

ارزیابی پارامترهای خوردگی آرماتورها جهت تحلیل احتمالاتی تیرهای بتن مسلح

بهروز کشته گر^{۱*}، آرش محمدی فارسانی^۲ و حسین علی رهدار^۳

^۱ استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه زابل

^۲ مربی گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد فارس

^۳ مربی گروه مهندسی عمران، دانشگاه زابل

(دریافت: ۹۵/۳/۸، پذیرش: ۹۵/۱۱/۵، نشر آنلاین: ۹۵/۱۱/۶)

چکیده

خوردگی میلگردها در تیرهای بتن یک فرایند پیچیده بوده که موجب کاهش سطح مقطع فولاد و زوال مقاومت سازه می‌گردد. تیرهای بتنی تحت خوردگی انواع مختلفی از عدم قطعیت در فاز خوردگی دارند که بایستی مطابق با یک مدل احتمالاتی در تحلیل قابلیت اعتماد لحاظ گردند. پارامترهای خوردگی مانند زمان شروع خوردگی، مقدار انتشار یون‌های مخرب و نرخ خوردگی در خوردگی وابسته به زمان تیرهای بتن آرمه تأثیر گذارند. در این مقاله بر اساس انواع خوردگی کلی و موضعی تحلیل آماری با توجه به رویه حداکثر درست‌نمایی صورت پذیرفته و بهترین تابع توزیع احتمال پارامترهای خوردگی از میان توابع نرمال، لوگ-نرمال، گامبل، وایبول و گاما با استفاده از آماره مربع کا انتخاب گردیده است. در انتها با توجه به تحلیل آماری انجام شده یک تیر بتن مسلح تحت بار گسترده مطابق با تابع شرایط حدی خمشی بر اساس روش شبیه‌سازی مونت کارلو، تحلیل قابلیت اعتماد گردیده است. در این تیر اثر قطر میلگردها و همچنین دوره زمانی خوردگی کلی و موضعی بررسی شده است. نتایج حاکی از آن هستند که پارامترهای خوردگی از تابع توزیع احتمال لوگ-نرمال پیروی می‌کنند و پوشش آرماتورها نقش بسزایی در میزان کاهش سطح میلگردها دارد. افزایش دوره خوردگی بیشتر از ۳۰ سال و کاهش قطر میلگردها کمتر از ۱۸ میلی‌متر موجب افزایش احتمال خرابی تیر بتنی تحت خوردگی می‌گردند.

کلیدواژه‌ها: شبیه‌سازی مونت کارلو، تحلیل آماری، تحلیل قابلیت اعتماد، بتن آرمه، خوردگی.

۱- مقدمه

آسیب سازه‌ای و غیر سازه‌ای است که آسیب‌های سازه‌ای به علت کاهش ضریب اطمینان سازه در برابر بارهای وارده از اهمیت بیشتری نسبت به آسیب‌های غیر سازه‌ای، برخوردار است. این نوع خرابی‌ها شامل کاهش سطح مقطع مؤثر آرماتورها و همچنین تغییرات در مشخصات مکانیکی فولاد می‌باشد (Ahmad, ۲۰۰۳). از این رو بسته به میزان کاهش سطح مقطع فولاد ضریب اطمینان سازه کاهش می‌یابد لذا، در سازه‌هایی که شدت خوردگی در آنها بالا باشد احتمال فرو ریختگی سازه در اثر این نوع آسیب وجود دارد.

مدل‌های ارائه شده جهت خوردگی توسط محققین به دو بخش شروع خوردگی و پیشروی خوردگی تقسیم می‌گردند. در سال ۱۹۹۸ Rosowsky و Stewart، رابطه ریاضی پیشنهاد کرد که کاهش قطر میلگردها را با استفاده از دو متغیر زمان شروع خوردگی و انتشار خوردگی تخمین نمود. Rondringuez و همکارانش (۱۹۹۶) مقدار کاهش قطر میلگرد را در

علی‌رغم عملکرد مطلوب بتن در بسیاری از سازه‌ها، خوردگی آرماتور^۱ در سه دهه گذشته مهم‌ترین مسأله دوام بتن در محیط‌های خورنده شدید و حتی متوسط بوده است. به عنوان مثال در سازه‌های دریایی خوردگی آرماتور قبل از هرگونه هجوم سولفات‌ها صورت گرفته و نیز اثر یون کلر در سازه‌های بتن آرمه می‌تواند اثر مخربی داشته باشد و باعث کاهش عمر مفید و سرویس دهی مناسب سازه‌های بتن آرمه گردد.

از انواع خوردگی می‌توان به خوردگی ناشی از اکسیداسیون (خوردگی یکنواخت^۲) و خوردگی ناشی از یون کلر (خوردگی حفره‌ای^۳) اشاره کرد. اهمیت مسأله خوردگی، آسیب‌هایی وارده به واسطه خوردگی بر سازه می‌باشد، این آسیب‌ها شامل انواع

1. Corrosion of steel reinforcement
2. Uniform corrosion
3. Pitting corrosion

* نویسنده مسئول؛ شماره تماس: ۰۹۱۵۱۹۲۴۲۰۶

متغیرهای خوردگی، صورت پذیرفته است. در تحلیل قابلیت اعتماد این تیر اثر قطر میلگردها در دو خوردگی کلی و موضعی بررسی شده است.

۲- مدل‌های ریاضی خوردگی فولاد

خوردگی شامل دو بخش شروع و پیشروی خوردگی می‌باشد؛ مرحله شروع خوردگی زمانی است که یون‌های خورنده به سطح میلگرد می‌رسند و باعث فعال شدن آرماتور می‌گردند و مرحله پیشروی خوردگی زمانی است که سازه کارایی خود را در اثر زوال ناشی از خوردگی از دست می‌دهد. مدل‌های پیش‌بینی عمر مفید یک سازه بتن آرمه بایستی به هر دو مرحله خوردگی استوار باشد. چرا که برای سازه‌های جدید مرحله شروع خوردگی و برای سازه‌های موجود کنترل ادامه خوردگی اهمیت بیشتری برخوردار است. در دو خوردگی کلی و حفره‌ای سطح مقطع خورده شده به صورت روابط زیر بیان می‌گردد:

۱-۲- خوردگی کلی

سطح مقطع وابسته به زمان در خوردگی کلی، به صورت رابطه زیر پیشنهاد شده است (Stewart, ۲۰۰۴, Darmawan, ۲۰۱۰):

$$A_{St}(t) = \frac{\pi(D_0 - 2P_{av})^2}{4} \quad (1)$$

که در آن:

$$P_{av} = 0.0116 \cdot i_{corr} \cdot T \quad (2)$$

و D_0 ، قطر اولیه میلگرد (میلی‌متر)، P_{av} نرخ خوردگی متوسط^۷ (میلی‌متر بر سال)، i_{corr} نرخ خوردگی^۸ (میلی‌آمپر بر سانتی-متر مربع) و T دوره زمانی که در آن خوردگی اتفاق می‌افتد (سال)، $T=t-T_0$ است که T_0 زمان شروع خوردگی^۹ و t زمان از ابتدای خوردگی (سال) می‌باشد.

۲-۲- خوردگی موضعی

کاهش سطح مقطع به واسطه حفره که به صورت شماتیک در شکل (۱) نمایش داده شده است را می‌توان به صورت رابطه زیر محاسبه نمود (Stewart و Al-Harthy, ۲۰۰۸):

خوردگی‌های کلی و موضعی بررسی کرده که با توجه به رابطه آن‌ها، Vidia و همکارانش در سال ۲۰۰۴ میزان خوردگی را که موجب اولین ترک در سطح پوشش بتن می‌گردد، به صورت یک رابطه ریاضی پیشنهاد نمودند. کاهش سطح مقطع فولاد به واسطه حفره، توسط Stewart و همکاران (۲۰۰۴) ارائه گردیده که بعدها مورد توجه سایر محققین قرار گرفت (Stewart و Al-Harthy, ۲۰۰۸).

Enright و Frangopol (۱۹۹۸) متغیرهای زمان شروع خوردگی حفره‌ای را با تابع توزیع لوگ نرمال مدل‌سازی کرده و نیز از نتایج آن جهت تحلیل قابلیت اعتماد^۴ یک تیر بتن مسلح با مقطع T استفاده نمودند. Bastidas-Arteaga و همکاران (۲۰۰۹)، تیر پل بتنی را تحت خوردگی حفره‌ای با تابع شرایط حدی^۵ ظرفیت خمشی تیر، ارزیابی قابلیت اعتماد نمود. در سال ۲۰۱۰، Darmawan، تحلیل آماری از متغیرهایی نظیر: طول میلگرد، نرخ خوردگی و زمان خوردگی حفره‌ای پرداخته است. طی سال‌های ۱۹۹۴ تا ۲۰۰۹ Stewart و همکارانش تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌های بتن آرمه را تحت خوردگی انجام دادند. بر اساس قطر میلگرد ۸ و ۱۶ و ۲۴ اثر خصوصیات آماری ضریب خوردگی را بررسی کرده و با توجه به خرابی ظرفیت خمشی تیر، تحلیل قابلیت اعتمادی انجام داده‌اند (Vu و Stewart, ۲۰۰۰, Stewart, ۲۰۰۹). اخیراً، Farsani و Keshtegar (۲۰۱۵) بر اساس روش بهبود یافته HL-RF^۶ یک تیر را ارزیابی قابلیت اعتماد نمودند. همچنین، Li و همکارانش (۲۰۱۴) بر اساس نرخ خوردگی به صورت صریح روابط عددی را بسط داده‌اند که خصوصیات مقاومت بتن و اثرات مرزی بین بتن و فولاد را می‌توان تخمین نمود. تحلیل قابلیت اعتماد یک تیر دو دهانه بر اساس ظرفیت خمشی تحت خوردگی با در نظر گرفتن کاهش مقاومت میلگردها بر اساس روش مونت کارلو توسط Pellizzer و همکارانش (۲۰۱۵) ارزیابی گردید.

در این مقاله روابط مورد نیاز خوردگی جهت تحلیل قابلیت اعتماد تیرهای بتن مسلح بسط داده شده که بتوان به نحو مناسبی میزان کاهش سطح مقطع آرماتور را در انواع خوردگی لحاظ نمود. برای این منظور، تحلیل آماری متغیرهای وابسته به خوردگی مانند زمان شروع خوردگی، میزان انتشار یون‌های مخرب و نرخ خوردگی با توجه به روش حداکثر درست‌نمایی انجام گردیده است. همچنین اثر متغیرهایی مانند مقاومت بتن، پوشش میلگرد، مقدار مورد انتظار و ثابت یون بر خواص آماری متغیرهای خوردگی نظیر میزان کاهش سطح مقطع آرماتورها بررسی گردیده است. تحلیل قابلیت اعتماد یک تیر بتن مسلح تحت تابع شرایط حدی خمشی با توجه به نتایج تحلیل آماری

7. Average pit depth
8. Corrosion rate
9. initial corrosion time

4. Reliability analysis
5. Limit state function
6. Hasofer and Lind-Rackwitz and Fiessler (HL-RF)

که در آن C ضخامت پوشش روی میلگردها (mm)، erf تابع خطا و D_c ضریب انتشار یون‌های مخرب است. C_{th} مقدار مورد انتظار یون مخرب در سطح آرماتور که عددی بین ۰/۶ تا ۱/۲ کیلوگرم بر متر مکعب می‌باشد (Gonzalez و همکاران ۱۹۹۵). C_0 مقدار یون مخرب ثابت روی سطح میلگرد که این ضریب عددی بین ۱/۲ تا ۸/۲ کیلوگرم بر متر مکعب می‌باشد (Suzuki و همکاران ۱۹۹۰). ضریب انتشار یون‌های مخرب (D_c) توسط Bhargave و همکارانش (۲۰۱۱) با رابطه مرتبه دو به خصوصیات بتن نسبت داده‌اند:

$$D_c = [1.249 - 5.051wc + 8.941wc^2] \times 10^{-8} \text{ cm}^2 / s \quad (7)$$

Vu و همکاران (۲۰۰۵) یک مدل تخمین نرخ خوردگی توسعه دادند که به عواملی نظیر کیفیت بتن و پوشش میلگردها وابسته است که به صورت زیر می‌باشد.

$$i_{corr}(t) = 0.85 i_{corr}(1) \cdot t^{-0.29} \quad (8)$$

$$i_{corr}(1) = \frac{37.8(1-wc)^{-1.64}}{C}$$

که در آن $i_{corr}(1)$ نرخ خوردگی یک ساله بعد از آغاز خوردگی ($\mu A/cm^2$) است. C ضخامت پوشش روی میلگردها (cm) است. نسبت وزنی آب به سیمان (wc) را می‌توان بر حسب مقاومت فشاری نمونه استوانه‌ای بتن تخمین نمود (Vu و Stewart، ۲۰۰۰).

$$wc = \frac{27}{f'_{cy} + 13.5}, \quad f'_{cy} = f'_c + 7.4 \text{ MPa} \quad (9)$$

۳- تحلیل آماری متغیرهای خوردگی

هدف این است تا برای تحلیل قابلیت اعتماد بتوانیم خصوصیات آماری نرخ خوردگی از جمله تابع توزیع احتمال و پارامترهای آن را به نحوی مناسب تعیین نماییم. لذا، این انتخاب شامل دو مرحله است:

(۱) برآورد پارامترهای تابع توزیع احتمال، که در این مرحله با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی پارامترهای تابع توزیع برآورد شده است.

(۲) انتخاب بهترین تابع توزیع احتمال که از آزمون‌های فرض آماری مربع کا استفاده شده است.

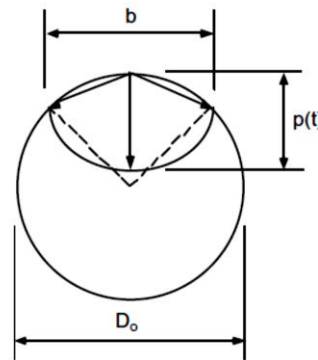
۳-۱- نحوه برآورد پارامترهای تابع توزیع احتمال

فرض بر این است که متغیر تصادفی وابسته خوردگی X دارای تابع چگالی احتمال پیوسته $f_X(x)$ است. این تابع چگالی بر اساس چندین پارامتر قابل بیان در تحلیل‌های

$$A_{pit}(t) = \begin{cases} A_1 + A_2 & P(t) \leq \frac{D_0}{\sqrt{2}} \\ A_{st} - A_1 + A_2 & \frac{D_0}{\sqrt{2}} < P(t) \leq D_0 \\ A_{st} & P(t) > D_0 \end{cases} \quad (3)$$

که در آن:

$$P(t) = 0.0116 \cdot i_{corr} \cdot R \cdot T \quad (4)$$



شکل ۱- کاهش سطح مقطع فولاد در خوردگی حفره‌ای (Darmawan، ۲۰۱۰)

$$A_{st} = \frac{\pi \cdot D_0^2}{4}$$

$$A_1 = 0.5 \left[\theta_1 \left(\frac{D_0}{2} \right)^2 - b \left| \frac{D_0}{2} - \frac{P(t)^2}{D_0} \right| \right]$$

$$A_2 = 0.5 \left[\theta_2 P(t)^2 - b \frac{P(t)^2}{D_0} \right]$$

$$b = 2 P(t) \sqrt{1 - \left(\frac{P(t)}{D_0} \right)^2}, \quad \theta_1 = 2 \arcsin \left(\frac{b}{D_0} \right), \quad \theta_2 = 2 \arcsin \left(\frac{b}{2P(t)} \right)$$

$P(t)$ حداکثر عمق حفره به واسطه خوردگی (mm) و نیز R ضریب خوردگی^۱ است که به صورت نسبت عمق خوردگی حداکثر به عمق خوردگی میانگین (یکنواخت) ($R=P/P_{av}$) در طول یک دوره، تعریف می‌گردد. لذا میزان سطح مقطع میلگرد به صورت رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$A_{st}(t) = A_{st} - A_{pit}(t) \quad (5)$$

در خوردگی کلی (رابطه (۱)) و خوردگی موضعی (رابطه (۵)) دو عامل شروع خوردگی (T_0) و چگالی نرخ خوردگی (i_{corr}) حائز اهمیت است. Stewart زمان شروع خوردگی را بر اساس قانون انتشار در محیط یک بعدی نیمه بی‌نهایت به صورت زیر پیشنهاد نموده است (Stewart و Rosowsky، ۱۹۹۸):

$$T_0 = \frac{C^2}{4D_c} \left[erf^{-1} \left(1 - \frac{C_{th}}{C_0} \right) \right]^2 \quad (6)$$

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (12)$$

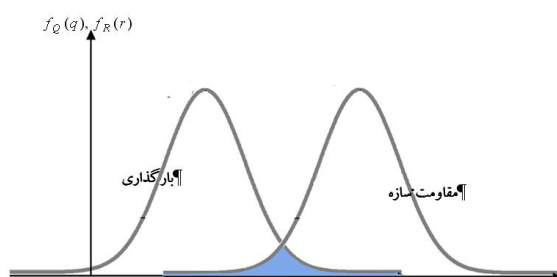
در این رابطه O_i مقدار واقعی دسته i ام و E_i به صورت $F(x_2) - F(x_1)$ تعریف می‌شود که F تابع توزیع تجمعی احتمال^{۱۵} به ازای حد پایین دسته (x_1) و حد بالای دسته (x_2) می‌باشد. هرچه مقدار این آماره کمتر باشد داده‌ها تطابق بیشتری با تابع توزیع احتمال برآورد شده دارند.

۴- روش تحلیل قابلیت اعتماد

احتمال خرابی یک عضو سازه‌ای را می‌توان بر اساس مقدار همپوشانی تابع توزیع احتمال دو متغیر تصادفی مقاومت (R) و بار (Q) و با استفاده از تابع شرایط حدی معادله $g(R, Q) = R - Q$ به دست آورد (شکل (۲)). می‌توان اظهار داشت که خرابی یک سازه هنگامی اتفاق می‌افتد که بارهای وارده از مقاومت سازه بیشتر باشد (Dhillon 2005):

$$P_f [Q > R] = \iint_{q-r>0} f_{Q,R}(q, r) dq dr \quad (13)$$

که در آن، P_f احتمال خرابی^{۱۶} سازه و $f_{Q,R}(q, r)$ تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای بار و مقاومت و $q - r > 0$ ناحیه خرابی می‌باشد.



شکل ۲- مقدار همپوشانی بار و مقاومت (Dhillon 2005)

تعیین احتمال خرابی با استفاده از معادله (۱۳) در مسائل پیچیده مهندسی با چندین متغیر تصادفی کار بسیار مشکلی می‌باشد. از این‌رو، از روش‌های قابلیت اعتماد از جمله؛ روش اولین مرتبه دومین ممان^{۱۷}، روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد^{۱۸} و روش‌های شبیه‌سازی جهت برآورد احتمال خرابی می‌توان استفاده نمود (Mohammadi Farsani و Keshtegar، ۲۰۱۵). روش‌های اولین مرتبه قابلیت اعتماد برآورد تقریبی برای مسائل با انحنای بالا نشان داده‌اند و تکرارهای پیاپی جهت جستجوی

احتمالاتی می‌باشد. هدف اصلی در این بخش تعیین پارامترهای توابع توزیع احتمال متغیرهای خوردگی نظیر زمان شروع خوردگی، ضریب انتشار یون‌های مخرب و نرخ خوردگی است. روش حداکثر درست‌نمایی^{۱۲} یک‌رویه کارا و مناسب برای برآورد پارامترهای توابع توزیع احتمال بر اساس تعداد داده از یک فرایند طبیعی می‌باشد. در چنین حالتی بر اساس تابع توزیع چگالی احتمال $f_x(x)$ این داده‌ها می‌توان برای n مشاهده رابطه حداکثر درست‌نمایی را به صورت زیر بیان نمود (Gupta و Rohatgi، ۲۰۰۱، ۱۹۹۷):

$$L(\theta) = f_x(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f_x(x_i; \theta) \quad (10)$$

که در آن: $L(\theta)$ را تابع درست‌نمایی گویند و θ پارامترهای تابع توزیع احتمال است و بایستی به نحوی محاسبه گردد که موجب حداکثر شدن معادله فوق شود. لذا، تابع فوق بایستی نسبت به پارامترهای تابع توزیع احتمال حداکثر گردد در چنین حالت داریم که:

$$\left[\frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta_1} = 0, \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta_2} = 0, \dots, \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta_n} = 0 \right]^T$$

از این‌رو، به ازای هر پارامتر نامشخص تابع توزیع احتمال یک معادله نوشته شده که حل آن منجر به محاسبه پارامترهای مجهول تابع توزیع چگالی احتمال می‌گردد (Gupta 1997). بر اساس روش حداکثر درست‌نمایی می‌توان پارامترهای هر متغیر خوردگی را بر اساس گام‌های زیر برآورد نمود

- ۱) گردآوری جامع آماری برای متغیرهای تصادفی مطابق با روابط نیمه تجربی خوردگی (برای این منظور از روش شبیه‌سازی مونت کارلو^{۱۳} استفاده شده است)
- ۲) انتخاب یک تابع توزیع احتمال پیوسته
- ۳) برآورد ضرایب تابع توزیع احتمال بر اساس داده‌های گردآوری شده و رابطه (۱۰)

۳-۲- انتخاب تابع توزیع متغیرهای خوردگی

بهترین تابع توزیع احتمال ممکنه که پارامترهای آن در مرحله قبل محاسبه شده است، با استفاده از آماره مربع کا^{۱۴} (χ^2) انتخاب می‌گردد. از این رو ابتدا داده‌های آماری را به تعداد K دسته تقسیم می‌نمائیم (Gupta 1997):

$$K = 1 + \log_2 N \quad (11)$$

که در آن N تعداد داده‌ها و K تعداد دسته‌ها می‌باشد. مقدار آماره مربع کا به صورت زیر قابل محاسبه است:

15. Cumulative distribution function
16. Failure probability
17. First-order second moment
18. First order reliability method

12. Maximum likelihood method
13. Monte Carlo simulation
14. K-square statistic

طرفی مطابق با رابطه (۹)، نسبت آب به سیمان نیز به مقاومت فشاری بتن وابسته است. از این رو، ضریب انتشار یون‌های مخرب همچنین به مقاومت مشخصه بتن نیز وابسته است. مقاومت بتن توسط V_u و همکاران (۲۰۰۵ و ۲۰۰۰) عددی بین ۲۵ تا ۴۰ مگا پاسکال پیشنهاد شده که از تابع توزیع احتمال نرمال با ضریب تغییراتی بین ۰/۱۵ تا ۰/۱۸ پیروی می‌کند. در این مقاله، مقاومت مشخصه برابر با ۳۰ مگاپاسکال با ضریب تغییرات برابر با ۰/۱۸ در نظر گرفته شده است. زمان شروع خوردگی به متغیرهایی از جمله: پوشش روی میلگردها و همچنین مقدار مورد انتظار و مقدار ثابت یون مخرب وابسته است. پوشش میلگردها توسط Gonzalez و همکاران (۱۹۹۵) و همچنین Suzuki و همکاران (۱۹۹۰) با تابع توزیع نرمال و ضریب تغییراتی بین ۰/۱ تا ۰/۱۲ در نظر گرفته شده است. مقدار ثابت یون مخرب (C_0) با تابع توزیع احتمال لوگ-نرمال با ضریب تغییراتی در حدود ۰/۵ تا ۰/۷ توسط Enright و Frangopol (۱۹۹۸) در نظر گرفته شده است. Stewart و Rosowsky (۱۹۹۸) مقدار مورد انتظار یون مخرب (C_{th}) را در تحقیقات خود با تابع توزیع نرمال با میانگین ۰/۹ و ضریب تغییرات ۰/۲ مدل‌سازی نموده است. از این‌رو، خصوصیات آماری متغیرهای فوق که بر پارامترهای خوردگی تأثیر دارند در جدول (۱) درج گردیده است.

جدول ۱- خصوصیات آماری متغیرهای زمان خوردگی

متغیر	تابع توزیع	میانگین	ضریب تغییرات
C_{th} [۱۳]	نرمال	۰/۹ (kg/m ³)	۰/۲
C_0 [۱۴]	لوگ-نرمال	۳/۵ (kg/m ³)	۰/۶۵
D_c	لوگ-نرمال	۵۵ (mm ² /year)	۰/۳۵
C [۱۳ و ۳]	نرمال	۵۰ (mm)	۰/۱۲

تعداد داده‌های شبیه‌سازی شده نسبت به ضریب تغییرات دو متغیر نرخ خوردگی سالیانه و زمان خوردگی در جدول (۲) ارزیابی شده است. مشخص است که به ازای شبیه‌سازی بیشتر از ۵۰۰۰ اختلاف ناچیزی بین ضریب تغییرات دو متغیر مورد بررسی حاصل شده است. این بدان معنا است که با تولید عدد بیشتر از ۵۰۰۰ می‌توان به نحو مناسب خصوصیات آماری پارامترهای خوردگی را برآورد نمود. از این‌رو، جهت تحلیل آماری از ۱۰۰۰۰ شبیه‌سازی برای متغیرهای خوردگی استفاده شده است.

مطابق با نتایج رویه حداکثر درست‌نمایی، مقادیر پارامترهای توابع توزیع احتمال برای ۱۰۰۰۰ شبیه‌سازی متغیرهای خوردگی مانند؛ ضریب انتشار یون‌های مخرب، زمان شروع خوردگی و نرخ خوردگی سالیانه در جدول (۳) ارائه

شاخص قابلیت اعتماد^{۱۹} در مسائل غیر خطی ممکن است دچار ناپایداری گردد. اما، به کمک روش‌های شبیه‌سازی مانند مونت کارلو، احتمال خرابی را می‌توان به میزان قابل ملاحظه‌ای نزدیک به واقعیت محاسبه نمود. در تعیین احتمال خرابی یک عضو روش‌های شبیه‌سازی از قابلیت و کارایی بالایی برخوردارند به طوری که با پیچیده شدن تابع شرایط حدی استفاده از آن جهت تعیین احتمال خرابی اجتناب‌ناپذیر است. یکی از نقاط کلیدی حل مسأله به کمک شبیه‌سازی مونت کارلو، تولید دنباله‌ای از مقادیر تصادفی بین صفر و یک ($v_i = [0,1]$) برای تابع چگالی احتمال تجمعی ($F_X(x_i)$) هر متغیر تصادفی پایه (x_i) می‌باشد؛ لذا داریم:

$$F_X(x_i) = v_i \Rightarrow x_i = F_X^{-1}(v_i) \quad (14)$$

روند فوق برای تمامی متغیرهای تصادفی به کار گرفته شده و یک تابع شمارنده $I[X]$ برای تابع شرایط حدی تعریف می‌گردد، به طوری که این تابع در نواحی خرابی مقدار یک و در نواحی سلامتی مقدار صفر را خواهد داشت.

$$I[X] = \begin{cases} 0 & g(x) > 0 \\ 1 & g(x) \leq 0 \end{cases} \quad (15)$$

بر اساس تعریف تابع شمارنده می‌توان احتمال خرابی را به صورت زیر نوشت:

$$P_f = \int_{g(x) \leq 0} \dots \int f_{X_1 \dots X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (16)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int I[X] f_{X_1 \dots X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n$$

تابع شمارنده باعث می‌شود که انتگرال‌گیری در ناحیه خرابی ساده صورت گیرد که مقدار آن به صورت رابطه زیر تعریف می‌گردد (Dai and Wang 2009):

$$P_f = \int_{g(x) \leq 0} \dots \int f_{X_1 \dots X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[X_i] \quad (17)$$

۵- تحلیل آماری خوردگی

توابع توزیع احتمال مختلف مانند نرمال، لوگ-نرمال، گامبل، وایبول و گاما برای توصیف خصوصیات آماری متغیرهای خوردگی از جمله زمان شروع خوردگی، ضریب انتشار یون‌های مخرب و نرخ خوردگی در ارزیابی شده است. تمامی متغیرهای خوردگی، به زمان شروع خوردگی وابسته است. مطابق با رابطه (۶) شروع خوردگی به ضریب انتشار یون‌های مخرب و این ضریب به نسبت آب به سیمان وابسته است (رابطه (۷)). از

شروع خوردگی (T_0)، تابع لوگ-نرمال با میانگین ۲۱/۶۷ سال و ضریب تغییرات ۰/۷ نتیجه شده است. مطابق نتایج مندرج در جدول (۳) نرخ شروع خوردگی می‌تواند از تابع توزیع احتمال توزیع لوگ نرمال پیروی کند.

گردیده است. که بر اساس تست مربع کا بهترین تابع توزیع، تابع چگالی احتمال لوگ نرمال با میانگین حدودی ۵۳ و ضریب تغییرات ۰/۳۴۹ برای ضریب انتشار یون‌های مخرب انتخاب شده است. بهترین تابع توزیع احتمال برای متغیر زمان

جدول ۲- مقایسه تعداد شبیه‌سازی بر ضریب تغییرات متغیرهای شروع خوردگی (T_0) و نرخ خوردگی سالیانه ($i_{corr}(1)$)

تعداد شبیه‌سازی								متغیر
۱۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰	۲۰۰۰۰	۱۰۰۰۰	۵۰۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰	۵۰	T_0 (year)
۰/۵۹۴	۰/۵۹۲	۰/۵۹۶	۰/۵۹۳	۰/۶۰۵	۰/۶۱۷	۰/۵۵۶	۰/۷۹۳	
۰/۳۳۷	۰/۳۴۱	۰/۳۳۶	۰/۳۳۴	۰/۳۲۳	۰/۳۵۶	۰/۳۷۹	۰/۵۰۳	$i_{corr}(1)$ ($\mu A/cm^2$)

جدول ۳- مقایسه توابع توزیع و پارامترهای آن برای متغیرهای خوردگی (ضریب انتشار یون‌های مخرب (D_c))، زمان شروع خوردگی (T_0) و نرخ خوردگی ($i_{corr}(1)$)

توابع توزیع	تابع چگالی احتمال	D_c		T_0		$i_{corr}(1)$	
		پارامترها	آماره (χ^2)	پارامترها	آماره (χ^2)	پارامترها	آماره (χ^2)
گاما	$f_X(x) = [v(vx)^{k-1} / \Gamma(k)] \exp(-vx)$	$k=8/11$ $v=6/54$	۹۸۲/۱۷	$k=3/46$ $v=6/51$	۴۵۷/۳۱	$k=9/21$ $v=0/23$	۱۶۶۳/۸
گامبل	$f_x(x) = \frac{1}{\beta} \exp[-\frac{x-v}{\beta} - \exp(-\frac{x-v}{\beta})]$	$\beta=44/62$ $v=6/09$	۴۳۱/۵۱	$\beta=14/04$ $v=14/73$	۱۶۴۳/۴	$\beta=0/54$ $v=1/81$	۹۶۶/۶
لوگ-نرمال	$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi x} \exp[-\frac{1}{2}(\frac{\ln x - \lambda}{\xi})^2]$	$\xi=0/309$ $\lambda=3/92$	۲۸۱/۰۴	$\xi=0/53$ $\lambda=2/96$	۱۷۷/۹۳	$\xi=0/27$ $\lambda=0/71$	۴۵۹/۷۷
نرمال	$f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2]$	$\sigma=18/62$ $\mu=53/01$	۱۷۲۳/۸	$\sigma=15/44$ $\mu=21/68$	۳۴۵۳/۳	$\sigma=0/69$ $\mu=2/12$	۲۶۸۵/۹
وایبول	$f_x(x) = \frac{\alpha x^{\alpha-1}}{\beta^\alpha} \exp[-(\frac{x}{\beta})^\alpha]$	$\alpha=3/85$ $\beta=58/51$	۲۰۵۸/۲	$\alpha=1/68$ $\beta=25/46$	۱۴۶۴/۰	$\alpha=4/37$ $\beta=2/33$	۳۷۴۲/۳

نیز افزایش می‌یابد و همچنین بر انحراف معیار تابع چگالی نیز افزوده می‌شود.

نتایج شکل (۳-الف) و (۳-ب) نشان می‌دهند که افزایش پوشش میلگرد نسبت به سایر متغیرها خصوصاً مقاومت بتن موجب افزایش بیشتر زمان خوردگی می‌شود به طوری که با افزایش در حدود ۴۰ درصد پوشش، میانگین زمان شروع خوردگی در حدود ۱۰۰ درصد افزایش یافته که این افزایش به ازای مقدار متناظر مقاومت بتن، در حدود ۶۰ درصد نتیجه شده است. مطابق با شکل‌های (۳-ج) و (۳-د)، اثر یون‌های مخرب بر میانگین زمان خوردگی چندان تأثیرگذار نیست اما موجب افزایش انحراف معیار خوردگی و در نتیجه پراکندگی داده‌های خوردگی شده است. نتایج شکل (۳) حاکی از آن است که خواص فیزیکی و مکانیکی بتن بر میانگین زمان شروع خوردگی تأثیر دارد. اما، مقدار مورد انتظار و موجود یون مخرب بر میانگین زمان خوردگی تأثیر کمتری نشان داده ولی موجب تغییرات در انحراف معیار داده‌ها می‌شود.

۶- بررسی پارامتری آماری متغیرهای خوردگی

شروع خوردگی و نیز نرخ خوردگی مطابق با روابط (۶) تا (۹) به چهار متغیر پایه؛ مقاومت مشخصه بتن، پوشش میلگردها، مقدار ثابت و مقدار مورد انتظار یون‌های مخرب وابسته است. لذا تأثیر این متغیرها به صورت پارامتری با ۱۰۰۰۰ شبیه‌سازی مونت کارلو بر عوامل خوردگی از جمله: زمان شروع خوردگی و نرخ خوردگی، مطابق با خصوصیات آماری متغیرهای درج شده در جدول (۴) ارزیابی آماری شده است.

در شکل (۳) الف، ب، ج و د به ترتیب تابع توزیع احتمال زمان شروع خوردگی نسبت به میانگین متغیرهای مقاومت فشاری بتن، پوشش میلگردها، مقدار مورد انتظار و ثابت یون‌های مخرب مطابق با در جدول (۴) نشان داده شده است. که در این شکل مقادیر میانگین متغیرهای تصادفی پایه ((متغیر) M) درج شده که مقدار میانگین و انحراف معیار حاصل از تحلیل آماری داده‌های شبیه‌سازی شده که تابع توزیع احتمال لوگ نرمال بر آن‌ها برازش شده $LN(\mu, \sigma)$; میانگین و σ : انحراف معیار) نیز نمایش داده شده است. مشخص است که با افزایش مقاومت بتن (شکل (۳-الف)) زمان شروع خوردگی

جدول ۴- پارامترهای تابع توزیع احتمال برای زمان شروع

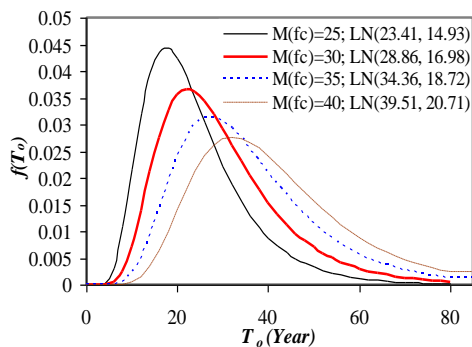
متغیر	خوردگی			
	f'_c (MPa)	C (mm)	C_{th} (kg/m ³)	C_o (kg/m ³)
میانگین	۲۵	۳۵	۰/۶	۱/۲
	۳۰*	۴۰	۰/۹	۳/۵
	۳۵	۵۰	۱/۰	۵/۵
ضریب تغییرات	۴۰	۶۰	۱/۲	۸/۲
	۰/۱۸	۰/۱۲	۰/۲۰	۰/۶۵
تابع توزیع	نرمال	نرمال	نرمال	لوگ-نرمال

* اعداد ضخیم شده، مقدار مورد استفاده در تحلیل پارامتری است.

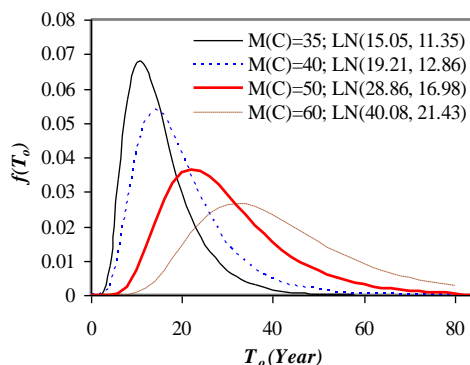
دامنه ضریب تغییرات در مقدار مورد انتظار و مقدار موجود یون مخرب به ترتیب بین ۰/۴۶ تا ۰/۷۸ و ۰/۳۸ تا ۱/۲۹ می‌باشد. افزایش در حدود ۱ سانتی متر پوشش میلگرد، به طور میانگین زمان شروع خوردگی را در حدود ۹ سال افزایش می‌دهد. از این‌رو، افزایش پوشش میلگرد یک راه حل ارزان و عملیاتی نسبت به افزایش مقاومت بتن برای تعدیل زمان شروع خوردگی می‌باشد.

در شکل (۴) تأثیر خواص فیزیکی و مکانیکی بتن (پوشش میلگردها شکل (۴-الف) و مقاومت بتن شکل (۴-ب) بر تابع چگالی نرخ خوردگی نشان داده شده است. مشخص است که با افزایش مقاومت شکل (۴-ب) و پوشش بتن (شکل ۴-الف) از نرخ خوردگی کاسته شده است. نتایج شکل‌های (۴-الف) و (۴-ب) نشان می‌دهند که با افزایش مقاومت فشاری در حدود ۶۰ درصد، نرخ میانگین خوردگی در حدود ۴۵ درصد کاهش یافته در حالی که با افزایش در حدود ۶۵ درصدی پوشش میلگردها، نرخ خوردگی در حدود ۴۱ درصد کاهش یافته است. لذا، بین افزایش مقاومت و پوشش میلگردها جهت افزایش نرخ خوردگی نمی‌توان تمایزی قائل شد چرا که هر دو موجب کاهش نرخ خوردگی تقریباً مشابه‌ای می‌گردند. افزایش پوشش میلگردها علاوه بر محافظت مکانیکی از میلگردها می‌تواند به عنوان محافظت شیمیایی حائل بین یون‌های مخرب و میلگردها نیز باشد.

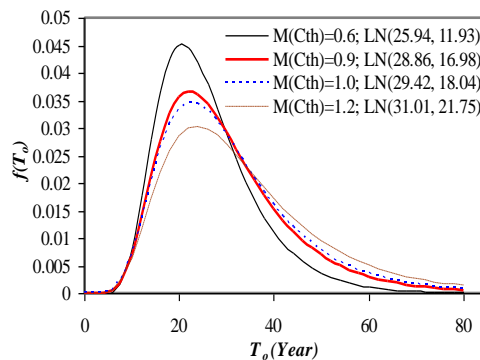
در شکل (۵) مقایسه‌ای از مقاومت بتن بر نرخ خوردگی با توجه به پوشش میلگردها نشان داده شده است. با افزایش مقاومت از نرخ خوردگی کاسته شده و به ازای مقاومت بزرگتر از ۴۰ (MPa) مگا پاسکال با پوشش بیشتر از ۵۵ میلی‌متر نرخ خوردگی به مقدار ۱/۲ (μA/cm²) محدود شده که مقدار خوردگی بسیار پایین میلگرد را طی عمر مفید سازه به همراه دارد.



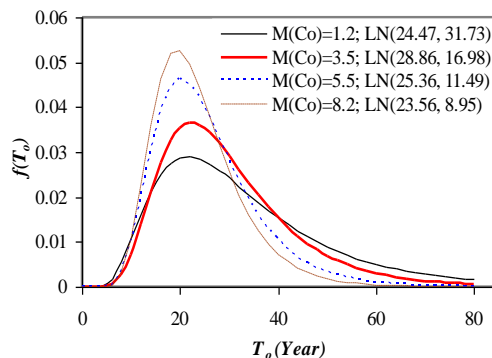
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۳- تابع چگالی احتمال زمان شروع خوردگی نسبت به تغییرات میانگین متغیرهای: الف) مقاومت بتن، ب) پوشش، ج) مقدار مورد انتظار، د) مقدار ثابت یون‌های مخرب

۷- تیر بتنی تحت بار گسترده

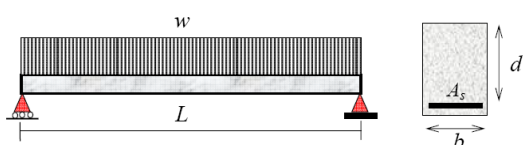
یک تیر بتن مسلح مطابق با شکل (۶) تحت بار گسترده یکنواخت را در نظر بگیرید. تابع شرایط حدی بر اساس حداکثر ظرفیت خمشی در وسط دهانه تیر، تعریف می‌گردد. مقطع مستطیلی این تیر توسط ۶ میلگرد نمره ۱۸ جهت تحمل بارهای وارده مسلح گردیده است. تابع شرایط حدی خمشی تیر فوق به صورت رابطه زیر می‌باشد (Mohammadi Farsani و Keshtegar، ۲۰۱۵):

$$G(X) = \eta A_s(t) f_y (d - K \frac{A_s(t) \cdot f_y}{b \cdot f_c}) - \lambda M_n \quad (18)$$

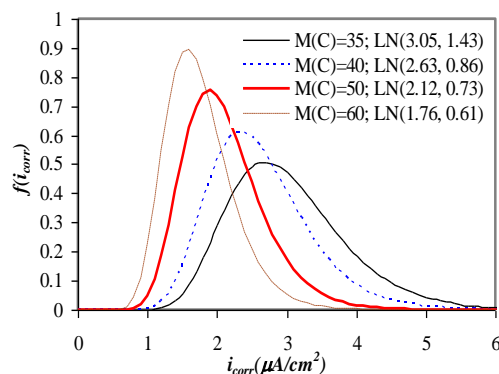
جهت محاسبه سطح مقطع در خوردگی کلی از رابطه (۱) و در خوردگی حفره‌ای از رابطه (۵) استفاده شده است. این مسأله شامل ۱۲ متغیر تصادفی پایه است که خصوصیات آماری آن‌ها در جدول (۵) لیست گردیده است. در این مسأله عدم اطمینان مدل و عدم قطعیت در بار به ترتیب با متغیرهای η و λ در نظر است (Nowak و Collins، ۲۰۰۰، Val و Melchers، ۱۹۹۷). در این مسأله یک فرایند تصادفی وابسته به زمان مورد ارزیابی شده است. همان طوری که از روابط (۱) و (۵) مشخص است، کاهش سطح میلگرد به دوره زمانی خوردگی وابسته است که در انتهای هر دوره بر حسب پارامترهای خوردگی قابل به صورت مستقیم بر اساس روابط تجربی قابل تخمین می‌باشد.

تیر مورد بررسی با استفاده از ۵۰۰۰۰۰۰ شیب‌سازی مونت کارلو، تحلیل قابلیت اعتماد شده و نتایج احتمال خرابی با توجه خوردگی کلی و حفره‌ای در شکل (۷) ارائه گردیده است. مشخص است که در اکثر دوره خوردگی احتمال خرابی تحت خوردگی کلی بیشتر از خوردگی موضعی می‌باشد و نرخ احتمال خرابی در خوردگی موضعی افزایش چشمگیری نسبت به خوردگی کلی برای دوره بیشتر از ۲۰ سال نشان می‌دهد.

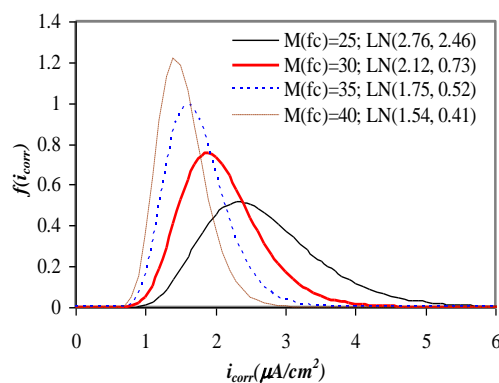
شکل (۸-الف) و (۸-ب) به ترتیب احتمال خرابی تحت خوردگی کلی و موضعی نسبت به لنگر خارجی وارده با توجه به دوره‌های خوردگی متفاوت را نشان می‌دهد. مطابق با شکل (۸) مشخص است که با افزایش دوره خوردگی احتمال خرابی این سازه افزایش می‌یابد.



شکل ۶- نمایش تیر بتن مسلح تحت بار گسترده

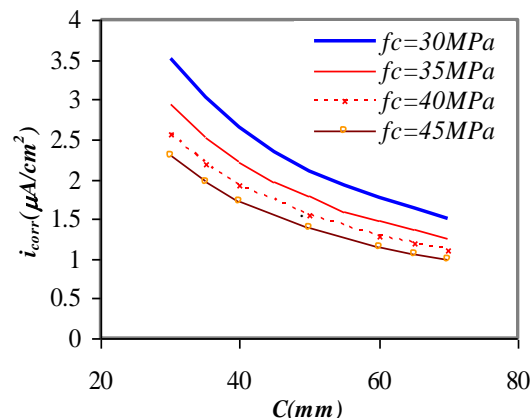


(الف)



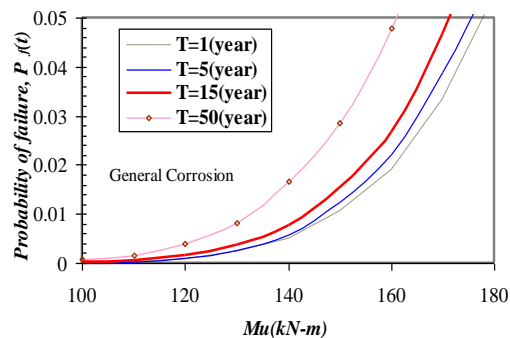
(ب)

شکل ۴- تأثیر میانگین پوشش میلگردها و مقاومت بتن بر تابع چگالی احتمال نرخ خوردگی

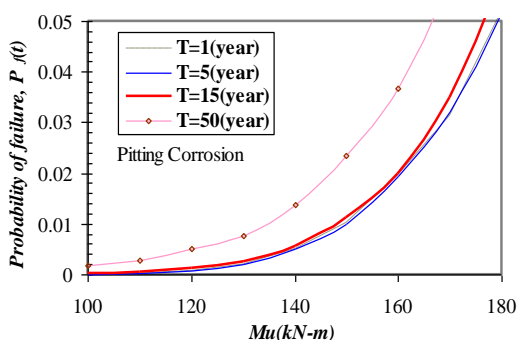


شکل ۵- مقایسه مقاومت بتن بر نرخ خوردگی نسبت به پوشش بتن

از این‌رو، برای سازه‌های مورد استفاده در محیط‌های خورنده، استفاده از بتن‌های با مقاومت بزرگتر از ۳۵ (MPa) و پوشش بیشتر از ۷۰ (mm) پیشنهاد گردیده که خوردگی بسیار پایین میلگرد را طی عمر مفید سازه منجر شده است (نرخ خوردگی کمتر از ۱/۲ $\mu\text{A}/\text{cm}^2$).

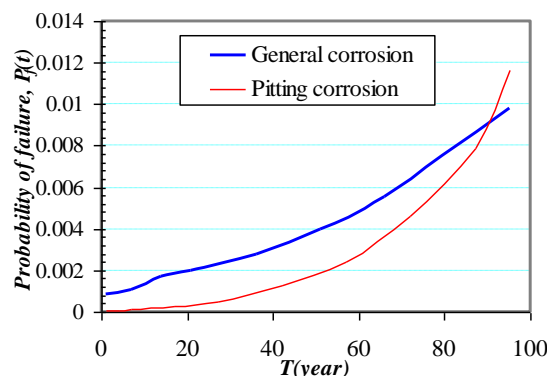


(الف)



(ب)

اما در شکل (۸-الف) مشخص است که در خوردگی کلی، افزایش احتمال خرابی یکسانی برای دوره‌های مختلف خوردگی نتیجه نشده است. به طوری که، تغییرات احتمال خرابی تحت خوردگی کلی، در دوره‌های زمانی ۱۵ تا ۵ سال در حدود تغییرات خرابی دوره‌های ۵ تا ۱ سال است. شکل (۸-ب) نشان می‌دهد که تفاوت احتمال خرابی برای دوره‌های زمانی کمتر از ۱۵ سال در خوردگی جزئی تغییرات چندانی نتیجه نشده است.



شکل ۷- مقایسه احتمال خرابی تحت خوردگی کلی و جزئی تیر

شکل ۸- مقایسه احتمال خرابی نسبت به لنگر خارجی برای دوره زمانی خوردگی: (الف) کلی، (ب) موضعی

جدول ۵- خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی تیر تحت بار گسترده

متغیر	شرح متغیر	واحد	تابع چگالی احتمال	میانگین (μ)	(COV)
f_c	مقاومت فشاری بتن	MPa	نرمال	۳۰	۰/۱۸
f_y	تنش جاری شدن فولاد	MPa	لوگ نرمال	۴۰۰	۰/۱۱
D_o	قطر میلگرد	mm	نرمال	۶Φ۱۸	۰/۰۵
M_n	لنگر وارده بر تیر	kN-m	گامیل	۱۲۰	۰/۱۲
b	عرض مقطع	mm	نرمال	۳۵۰	۰/۰۷
d	ارتفاع مؤثر	mm	لوگ نرمال	۵۰۰	۰/۰۷
c	پوشش میلگرد	mm	نرمال	۵۰	۰/۱۲
R	نسبت حداکثر به متوسط خوردگی	--	گامیل	۶	۰/۲
T	زمان از شروع خوردگی	year	لوگ نرمال	متغیر	۰/۳۵
K	ضریب نسبت مقاومت	--	نرمال	۰/۶	۰/۰۵
η	ضریب مدل	--	نرمال	۱/۰	۰/۱
λ	ضریب بار	--	نرمال	۱/۰۵	۰/۱

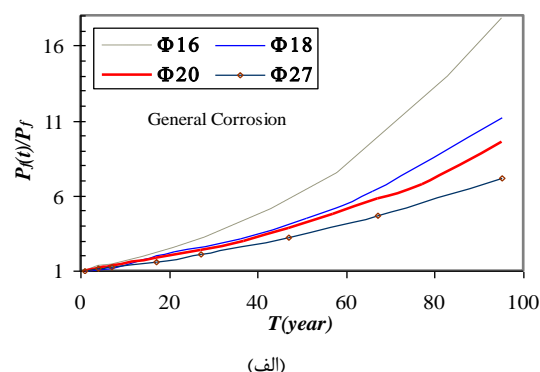
در شکل (۹-الف) و (۹-ب) اثر قطر میلگرد بر احتمال خرابی در خوردگی کلی و موضعی نشان داده شده است. برای استنتاج بهتر این مطلب احتمال خرابی وابسته به زمان را بر احتمال خرابی اولیه تقسیم نموده تا خرابی هر دوره زمانی به صورت نسبی ارائه گردد. نتایج شکل (۹) حاکی از آن است که با افزایش قطر میلگرد از نسبت احتمال خرابی کاسته شده است و تغییرات احتمال خرابی نسبت به قطر، در خوردگی موضعی بیشتر از خوردگی کلی نتیجه شده است. به طوری که در میلگرد به قطر

۱۶ میلی‌متر نرخ تغییرات احتمال خرابی، در خوردگی کلی در حدود ۱۷ و در خوردگی موضعی در حدود ۳۲۰ برابر حاصل گردیده است. اگرچه ممکن است تأثیر خوردگی موضعی بر احتمال خرابی کمتر از خوردگی کلی باشد اما نرخ تغییرات نسبی خرابی در خوردگی موضعی برای اکثر قطرهای مورد بررسی در حدود ۲۰ برابر خوردگی کلی می‌باشد.

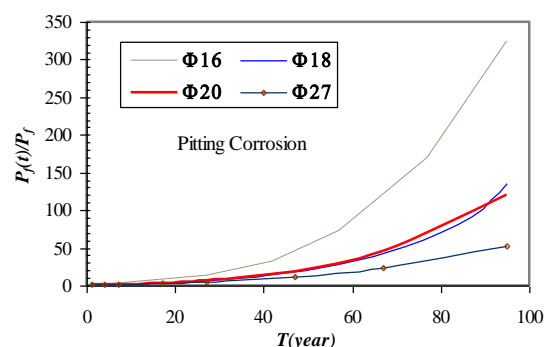
افزایش پوشش میلگرد یک راه حل ارزان و قابل اجرا جهت محافظت آرماتورها می‌باشد. به طوری که به ازای مقاومت فشاری بتن در حدود ۳۵، ۴۰ و ۴۵ مگا پاسکال می‌توان جهت کاهش نرخ خوردگی مقدار پوشش میلگردها را به ترتیب تقریباً برابر با ۷۰، ۶۰ و ۵۵ میلی‌متر محدود نمود.

برای سازه‌های بتن آرمه موجود در محیط‌های خورنده پیشنهاد می‌شود که علاوه بر افزایش پوشش میلگردها (mm) (۵۵) مقاومت بتن مصرفی (۴۰ MPa) را نیز افزود تا این امر موجب کاهش مناسب نرخ خوردگی و متعاقب آن افزایش عمر مفید سازه گردد.

افزایش قطر میلگرد بزرگتر از ۱۸ میلی‌متر و دوره خوردگی بزرگتر از ۱۵ سال به ترتیب موجب کاهش و افزایش احتمال خرابی تیر بتنی مورد بررسی شده و اثر تفاوت قطر بر تغییرات احتمال خرابی در خوردگی موضعی بیشتر از خوردگی کلی است. اثر قطر میلگرد در ابتدای شروع خوردگی (کمتر از ۵ سال) تغییرات چندانی در احتمال خرابی تیر نشان نداده است. افزایش دوره زمانی خوردگی موضعی (بیشتر از ۱۵ سال)، تغییرات شدید احتمال خرابی و زوال سازه بتن آرمه را نسبت به خوردگی کلی نتیجه می‌دهد.



(الف)



(ب)

شکل ۹- نسبت احتمال به احتمال ابتدای خوردگی برای قطرهای مختلف میلگرد: (الف) خوردگی کلی، (ب) موضعی

۹- مراجع

- Ahmad S, "Reinforcement corrosion in concrete structures, its monitoring and service life prediction-A review". Cement and Concrete Composite, 2003, 25, 459-71.
- Bastidas-Arteaga, E, Bressolette P, Chateaufneuf AL, Sanchez-Silva M, "Probabilistic lifetime assessment of RC structures under coupled corrosion-fatigue deterioration processes". Structural Safety, 2009, 31, 84-96.
- Bhargava K, Mori Y, Ghosh AK, "Time-dependent reliability of corrosion-affected RC beams-Part 1: Estimation of time-dependent strengths and associated variability". Nuclear Engineering and Design, 2011, 241, 1371-1384.
- Dai H, Wang W, "Application of low-discrepancy sampling method in structural reliability analysis". Structural Safety, 2009, 31, 55-66.
- Darmawan MS, "Pitting corrosion model for reinforced concrete structures in a chloride environment". Magazine of Concrete Research, 2010, 62(2), 91-101.
- Dhillon BS, "Reliability, Quality, and Safety for Engineers", CRC Pres, 2005.
- Enright MP, Frangopol DM, "Probabilistic analysis of resistance degradation of reinforced concrete bridge beams under corrosion". Engineering Structures, 1998, 20 (11), 960-971.
- Gonzalez JA, Andrade C, Alonso C, Feliu S, "Comparison of rates of general corrosion and maximum pitting penetration on concrete embedded steel

۸- خلاصه و نتیجه‌گیری

تحلیل آماری صورت گرفته به صورت گام به گام بوده و با توجه به روابط تحلیلی حاکم بر خوردگی ارزیابی می‌شود. ابتدا، توابع توزیع احتمال گاما، گامبل، نرمال، لوگ نرمال و وایبول انتخاب گردیده و سپس، بر اساس روابط نیمه تجربی خوردگی کلی و موضعی برای ضریب انتشار یون‌های مخرب، زمان شروع خوردگی و نرخ خوردگی تولید تصادفی با استفاده از ۱۰۰۰۰ شبیه‌سازی مونت کارلو شده است. بر اساس روش حداکثر درست نمایی پارامترهای تابع توزیع مختلف برای متغیرهای خوردگی محاسبه گردیده است. بهترین تابع توزیع احتمال برای پارامترهای خوردگی بر اساس تست مربع کای، تابع لوگ نرمال انتخاب گردیده است.

افزایش مقاومت بتن در حدود ۳۰ MPa و پوشش میلگردها در حدود ۵ mm موجب کاهش نرخ خوردگی در حدود ۳۵٪ و ۲۵٪ نسبت شده است. خواص فیزیکی و مکانیکی بتن بر میانگین زمان شروع خوردگی تأثیر بیشتری نسبت به مقدار مورد انتظار و موجود یون مخرب دارد اما یون‌های مخرب موجب تغییرات بیشتری در انحراف معیار داده‌های زمان شروع خوردگی (انحراف معیار زمان شروع خوردگی در محدوده ۱۰ تا ۳۰ درصد) شده است.

- reinforcement". *Cement and Concrete Research*, 1995, 25(2), 257-264.
- Gupta SP, "Statistical Method", New Delhi, 1997.
- Li C, Yang S, Saafi M, "Numerical simulation of behavior of reinforced concrete structures considering corrosion effects on bonding", *Journal of Structural Engineering*, 2014, 140(12), 04014092.
- Mohammadi Farsani A, Keshtegar B, "Reliability analysis of corroded reinforced concrete beams using enhanced HL-RF method", *Civil Engineering Infrastructures Journal*, 2015, 48(2), 297-304.
- Nowak AS, Collins KR, "Reliability of Structures", McGraw-Hill, 2000.
- Pellizzer GP, Leonel ED, Nogueira CG, "Influence of reinforcement's corrosion into hyperstatic reinforced concrete beams: a probabilistic failure scenarios analysis", *IBRACON Structures and Materials Journal*, 2015, 8 (4), 479-490.
- Rodriguez J, Ortega LM, Casal J, Diez JM, "Corrosion of reinforcement and service life of concrete structures". *Durability of Building Materials and Components* 1996, 7 (1), 117-126.
- Rohatgi VK, Ehsanes SAK, "Introduction to probability and statistics". Macmillan published Company, New York, 2001.
- Stewart MG, "Mechanical behaviour of pitting corrosion of flexural and shear reinforcement and its effect on structural reliability of corroding RC beams". *Structural Safety*, 2009, 31, 19-30.
- Stewart MG, "Spatial variability of pitting corrosion and its influence on structural fragility and reliability of RC beams in flexure". *Structural Safety*, 2004, 26(4), 453-70.
- Stewart MG, Al-Harthy A, "Pitting corrosion and structural reliability of corroding RC structures, experimental data and probabilistic analysis". *Reliability Engineering and System Safety*, 2008, 93(3), 273-382.
- Stewart MG, Rosowsky DV, "Time-dependent reliability of deteriorating reinforced concrete bridge decks". *Structural Safety*, 1998, 20, 91-109.
- Suzuki M, Tsutsumi T, Irie M, "Reliability analysis of durability/deterioration indices of reinforced concrete in a marine environment". *Corrosion of reinforcement in concrete*. Barking U.K.: Elsevier Science, 1990, 268-277.
- Val DV, Melchers RE, "Reliability of deteriorating RC slab bridges". *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 1997, 123(12), 1638-1644.
- Vidal T, Castel A, Francois R, "Analyzing crack width to predict corrosion in reinforced concrete". *Cement and Concrete Research*, 2004, 34, 165-174).
- Vu K, Stewart MG, "Structural reliability of concrete bridges including improved chloride-induced corrosion models". *Structural Safety*, 2000, 22 (4), 313-333.
- Vu K, Stewart MG, Mullard J, "Corrosion-Induced Cracking: Experimental Data and Predictive Models". *ACI, Structural Journal*, 2005, 102(5), 719-726.

EXTENDED ABSTRACT

Evaluating the Corrosion of Steel Reinforcement for Probabilistic Analysis of Concrete Beams

Behrooz Keshtegar^{*1}, Arash Modhamed-Farsani², Hosein Ali Rahdar¹

¹ Department of Civil Engineering, University of Zabol, Zabol 9861335856, Iran

² Department of Civil Engineering, Islamic Azad University, Branch of Farsan, Farsan, Iran

Received: 08 Jun 2016; Accepted: 05 February 2017

Keywords:

Mont Carlo simulation, probabilistic analysis, reliability analysis, reinforced concrete, corrosion

1. Introduction

The corroded reinforcement bars are the important issue of the concrete permanence due to reduction of the safety factor of the structure against the applied external loads. Corrosion of steel reinforcement has a complex process which due to the reduction in the resistance cross sectional area of the reinforced bars and degradation of concrete structure. Therefore, there are more important that the reinforced concrete structures are evaluated under corrosion at service loads due to an optimum and robust design to achieve a good durability and assessed the time-life service. The reinforced concrete beams are a one of most component that implemented for constructing the reinforced concrete. In the period-times the corrosion, the concrete beams have variety uncertainties such as model uncertainty, load and resistance uncertainty. These uncertainties can be considered using a probabilistic model based on the basis of random variables. The random variables in probabilistic models can be given by several statistical characteristics including probability density functions and their parameters (e.g. mean and standard deviation). The various methods including the first-order reliability method (FORM) and the second-order reliability method (SORM) methods, simulation approach and surrogate-based modeling are used to evaluate the probabilistic model in reliability analysis (Stewart and Al-Harthy 2008; Dai and Wang 2009; Mohammadi Farsani and Keshtegar 2015). The Monte Carlo simulation (MCS) is widely used in reliability analysis due to simplicity and more accurately.

In this paper, the MCS was implemented for probabilistic analysis of a reinforced concrete beam under distributed load. The probability functions and its parameters for corrosion variables such as the corrosion rate, the chloride diffusion coefficient and corrosion rate are determined by the maximum likelihood method. The Normal, Lognormal, Gamma, Gumbel and Weibull distribution functions were selected to test the best probability function in statistical analysis of pitting and general corrosions. In this reinforced concrete beam example has been illustrated the effect of various variables including the diameter reinforced bar and corrosion time on the time-variant area of steel reinforcement based on flexural strength in the general and pitting corrosion. Results illustrated that all of the corrosion variables follow the lognormal distribution function. The cover depth is important variable in reduction area of the steel reinforcement in general and pitting corrosion.

2. Methodology of probabilistic analysis

This selection includes two sections: (1) estimating the probability distribution function parameters (estimated distribution parameters using the maximum likelihood), (2) the MCS to evaluate the reliability analysis and statistical analysis of corroded parameters.

* Corresponding Author

E-mail addresses: bkeshtegar@uoz.ac.ir (Behrooz Keshtegar), farsanim@yahoo.com (Arash Modhamed-Farsani), rahdar@uoz.ac.ir (Hosein Ali Rahdar).

2.1. Statistical analysis

It is supposed that the corrosion basic random variable (X) follows the continuous probability density function (PDF) $f_X(x)$. The main effort is determined the unknown parameters (θ) of distribution function for the corrosion variables. The Maximum likelihood method can be used to determine the parameters of a PDF as follows (Gupta 1997):

$$L(\theta) = f_X(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f_X(x_i; \theta) \quad (1)$$

Where $L(\theta)$ likelihood function and θ is the probability distribution function parameters which should be calculated by maximizing the above equation, thus we have for each parameters of PDF an equations as $[\frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta_1} = 0, \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta_2} = 0, \dots, \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta_n} = 0]^T$. Therefore, it can be determine the parameters of PDF for each random variable.

2.2. Probabilistic analysis

The probability of failure can be estimated based on the limit state function $g(R, Q) = R - Q$ by the following relation (Mohammadi Farsani and Keshtegar, 2015):

$$P_f [Q > R] = \iint_{q-r>0} f_{Q,R}(q, r) dq dr \quad (2)$$

Where $f_{Q,R}(q, r)$ the joint probability is function and $q - r > 0$ is the failure domain. Determining the probability of failure using the equation (2) is difficult. Thus, the simulation method is more accurately provided a failure probability in complex problems with nonlinear limit state functions. The MCS is used to simulate the random variables of a limit state function,. Then, the limit state function was randomly computed based on a counter function $I[X]$ and generated basic random variable (x_i) using cumulative probability density function ($F_X(x_i)$) as $F_X(x_i) = v_i \Rightarrow x_i = F_X^{-1}(v_i)$ and $v_i = [0,1]$. Therefore, the limit state function can be described by the following relation in MCS.

$$I[X] = \begin{cases} 0 & g(x) > 0 \\ 1 & g(x) \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

Counter function has the value of 1 in failure domain and 0 in safe domain. Therefore, the probability of failure can be written as following (Dai and Wang, 2009):

$$P_f = \int_{g(x) \leq 0} \dots \int f_{X_1 \dots X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int I[X] f_{X_1 \dots X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[X_i] \quad (4)$$

3. The probabilistic model of corroded beam

The reliability analysis can be utilized for a reinforced concrete beam with rectangular cross section by MCS. The probabilistic model for reliability analysis of beam concrete under corrosion defects is defined as:

$$G(X) = \eta A_s(t) f_y (d - K \frac{A_s(t) f_y}{b f_c}) - \lambda M_n \quad (5)$$

Where, $A_s(t)$ is the corroded cross-sectional steel bars which is defined for general corrosion as $A_{st}(t) = \pi / 4 (D_0 - 2P_{av})^2$ [4] and pitting corrosion as $A_{st}(t) = A_{st} - A_{pit}(t)$ (Vidal et al. 2004; Stewart and Al-Harthy, 2008).

4. Results and desiccation

All corrosion random variables are dependent to the corrosion initiation time. Therefore, the probability distribution function of corrosion initiation time based on 10000 Mont Carlo simulations was evaluated. The parameters of the PDF for corroded parameters i.e. chloride diffusion coefficient (Dc), corrosion initiation time (T_0) and initiate corrosion rate (icorr (1)) in reinforcing bars are listed in Table 1 which the lognormal distribution with is selected on the basis of the chi-square test for all corroded parameters. Then, the statistical characteristics of the corrosion rate at the start of corrosion propagation was studied which best probability distribution function for this corrosion rate was obtained the lognormal distribution function with the mean and Coefficient of Variation (CoV) of $2.12 \mu\text{A}/\text{cm}^2$ and of 0.33, respectively.

The effects of the bar diameters on failure probability in pitting and general corrosions are shown in Fig. 1., the failure probability is decreased when the bar diameter is increased in general and pitting corrosions. It is concluded that the diameter of bars have more significantly effect in capability of the reinforced concrete beams at the time periods $T > 30$ and $T > 50$ years in general and pitting corrosions, respectively. The bars with ordinary diameters ($D > \Phi 18$) are a suitable applied way to increase service life-time of the beams in corroded environment and lead to decrease failure of reinforced concrete beam with corroded defects.

Table 1. The distribution corrosion variables

Probability distribution function	D_c		T_o		$i_{corr}(1)$	
	Statistic (χ^2)	factors	Statistic (χ^2)	factors	Statistic (χ^2)	factors
Gamma $f_x(x) = [v(vx)^{k-1} / \Gamma(k)] \exp(-vx)$	982.17	$k=8.11$ $v=6.54$	457.31	$k=3.46$ $v=6.51$	1663.8	$k=9.21$ $v=0.23$
Gumbel $f_x(x) = \frac{1}{\beta} \exp[-\frac{x-v}{\beta} - \exp(-\frac{x-v}{\beta})]$	431.51	$\beta=44.63$ $v=6.09$	1643.4	$\beta=12.04$ $v=14.73$	966.6	$\beta=0.54$ $v=1.81$
Lognormal $f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi x} \exp[-\frac{1}{2}(\frac{\ln x - \lambda}{\xi})^2]$	281.04	$\xi=0.309$ $\lambda=3.92$	177.93	$\xi=0.53$ $\lambda=2.96$	459.77	$\xi=0.27$ $\lambda=0.71$
Normal $f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2]$	1723.8	$\sigma=18.62$ $\mu=53.01$	3453.3	$\sigma=15.44$ $\mu=21.68$	2685.9	$\sigma=0.69$ $\mu=2.12$
Weibull $f_x(x) = \frac{\alpha x^{\alpha-1}}{\beta^\alpha} \exp[-(\frac{x}{\beta})^\alpha]$	2058.2	$\alpha=3.85$ $\beta=58.51$	1464.0	$\alpha=1.68$ $\beta=25.46$	3742.3	$\alpha=4.37$ $\beta=2.33$

* The bold font numbers have the best statistic among the other PDFs

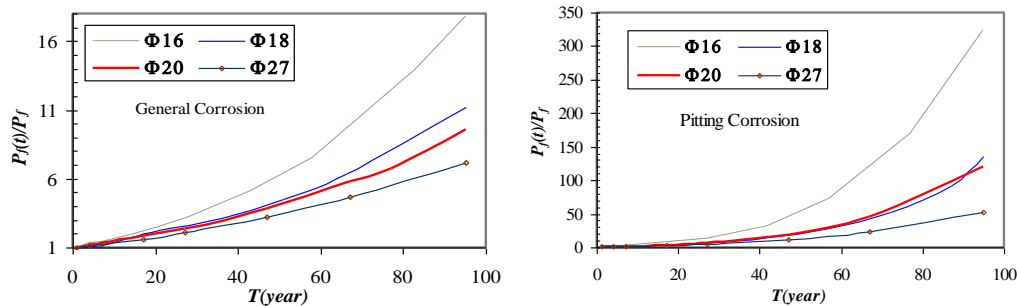


Fig 1. The effects of bar diameters in different corrosion of concrete beam

5. Conclusions

The statistical analysis was used to evaluate the best PDF step by step using the empirical and analytical relations of corrosion. The Gama, Gumbell, Normal, Lognormal and Weibull were examined to select the best PDF of corroded variables using k-square statistic. The Lognormal distribution function was obtained the best among other PDFs for the threshold chloride concentration, corrosion initiation time and corrosion rate.

Based on probabilistic analysis of corrosion variables, a reinforced concrete beam under distributed was studied using Mont Carlo simulation for time-dependended reliability analysis in general and pitting corrosions. The flexural limit state function was defined that was included model, resistance and load uncertainties. The results indicated that the failure probability of the concrete beam were increased and decreased by increasing the bar diameter and corrosion time period, respectively. The effects of reinforcing bar diameter on the failure probability are more than the time since corrosion initiation.

6. References

- Dai H, Wang W, "Application of low-discrepancy sampling method in structural reliability analysis", Structural Safety, 2009, 31 55-63.
- Gupta SP, "Statistical Method", New Delhi, 1997.
- Mohammadi Farsani A, Keshtegar B, "Reliability analysis of corroded reinforced concrete beams using enhanced HL-RF method", Civil Engineering Infrastructures Journal, 2015, 48(2), 297-304.
- Stewart MG, Al-Harthy A, "Pitting corrosion and structural reliability of corroding RC structures, experimental data and probabilistic analysis", Reliability Engineering and System Safety, 2008, 93(3), 273-382.
- Vidal T, Castel A, Francois R, "Analyzing crack width to predict corrosion in reinforced concrete", Cement and Concrete Research, 2004, 34, 165-174.