر پایه شکل (۷)، تنش در محل تماس پی و خاک در کلیه الگوها غیر خطی و در قسمت مورب بسیار کمتر از قسمت تخت تحتانی پی است.



شکل ۶- گسترش ناحیه مومسان و سخت با افزایش بار برای خاک با الگوی سخت شونده همگن درالگوی شماره ۴



شکل ۷- تنش غیر یکنواخت در محل تماس پی و خاک



شکل ۸- نمودار تنش بیشینه تماسی دربرابر مقدار بارگذاری برای پی با پهناهای مختلف در خاک سخت شونده برای الگوی شماره ۴

همچنین، در شکلهای (۸) و (۹) تغییرهای افزایش تنش بیشینه با افزایش بارگذاری در دو الگوی سخت شونده و کشسان-مومسان کامل مربوط به الگوی ۴ به تصویر کشیده شده است. در هر دو الگو، با افزایش پهنای پی مقدار تنش نهایی بیشتر می گردد. اما مسیر تنش در آنها متفاوت است. در الگوی کشسان- مومسان کامل مسیر افزایش تنش بیشینه با افزایش پهنای پی منطبق بر مسیر منحنی میباشد اما در الگوی سخت شونده افزایش یهنای یی باعث تغییر درمسیر تنش می گردد و این مسیر روند خاصی ندارد.برای یافتن میزان تغییر نشست بیشینه، که در محل محور تقارن الگو اتفاق میافتد، بیش از ۲۵۰ تحلیل با بارگذاریهای متفاوت تا مرز گسیختگی و برای دو سطح تسلیم کشسان- مومسان کامل و سخت شونده انجام گردید. آن گونه که در شکل (۱۰) و (۱۱) دیده می شود، نشست بیشینه در پهنای یکسان در خاک سخت شونده بیشتر از الگوهای مومسان کامل است و این نشان دهنده بالاتر بودن قابلیت بارپذیری پی در این الگو میباشد. اما در حالت کشسان- مومسان کامل، خاک زودتر به گسیختگی میرسد و همان پی، بار کمتری را در لحظه گسیختگی تحمل میکند. مسیر

افزایش نشست با افزایش بار در پهنای پی در تحلیل کشسان-مومسان کامل بر هم منطبقاند و با شیب همسان تا مرز گسیختگی ادامه مییابد. اما در الگوی سخت شونده ظرفیت باربری پی و خاک با افزایش پهنای پی بیشتر میشود و ویژگی سخت شوندگی خاک اعث این برتری می گردد. در یک بارگذاری و با پهنای پی یکسان، افزایش ضخامت اثر چندانی بر ظرفیت باربری ندارد و در ضخامت-افزایش ضخامت اثر چندانی بر ظرفیت باربری ندارد و در ضخامت-مای مختلف، میزان نشست یکسان است. Rinaldi اثر تغییر عرض پی را بر روی میزان نشست بررسی نکرد. وی در خاک با زاویه اصطکاک داخلی ۳۳ درجه مقدار بیشینه نشست پی نواری با عرض مرکش نمود، در نمودارهای زیر به دلیل عدم وجود اطلاعات کافی در مقایسه نتایج، مقادیر عددی با یکدیگر مقایسه گردید.

این پژوهش آشکار میکند، در هر دوحالت کشسان- مومسان کامل و سخت شونده، تغییر نشست بیشینه و تنش قائم بیشینه با بار، غیر خطی است و با افزایش پهنای پی افزایش مییابد. اما در حالت سختشونده، میزان نشست بیشینه پی ۳ تا ۴ برابر و تنش آن در خاک کشسان- مومسان کامل است. با توجه به آن که نتایج پژوهش عددی در شکل (۴) بر پایه رفتار کشسان- مومسان کامل به پاسخهای Rinaldi نزدیک تر است به نظر میرسد نتایج نشست در الگوی رفتار کشسان – مومسان به نتایج وی نزدیک تر است. لذا استفاده از این الگوی رفتاری در تحلیل عددی پاسخهای بهتری در اختیار محققین قرار میدهد.



شکل ۹- تنش بیشینه تماسی دربرابر مقدار بارگذاری برای پی با پهناهای مختلف درخاک کشسان- مومسان کامل برای الگوی شماره ۴



شکل ۱۰- نمودار نشست بیشینه با افزایش بارگذاری برای الگوی شماره ۴ در حالتهای رفتاری کشسان- مومسان کامل و سخت شونده



شکل ۱۱– نمودار نشست بیشینه در پهناهای مختلف پی

# ۷– تحلیل پی

برای بررسی محل و مقدار بیشینه نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی ایجاد شده در پی و اثر تغییر ضخامت و پهنای آن دراین گونه از پیهای پوستهای در قسمت مورب و افقی پوسته، بیش از ۱۲۰ تحلیل انجام گردید. پی با پهنای نیم تا یک متر و با ضخامتهای ۱۰، ۱۵ و ۲۰ سانتیمتر با بارهای وارد، از ۵ کیلونیوتن بر متر تا مرز مومسانی کامل، تحلیل شد. نتیجههای تغییر نیروهای داخلی با بارهای مختلف در شکل (۱۲) و (۱۳) برای قسمت افقی و مورب پوسته آمده است.



شکل ۱۲- نمودار نیروی محوری، برشی و لنگر خمشی با افزایش نیرو در پهناهای ۵۰ تا ۱۰۰ سانتیمتر برای قسمت مورب



شکل ۱۳- نمودار افزایش نیرو با نیروی محوری، برشی و لنگر خمشی در پهناهای ۵۰ تا ۱۰۰ سانتیمتر برای قسمت افقی



شکل ۱۴- تأثیر افزایش پهنای پی در میزان نیروی محوری، برشی و لنگر خمشی بیشینه در قسمت مورب و افقی پوسته

این پژوهش نشان می دهد، برای هر دو قسمت افقی و مورب پی پوسته ای وارون، افزایش ضخامت در میزان بیشینه نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی بی اثر است. در کلیه الگوها، محر کانگر خمشی و نیروی برشی بیشینه درقسمت افقی پوسته در مرکز پی واقع شده و در قسمت مورب محل بیشینه لنگر و نیروی محوری در محل تاشدگی پوسته و محل بیشینه برش در بالای لبه می باشد. همچنین نیروی محوری در قسمت افقی، نزدیک به صفر بوده، ولی در قسمت مورب زیاد می باشد. لنگر خمشی در قسمت افقی مثبت و در قسمت مورب منفی است. نیروهای داخلی بیشینه در قسمت افقی پوسته پی به وجود می آید.

تغییر پهنای پی در میزان نیروهای داخلی پوسته پی مؤثرند. مطالعه کنونی نشان میدهد که افزایش پهنای پی باعث افزایش کلیه نیروهای داخلی پی میگردد. پی پوستهای با پهناهای۵۰، ۲۰، ۸۰ و ۱۰۰ سانتیمتر زیر بارگذاریهای متفاوت تحلیل شدند. آن گونه که در شکل (۱۴) میآید، با افزایش پهنای پی از نیم متر به یک متر، میزان بیشینه نیروی برشی در قسمت افقی پوسته ۲ برابر و در قسمت مورب ۷ برابر افزایش مییابد. این افزایش در میزان بیشینه لنگر خمشی در قسمت افقی پوسته به میزان ۳ برابر و در قسمت مورب ۷ برابر میباشد. بیشینه نیروی محوری در

قسمت مورب به کمتر از ۲ برابر افزایش مییابد.

# ۸- نتیجهگیری

۱) ظرفیتباربری خاک با رفتار کشسان -مومسان کامل، به دلیل فرضهای مشابه با رابطه تحلیلی Rinaldi پاسخهای نزدیکتری به آن دارد و در پهناهای ۷۰ و ۸۰ سانتیمتری تقریباً معادل یکدیگر است. از سوی دیگر، ظرفیت باربری پی برای خاک با الگوی سختشوندگی همگن تا ۳۰٪ بیش از رابطه تحلیلی Rinaldi است. لذا استفاده از این الگوی رفتاری در تحلیل عددی پاسخ بهتری می دهد.

۲) در تحلیل پی پوستهای بر روی ماسه با الگوی سخت شوندگی همگن، میزان نشست بیشینه پی ۳ تا ۴ برابر و تنش بیشینه باربری خاک بین ۲۰ تا ۹۰ درصد بیش از مقدارهای مشابه آن در تحلیل پی درخاک با رفتار کشسان- مومسان کامل به دست آمده است. لذا پیش بینی مقدار نشست و تنش با الگوی سخت شوندگی همگن دور از واقعیت بوده و توصیه می شود از نتایج تحلیل پی درخاک با رفتار کشسان- مومسان کامل استفاده شود.

۳) افزایش پهنای پی پوستهای، سبب افزایش ظرفیت باربری می-شود. درحالی که با افزایش پهنای پی از ۰/۵ به یک متر، میزان Shell Footing", Journal of Computer Science, 2006, 2 (1), 104-108.

- Esmaili D, Hataf N, "Experimental and Numerical Investigation of Ultimate Bearing Capacity of Shell Foundations on Reinforced and Unreinforced Sand", Iranian Journal of Science and Technology, 2008, 32 (5).
- Hanna AM, Abdel-Rahman M, "Experimental investigation on shell foundations on dry sand", Canadian Geotechnical Journal, 1998, No. 35, 828-846.
- Kurian NP, "Shell foundations", Alpha Science International Ltd., India, 2006.
- Kurian NP, Jayakrishna Devaki VM, "Analytical studies on the geotechnical performance of shell foundations", Canadian Geotechnical Journal, 2005, No. 42, 562–573.
- Maharaj DK, "Finite element analysis of conical shell foundation", Electronic Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 348 (9).
- Rinaldi R, "Inverted Shell Foundation Performance in Soil", PhD Thesis, Concordia University, 2012.
- Shaligram PS, "Behavior Of Triangular Shell Strip Footing On Geo-reinforced Layered Sand", International Journal of Advanced Engineering Technology, 2011, 2 (2), 192-196.

بیشینه نیروی برشی در قسمت افقی پوسته ۲ برابر و در قسمت مورب ۲ برابر افزایش مییابد. این افزایش در میزان بیشینه لنگر خمشی در قسمت افقی پوسته به میزان ۳ برابر و در قسمت مورب ۲ برابر میباشد. همچنین، بیشینه نیروی محوری در قسمت مورب به کمتر از ۲ برابر افزایش مییابد. لذا جهت صرفهجویی مصالح در هنگام طراحی پی میبایست این موضوع مد نظر قرار گیرد. ۴) در یک بارگ ذاری یکسان، افزایش ضخامت اثر چندانی بر ظرفیتباربری ندارد و در ضخامتهای مختلف، میزان نشست نیز یکسان است.

### ۹- مراجع

- Abdel-Rahman M, Hanna AM, "Ultimate Bearing Capacity of Triangular Shell Footings on Sand", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1990, 116 (12), 1851-1863.
- Alraziqi Adel Ahmed, "Geotechnical behavior of shell footings", Ph.D. Thesis, University Putra Malaysia, 2006.
- Bujang BKH, Thamer AM, "Finite Element Study Using FE Code (PLAXIS) on the Geotechnical Behavior of



# **EXTENDED ABSTRACT**

# Elastic-Plastic Analysis of Inverted Folded Shell Strip Foundation on Sandy Soil

Keyhan Sajedi, Jafar Bolouri Bazaz<sup>\*</sup>, Mohammad Rezaee Pajand

Civil Engineering Department, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

Received: 15 May 2016; Accepted: 07 February 2017

### **Keywords**:

Inverted folded shell strip foundation, Elastic-perfectly Plastic model, Isotropic-hardening model, Mohr-Coulomb theory

### 1. Introduction

In the present research, the elastic perfectly plastic and hardening behavior of the sandy soil, located under the inverted folded shell strip foundation, have been modeled in Plaxis software. The analysis is based on the Mohr–Coulomb theory. Moreover, the distribution of internal forces and the effects of variations in the width and thickness of the shell foundations on the bearing capacity have been investigated. The results of the numerical analysis have been compared with the analytical relations proposed by Rinaldi in 2012.

# 2. Methodology

# 2.1. Theoretical bearing capacity of inverted folded shell foundation

Rinaldi in 2012 investigated the bearing capacity of inverted folded shell strip foundation resting on sandy soil. He investigated the bearing capacity coefficients and the ultimate bearing capacity ( $q_u$ ) in sandy soil and proposed new equations for these coefficients.

### 2.2. Finite Element modeling

The FEM-based software package, PLAXIS, was used for the numerical modeling and analysis. In this study, Plane strain state has been considered for the problem. A 15-node triangular element has been used to mesh the soil media beneath the foundation. It is assumed that linear uniform load exerts to the shell foundation. The behavior of the inverted folded shell strip foundation has been investigated. The model is based on two different soil behaviors, namely

- a) Elastic perfectly plastic model (EPP model)
- b) Isotropic hardening model (IH model)

### 3. Results and discussion

### 3.1. Geometric model

Abdel-Rahman and Hanna, (1990) and Shaligram, (2011) showed that the inverted shell strip foundations at the shell angle of 60° have the maximum bearing capacity. Based on their findings, twelve different models with variable thicknesses and widths have been used in the present research. Fig. 1 depicts the schematic shape of the shell strip foundations. Also the properties of the models have been given in Table 1. Finally, the numerical results have been compared with Rinaldi's, (2012) analytical model.

<sup>\*</sup> Corresponding Author

*E-mail addresses:* ms\_keyhan@yahoo.com (Keyhan Sajedi), bolouri@um.ac.ir (Jafar Bolouri Bazaz), mrpajand@yahoo.com (Mohammad Rezaee Pajand).



Fig. 1. Geometric shape of inverted shell strip foundation

Model	<i>B=2b</i> (cm)	<i>t</i> (cm)	<i>A</i> (cm <sup>2</sup> )	<i>I<sub>NL</sub></i> (cm <sup>4</sup> )	<i>EI<sub>NL</sub></i> (kN.cm <sup>4</sup> )	EA (kN)
1	50	10	2242.6	1724789	6890000	8970
2	70	10	2442.6	1821601	7280000	9768
3	80	10	2542.6	1857638	7410000	10168
4	100	10	2742.6	1910059	7610000	10968
5	50	15	3470.1	2933035	11730000	13880
6	70	15	3770.1	3090932	12360000	15080
7	80	15	3920.1	3150617	12600000	15680
8	100	15	4220.1	3240552	12960000	16880
9	50	20	4768.8	4422666	17690000	19072
10	70	20	5168.8	4650591	18600000	20672
11	80	20	5368.8	4738378	18950000	21472
12	100	20	5768.8	4874871	19490000	23072

**Table 1.** Properties of inverted shell strip foundation model

### 3.2. Bearing capacity

The numerical analysis results of the bearing capacity of inverted shell strip foundations resting on sandy soil based on the isotropic hardening behavior is about 30% more than Rinaldi's findings, using theoretical approach. However, in the case of the assumption of elastic perfectly plastic for soil, the numerical and theoretical findings are almost the same. In this case, these two techniques yield to similar bearing capacity, and for the footings with 70 and 80 cm widths, the results are nearly identical. Nevertheless, in all models as the width increases, the bearing capacity increases too. The trend of mentioned increases is linear in all models proposed by Rinaldi's formulation (Fig. 2).



### 4. Conclusion

1. The results of the current research revealed that the bearing capacity of inverted shell foundation obtained from elastic perfectly plastic model analysis is nearly close to the Rinaldi findings. It can be stated that the results are approximately the same where the foundation bears the widths of 70 and 80 cm. On the other hand, using isotropic hardening model, the bearing capacity is 30% more than Rinaldi's analytical model. Therefore, utilizing elastic perfectly plastic model in numerical analysis, yields the results close to the Rinaldi's (2012) solution in comparison with IH model.

2. Increase in shell width causes the load bearing capacity increase as well. Increasing in foundation width from 0.5 to 1 meter, leads to the bearing capacity increase about 30 to 40 percent.

3. At the same conditions, an increase in the foundation thickness has no significant influence on the bearing capacity and the magnitude of settlement.

### **5. References**

Bujang BKH, Thamer AM, "Finite Element Study Using FE Code (PLAXIS) on the Geotechnical Behavior of Shell Footing", Journal of Computer Science, Vol.2, No.1, pp. 104-108, 2006.

- Maharaj DK, "Finite element analysis of conical shell foundation", Electronic Journal of Geotechnical Engineering, 9A, Paper No. 348, 2000.
- Esmaili D, Hataf N, "Experimental and Numerical Investigation of Ultimate Bearing Capacity of Shell Foundations on Reinforced and Unreinforced Sand", Iranian Journal of Science and Technology, Vol. 32, No. B5, 2008.
- Shaligram PS, "Behavior of Triangular Shell Strip Footing On Geo-Reinforced Layered Sand", International Journal of Advanced Engineering Technology, Vol.2, No.2, pp.192-196, 2011.

Rinaldi R, "Inverted Shell Foundation Performance in Soil", Ph.D. Thesis, Concordia University, 2012.

Azzam WR, Nasr AM, Bearing capacity of shell strip footing on reinforced sand, Journal of Advanced Research, S2090-1232(14) 00041-1, 2015.