

## برآورد نیروی بالا برنده بر سازه‌های آبی در شرایط غیر دارسی

محمد رضا شریفی<sup>\*</sup>، محمد شکرالهی<sup>۲</sup> و امیر زایری بغلانی نژاد<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> استادیار گروه عمران - آب، دانشگاه صنعتی جندی‌شاپور

<sup>۲</sup> مریبی گروه مهندسی عمران - سازه، دانشگاه صنعتی جندی‌شاپور

<sup>۳</sup> مریبی گروه مهندسی عمران - سازه، دانشگاه صنعتی جندی‌شاپور

### چکیده

نیروی بالابرندی یکی از پارامترهای موثر در بارگذاری انواع سازه‌های آبی محسوب می‌شود. محاسبه نیروی مذکور، اغلب در شرایط جریان آرام و با فرض برقراری قانون دارسی انجام می‌گیرد. در صورت عدم برقراری شرط دارسی، معادله حاکم بر نشت آب در خاک غیر خطی و فاقد حل تحلیلی است که می‌باشد از طریق روش‌های عددی نسبت به حل آن اقدام نمود. در این تحقیق با بهره‌گیری از روش عددی احجام محدود و همچنین روش عددی هم‌پیچی منفرد مجزا و مقایسه آن‌ها با روش رایج بلایی، نسبت به برآورد نیروی بالابرندی وارد بر پی یک سد بتنی اقدام گردیده است. نتایج نشان می‌دهند دو روش عددی مذکور ضمن تأیید یکدیگر، به دلیل قابلیت محاسبه نیروی بالابرندی با درنظر گرفتن شرایط متنوعی از پارامترهای مؤثر نظیر قطر ذرات، عمق لایه نفوذپذیر، ضایعات مختلف جریان غیر دارسی نسبت به روش بلایی که فاقد قابلیت‌های مذکور است، از اعتماد عملی و محاسباتی بسیار بیشتری برخوردار هستند.

**واژگان کلیدی:** نیروی بالا برنده، احجام محدود، هم‌پیچی منفرد مجزا، بلایی.

اساس روش‌های تحلیلی مذکور با فرض جریان آرام آب در خاک می‌باشد. این در حالی است که با توجه به نوع خاک پی تراویش آب از زیر سد را می‌توان به دو دسته ورقه‌ای و متلاطم تقسیم نمود. برای حالتی که جریان آب در خاک متلاطم باشد، قانون دارسی فاقد اعتبار بوده و رابطه بین سرعت و شبیه هیدرولیکی غیر خطی خواهد بود و در نهایت رابطه حاکم یک معادله دیفرانسیل غیر خطی خواهد بود. از آنجایی که رابطه اخیر فاقد حل تحلیلی است ناگزیر به استفاده از روش‌های عددی می‌باشد که یکی از جدیدترین آن‌ها، روش هم‌پیچی منفرد مجزا<sup>۱</sup> است. این شیوه در سال ۱۹۹۹ توسط Wei<sup>۲</sup> معرفی گردید [۳].

با توجه به این که روش متداول محاسبه نیروی بالابرندی در مسائل مهندسی، روش بلایی می‌باشد که نوع جریان را در نظر نمی‌گیرد، محاسبه این نیرو در شرایط غیر دارسی با استفاده از روش‌های دقیق‌تر ضرورت دارد.

در تحقیق حاضر از روش عددی هم‌پیچی منفرد مجزا جهت مدل‌سازی و تحلیل نشت استفاده شده است و برای صحبت‌سنگی، نتایج با روش عددی متداول احجام کنترل مقایسه گردیده است. در پایان نتایج به دست آمده را روش تحریبی بلایی مقایسه گردیده‌اند.

### ۱- مقدمه

یکی از پارامترهای بسیار مهم در طراحی بدن سدهای بتنی نیروی بالا برنده است زیرا این نیرو در جهت خلاف اطمینان در برابر پایداری واژگونی عمل می‌نماید. بنابراین در طراحی باید توجه خاصی به این نیرو مبذول شود.

Bligh در سال ۱۹۱۰ تئوری طول خرزش را پیشنهاد نمود [۱]. براساس این تئوری، توزیع فشار زیر سد خطی فرض می‌شود. در سال ۱۹۲۲ روش تحلیلی پتانسیل مختلط توسط Pavlosky ارائه گردید [۲]. مبنای روش مذکور، حلتابع پتانسیل مختلط با استفاده از نکاشت‌های هندیسی می‌باشد. Muskat و Khosla بعدها این روش توسط محققینی چون Chawla، Harr و ... تکمیل گردید [۲]. اگرچه این روش راه حل تحلیلی دقیقی جهت حل مسائل با شرایط مرزی مختلط ارائه می‌دهد، ولی معادلات به دست آمده برای کارهای مهندسی بسیار پیچیده‌اند و با اضافه شدن هر سپر ورقه‌ای یا تغییر خطوط و شکل حوزه جریان، انتگرال‌های بسیار پیچیده‌ای به وجود می‌آیند که راه حل مسأله را بیش از پیش مشکل می‌نمایند [۲]. به همین دلیل جهت محاسبه نیروی بالابرندی استفاده از روش بلایی<sup>۱</sup> به عنوان یک تقریب قابل قبول پیشنهاد شده است.

عددی اقدام به حل آن نمود. جهت حل معادله مذکور از روش‌های عددی همپیچی منفرد مجزا و احجام محدود استفاده شده است.

**۳- روش عددی همپیچی منفرد مجزا (DSC)**  
الگوریتم DSC برای اولین بار توسط Wei معرفی شد [۳]. در این جملات یک معادله دیفرانسیل به وسیله عبارات جبری تقریب زده می‌شود که به این ترتیب معادله دیفرانسیل به یک معادله جبری معمولی تبدیل می‌گردد. اساس ریاضی الگوریتم DSC توزیع  $T$  تابع  $\eta$  می‌باشد. در صورتی که  $T$  تابع توزیع و  $\eta$  المانی از فضای تابع آزمون باشد، در این صورت انтگرال همپیچی  $\eta$  به صورت زیر تعریف می‌گردد [۱۳].

$$F(t) = (T * \eta)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(t-x)\eta(x)dx \quad (5)$$

در ابتداء فوق  $T(t-x)$  هسته منفرد نامیده می‌شود.  
از هسته‌های منفرد مختلفی در الگوریتم DSC استفاده می‌شود که یکی از کارآمدترین آن‌ها هسته تنظیم شده شانون<sup>۴</sup> (RSK) می‌باشد [۱۴-۸]. هسته RSK به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta_{\Delta,\sigma}(x-x_k) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\Delta}\right)(x-x_k)}{\left(\frac{\pi}{\Delta}\right)(x-x_k)} \exp\left[\frac{(x-x_k)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (6)$$

که در آن  $\Delta$  فاصله بین نقاط شبکه‌بندی است که در جهت  $x$  و  $y$  تعریف می‌شود و  $\sigma$  پارامتر تنظیم کننده هسته شانون است که به مقدار  $\Delta$  بستگی دارد.

جهت استفاده از انتگرال همپیچی با تقریبی مناسب می‌توان رابطه (۵) را به صورت منقطع شده زیر نوشت [۹]:

$$F_\alpha(t) = \sum_k T(t-x_k) f(x_k) \quad (7)$$

در این رابطه  $F_\alpha(t)$  تقریب انتگرال همپیچی ( $F(t)$ ) است و  $\{x_k\}$  مختصات نقاط شبکه‌بندی می‌باشد که معادله (۱) روی آن‌ها تعریف می‌گردد.

اگر تابع  $(x)$  مجهول مسئله باشد، برای استفاده از روش DSC تابع منقطع و مشتقات آن در یک محیط شبکه‌بندی شده

## ۲- معادلات حاکم

معادله حاکم بر جریان آب در محیط‌های متخلخل رابطه ریچاردز<sup>۱</sup> می‌باشد که شکل آن به صورت زیر است [۴]:

$$\frac{\partial(\rho_w V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_w V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_w V_z)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho_w n S_w)}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

در رابطه فوق  $V_x, V_y, V_z$  مؤلفه‌های سرعت ظاهری جریان،  $\rho_w$  جرم مخصوص آب،  $n$  پوکی خاک،  $S_w$  درجه اشباع خاک و  $t$  بعد زمان است.

با این‌که همه سیستم‌های جریان از لحاظ فیزیکی سه بعد دارند، ولی از آن جایی که حرکت آب در صفحات قائم موازی اساساً یکسان و مشابه است [۲]، لذا برای سادگی محاسبات از بعد سوم  $Z$  صرف نظر می‌شود. بنابراین با فرض محیط اشباع، جریان ماندگار و ثابت بودن  $\rho_w$ ، معادله پیوستگی به شکل زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

جریان متلاطم آب در خاک به کمک رابطه غیر خطی بین سرعت و گرادیان هیدرولیکی بیان شده است. معادله (۳) شکل کلی رابطه مذکور را نشان می‌دهد [۵ و ۶]:

$$V = ai^b \quad (3)$$

در این رابطه  $a$  و  $b$  ثابت‌های تجربی می‌باشند که بستگی به خواص سیال و محیط متخلخل دارند. از جمله پژوهش‌هایی که برای بدست آوردن ضرایب مذکور صورت گرفته است می‌توان به نتایج Parkin [۵] اشاره نمود. او رابطه بین سرعت و گرادیان را برای ذرات با قطر  $d < 1.9$  و  $d > 0.95$  سانتی‌متر مطابق رابطه (۴) پیشنهاد نمود:

$$V = 0.218i^{0.538} \quad (4)$$

در این تحقیق به منظور دستیابی به معادله دیفرانسیل حاکم بر نشت غیر دارسی از جایگذاری رابطه (۳) در رابطه پیوستگی (۲) استفاده گردیده است [۶]. از آن جایی که معادله حاصل غیر خطی می‌باشد لذا می‌بایست از طریق روش‌های

2- Distribution

3- Wavelets

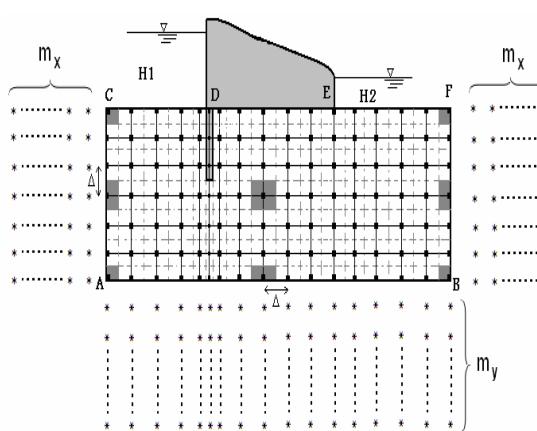
4- Regularized Shannon kernel

1- Richards Equation

$$\begin{aligned} & \left( \sum_{k=-m_x}^{m_x} \delta_{\Delta x, \sigma}^{(1)}(x_{i,j} - x_{i+k,j}) h(i+k,j) \right)^{b-1} \\ & \times \left( \sum_{k=-m_x}^{m_x} \delta_{\Delta x, \sigma}^{(2)}(x_{i,j} - x_{i+k,j}) h(i+k,j) \right) \\ & + \left( \sum_{k=-m_y}^{m_y} \delta_{\Delta y, \sigma}^{(1)}(y_{i,j} - y_{i,j+k}) h(i,j+k) \right)^{b-1} \end{aligned} \quad (13)$$

معادلات فوق برای تمام نقاط محیط شبکه‌بندی شده به یک دستگاه معادلات جبری غیرخطی منجر می‌گردند که با استفاده از روش تکرار<sup>۱</sup> قابل حل خواهد بود. با حل دستگاه، مقادیر بار آبی  $h$  در تمام نقاط شبکه‌بندی به دست می‌آید که به کمک آن می‌توان سایر پارامترهای جریان از جمله نیروی بالا برآورد وارد به کف سد را محاسبه نمود.

**۵- نحوه شبکه‌بندی و تشریح شرایط مرزی**  
از آنجا که در این تحقیق مسئله نشت به دو روش عددی هم‌پیچی منفرد مجزا و احجام محدود حل شده، لازم است نحوه شبکه‌بندی محیط به دو روش تشریح گردد. در روش احجام محدود محیط به حجم کنترل‌هایی تقسیم می‌شود و مقادیر بار آبی در گره وسط هر حجم کنترل محاسبه می‌گردد. در روش هم‌پیچی منفرد مجزا محیط به گره‌هایی با فواصل دلخواه تقسیم‌بندی می‌شود و مقادیر بار آبی در آن‌ها به دست می‌آید. جهت توضیح بهتر نحوه شبکه‌بندی، محیط زیر یک سد بتُنی شبکه‌بندی شده و در شکل (۱) نمایش داده شده است.



شکل ۱- نحوه شبکه‌بندی محیط زیر سد بتُنی نمونه

در نقاط  $x_i$  روی بازه  $[x - x_m, x + x_m]$  تخمین زده می‌شود. این تخمین به کمک شکل منفصل شده انتگرال هم‌پیچی معادله (۷) صورت می‌پذیرد. به عبارت ساده‌تر برای مشتق مرتبه  $n$  ام تابع  $F(x)$  می‌توان نوشت [۱۶]

$$\frac{d^n f(x)}{dx^n} \Big|_{x=x_i} = f^n(x_i) \approx \sum_{k=-m}^m \delta_{\Delta, \sigma}^n(x_i - x_k) f(x_k); \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

در رابطه اخیر  $F(x_k)$  مقدار تابع مورد نظر در نقاط شبکه‌بندی شده روی بازه  $[x - x_m, x + x_m]$  است.  $\delta_{\Delta, \sigma}^n(x_i - x_k)$  مشتق مرتبه  $n$  ام هسته مورد استفاده در نقاط بازه مذکور و  $2m+1$  عرض بازه محاسباتی می‌باشد.

#### ۴- منقطع‌سازی و حل معادلات به روش هم‌پیچی منفرد مجزا

با ترکیب معادلات (۲) و (۳)، معادله دیفرانسیل حاکم بر نشت متلاطم به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{\partial(ai_x^b)}{\partial x} + \frac{\partial(ai_y^b)}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

با توجه به این‌که پارامترهای  $a$  و  $b$  برای یک محیط خاص مقادیر ثابتی هستند:

$$a \frac{\partial i_x^b}{\partial x} + a \frac{\partial i_y^b}{\partial y} = 0 \quad (10)$$

$$abi_x^{b-1} \frac{\partial i_x}{\partial x} + abi_y^{b-1} \frac{\partial i_y}{\partial y} = 0 \quad (11)$$

از طرفی  $i_y = -\frac{\partial h}{\partial y}$  و  $i_x = -\frac{\partial h}{\partial x}$  نقاط مختلف محیط خاک می‌باشد لذا:

$$\begin{aligned} ab \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^{b-1} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right) + ab \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right)^{b-1} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) &= 0 \\ \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^{b-1} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right) + \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right)^{b-1} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

معادله اخیر شکل نهایی معادله دیفرانسیل غیر خطی حاکم بر نشت غیر دارسی است که برای حل آن جملات  $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$  و  $\frac{\partial h}{\partial x}$  باید به وسیله معادله (۸) تقریب زده شوند:

برای برآورد برآیند نیروی بالابرنده وارد به کف سد شکل (۲) از رابطه زیر استفاده می‌گردد.

$$F = \sum_{i=1}^n h_i \gamma_w \Delta x_i \quad (14)$$

در این رابطه،  $h_i$  بلندای هیدرولیکی در گره  $i$  ام واقع در کف سد،  $\Delta x_i$  فاصله مرکز تا مرکز دو طرف گره  $F$  نیروی بالابرنده برآیند و  $\gamma_w$  وزن مخصوص آب می‌باشد.

#### ۷- صحت سنجی و ارزیابی مدل‌ها

نظر به این‌که روش احجام محدود برای حل معادله دیفرانسیل غیر خطی حاکم بر جریان آب در خاک به عنوان یک روش پذیرفته شده و قابل قبول مطرح می‌باشد [۶]. لذا در این تحقیق نتایج مربوط به تحلیل نشت غیر دارسی توسط روش DSC مزبور، به عنوان مبنای ارزیابی و اعتبارسنجی روش جدید در میانگین روش‌ستی بلایی قرار گرفت. لذا به منظور اعتبار سنجی روش‌های بکار رفته، از ملاک‌های آماری شامل میانگین خطای<sup>۱</sup> (ME)، میانگین قدر مطلق خطای<sup>۲</sup> (MAE)، جذر میانگین مربعات خطای<sup>۳</sup> (RMSE) و ضریب تعیین<sup>۴</sup>  $R^2$  استفاده شده است. رابطه (۱۵) محاسبه می‌گردد [۲۳]:

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [x_i - y_i] \quad (15)$$

که در آن  $x_i$  نتایج مدل مورد ارزیابی،  $y_i$  نتایج روش مینا و  $n$  تعداد نتایج هر یک از روش‌ها در حالات مختلف می‌باشد. میانگین قدر مطلق خطای<sup>۲</sup> (MAE)، مقدار خطای مدل را نشان می‌دهد و از رابطه ذیل محاسبه می‌شود:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - y_i| \quad (16)$$

- 2- Mean error
- 3- Mean absolute error
- 4- Root mean square error
- 5-Determination coefficient

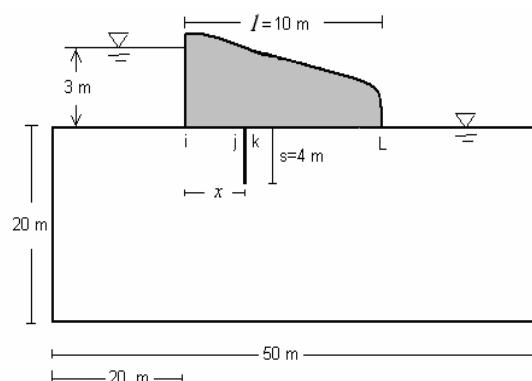
در شکل (۱) خطوط خطچین، وجود حجم کنترل‌ها می‌باشند و نقاط سیاه رنگ نشان دهنده گره‌ها هستند. با توجه به این‌که در روش DSC هر گره براساس  $m$  گره دو طرف خود در جهت  $x$  و  $y$  تخمین زده می‌شود، نوشتن معادلات منقطع‌سازی شده روی گره‌های نزدیک مرز نیازمند گره‌های کمکی در خارج از مرزها می‌باشد. این نقاط به صورت ستاره در شکل (۱) نمایش داده شده‌اند. جهت جلوگیری از شلوغ شدن شکل از ترسیم نقاط بالای مرز  $CF$  پرهیز گردیده است. مقادیر  $m_x$  و  $m_y$  بکار رفته در این تحقیق برابر ۲۱ و پارامتر تنظیم کننده  $\sigma$  نیز برابر با  $2/8$  لحاظ گردیده است.

در مورد شرایط مرزی مساله، با توجه به شکل (۱) ملاحظه می‌شود که به طور کلی دو نوع مرز متفاوت وجود دارد: (الف) مرز با بار هیدرولیکی ثابت: این مرزها عبارتند از خطوط  $H_1$  و  $AC$  که نقاط روی آن‌ها همگی دارای پتانسیل  $H_1$  هستند و همچنین مرزهای  $EF$  و  $ED$  که نقاط روی آنها دارای پتانسیل  $H_2$  می‌باشند.

(ب) مرز با لایه غیر قابل نفوذ: این مرزها با توجه به شکل عبارتند از دو مرز  $AB$  و  $DE$ . در این مرزها از شرط نیومون<sup>۱</sup> استفاده می‌شود.

#### ۶- روش برآورد نیروی بالابرنده

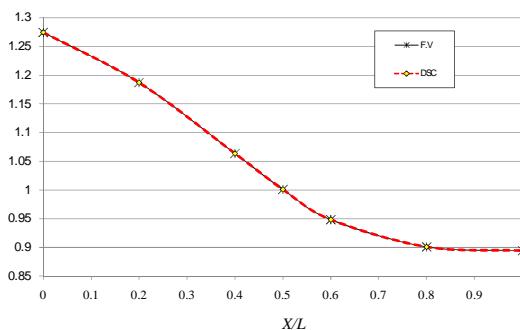
به منظور ارزیابی روش‌ها، نیروی بالابرنده در موقعیت‌های مختلف سپر شامل نسبت بی‌بعد  $x/l$  با مقادیر متفاوت  $x/l = 0.0, 0.2, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0$  با استفاده از هر یک از روش‌ها برآورد شد.  $x$  و  $l$  مطابق شکل (۲) به ترتیب فاصله از بدنه بالادرست و طول سد می‌باشد.



شکل ۲- ابعاد هندسی سد بتنی نمونه

به منظور مقایسه کمی هر یک از دو روش FV و DSC با روشن سنتی BL از نسبت‌های بی بعد  $\frac{F_{numerical}}{F_{Bligh}}$  و  $x/l$  که در شکل (۳) ترسیم شده است استفاده گردید.

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود به موازات موقعیت‌های مختلف سپر، میزان تفاوت دو روش FV و DSC در مقایسه با روشن BL تغییر می‌کند. به طوری که در مقادیر  $x/l < 0.5$  برآورد مدل‌های عددی بیش از مقدار تخمین زده شده توسط روش BL می‌باشد. در حالی که در  $x/l > 0.5$  مقادیر برآورده توسط روشن‌های عددی کمتر از روشن BL می‌باشد. لازم به ذکر است اختلاف نتایج بلای با دو روش عددی در حالی که  $x/l < 0.5$  باشد با مقدار حداقل اختلاف ۲۷ درصد به مرتب بیشتر از حالتی است که سپر در موقعیت  $x/l > 0.5$  با حداقل اختلاف ۱۱ درصد قرار داشته باشد. این در حالی است که در موقعیت قرارگیری سپر در وسط طول پی سد، هر دو روش عددی FV و DSC با روشن BL تطابق بسیار بالای دارند.



شکل ۳- نمودار اختلاف بین نیروی بالابرنده روش بلای و روش‌های عددی

#### ۹- نتایج اعتبار سنجی

مقادیر ملاک‌های مقایسه‌ای روش‌های DSC و BL شامل میانگین خط، میانگین قدر مطلق خط، جذر میانگین مربعات خط و ضریب تعیین در جدول (۲) آورده شده است. پایین بودن میانگین خط، میانگین قدر مطلق خط و جذر میانگین مربعات خط در روش DSC در مقایسه با مقادیر مذکور در روش DSC بیانگر انطباق تقریباً کامل روش DSC با روش FV می‌باشد. در مقابل ملاک‌های نام برده شده به ترتیب با مقادیر  $-0.3096$  و  $14/6273$  و  $16/7863$  نشان دهنده انحراف مقادیر برآورده توسط روش BL در مقایسه با روش FV

جذر میانگین مربعات خط (RMSE) معیاری برای بیان میزان پراکندگی خطای حاصل از برآورد مدل محسوب می‌شود [۱۸]. هر چقدر این معیار کوچک‌تر باشد بیانگر دقیق‌تر تخمین‌گر است:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum [x_i - y_i]^2} \quad (17)$$

کیفیت بازیابی مدل از طریق محاسبه ضریب تعیین ( $R^2$ ) امکان‌پذیر است [۱۹]. هر چه مقدار  $R^2$  به عدد یک نزدیک‌تر باشد، تطابق بیشتری بین نتایج مدل و روش مبنا وجود دارد.

$$R^2 = \frac{[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (18)$$

در رابطه فوق  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  به ترتیب میانگین نتایج مدل مورد ارزیابی و روش مبنا می‌باشند.

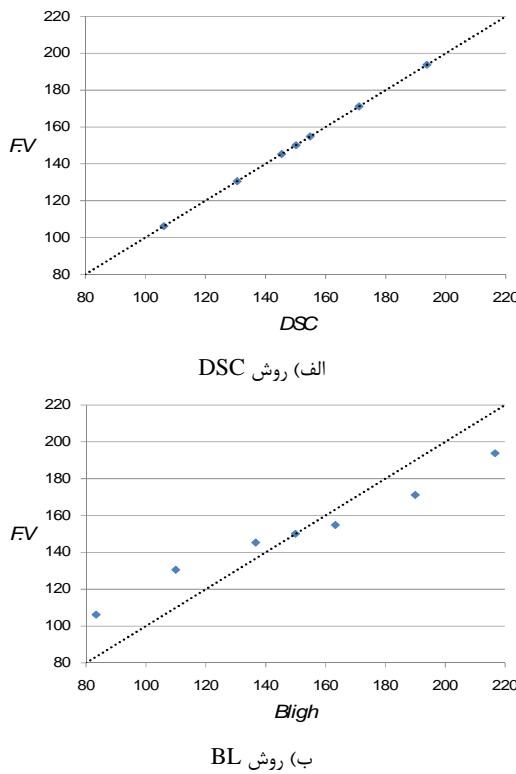
محاسبه ملاک‌های فوق، ضمن آن که اعتبار مدل را از نظر انحراف از مقادیر مبنا نشان می‌دهد، امکان مقایسه نتایج حاصل از برآورد در روش‌های مختلف را نیز با یکدیگر فراهم می‌نماید.

#### ۸- نتایج و بحث

جدول (۱) مقادیر برآورده شده برآیند نیروی بالابرنده توسط روش‌های FV و DSC و BL را در موقعیت‌های مختلف قرارگیری سپر در زیر سد نشان می‌دهد. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود مقادیر دو روش FV و DSC تقریباً مشابه یکدیگرند و هر دو روش در مقایسه با روش سنتی BL دارای تفاوت قابل توجهی می‌باشند.

#### جدول ۱- مقادیر نیروی بالا برنده روش‌های FV و DSC و BL

$x/l$	FV	DSC	BL
۰	۱۰۶/۲۰۶	۱۰۶/۲۱۲	۸۳/۳۳
۰/۲	۱۳۰/۵۹۱	۱۳۰/۵۸۰	۱۱۰
۰/۴	۱۴۵/۳۶۴	۱۴۵/۳۶۲	۱۳۶/۶۷۰
۰/۵	۱۵۰/۱۵۳	۱۵۰/۱۵۲	۱۵۰
۰/۶	۱۵۴/۹۰۱	۱۵۴/۸۹۷	۱۶۳/۳۳۰
۰/۸	۱۷۱/۱۸۰	۱۷۱/۱۸۸	۱۹۰
۱	۱۹۳/۷۷۲	۱۹۳/۷۸۰	۲۱۶/۶۷۰



شکل ۴- مقادیر نیروی بالا برنده نسبت به روش مبنا

## ۱۰- نتیجه‌گیری

مقایسه نتایج مربوط به محاسبه نیروی بالابرندۀ حاصل از دو روش DSC و FV با نیروی بالا برندۀ حاصل از روش DSC به عنوان یک روش عددی پیشرفته محسوب می‌شود. لذا با توجه به قابلیت چنین روشی در حل معادلات غیر خطی حاکم بر نشت آب در خاک، می‌توان آن را برای حل مسائل نشت و به خصوص محاسبه نیروی بالا برنده در شرایط غیر دارسی بکار برد.

از سوی دیگر در خصوص استفاده از روش سنتی بلای که عموماً در مسائل نشت و بدون توجه به شرایط حاکم بر رژیم جریان، مورد استفاده طراحان قرار می‌گیرد، نتایج این تحقیق نشان داد که در مواقعی که سپر در نیمه پایین دست طول سد اجرا گردد می‌توان از این روش به دلیل در جهت اطمینان بودن برآورد به عنوان یک روش طراحی استفاده نمود. لیکن در مواقعی که سپر در نیمه بالادست بی سد واقع شده باشد این روش در مقایسه با روش‌های عددی قادر اطمینان لازم در طراحی است.

## ۱۱- مراجع

- [1] Bligh, W. G., "Dams Barrages and Weirs on Porous Foundations", Engineering News, 1910, 64, 708-710.
- [2] Harr, M. E., "Groundwater and Seepage", McGraw-Hill, New York, 1962.

می‌باشد. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود مقدار قدر مطلق خطای که میان صرفاً خطای روش می‌باشد، در روش بلای با مقدار ۱۴/۶۳۷۳ بیانگر انحراف قابل توجه این روش است. علاوه بر وجود اختلاف بین نتایج حاصل از روش BL و روش FV به عنوان یک روش مبنا، منفی شدن میانگین خطای بیانگر این نکته است که اندازه اختلاف فی ما بین برآورد حاصل از دو روش، در مواردی که روش BL تخمین کمتری نسبت به روش مبنا دارد بزرگتر از حالتی است که برآورد مذکور بیش از روش FV باشد. به عبارت دیگر در موقعی که روش BL منجر به نتایج کوچکتری نسبت به مقدار روش مبنا می‌شود خطای آن به مراتب بزرگتر از حالتی است که این روش منجر به برآوردهای بزرگتر از روش مبنا شود.

همان‌گونه که در جدول (۲) مشاهده می‌شود علی‌رغم خطای قابل توجه در برآورد روش BL مقدار ضریب تعیین به عدد یک نزدیک می‌باشد. به منظور تفسیر اختلاف مذبور مقادیر نیروی بالا برندۀ حاصل از هر یک از دو روش DSC و BL در یک دستگاه مختصات نسبت به روش مبنای FV ترسیم شده‌اند. شکل‌های (۴-الف) و (۴-ب) به ترتیب همبستگی بین مقادیر هر یک از روش‌ها را نسبت به روش FV نشان می‌دهند.

جدول ۲- مقادیر ملک‌های آماری برای روش‌های DSC و BL

	ME	MAE	RMSE	R <sup>2</sup>
DSC	۰/۰۰۰۶	۰/۰۰۵۷	۰/۰۰۶۶	۱
BL	-۰/۳۰۹۶	۱۴/۶۳۷۳	۱۶/۷۸۶۳	۰/۹۸۳۷

همان‌طور که مشاهده می‌شود شکل (۴-الف) با ضریب تعیین  $R^2=1$  ناشی از همبستگی کامل بین روش DSC و FV می‌باشد.

حال آن که علیرغم بالا بودن مقدار  $R^2=0.9837$  تطابق مناسبی بین مقادیر برآورد شده توسط مدل بلای و روش FV وجود ندارد. زیرا بالا بودن مقدار مذبور صرفاً ناشی از تقارن پراکندگی مقادیر برآورد شده توسط BL و FV، حول نیمساز ۴۵ درجه است.

- [12] Guan, S., Lai, C. h., Wei, G. W., "Bessel-Fourier Analysis of Patterns in a Circular Domain", *Physica D* 2001, 151 83-98.
- [13] Wei, G. W., Zhao, Y. B., Xiang, Y., "The Determination of the Natural Frequencies of Rectangular Plates with Mixed Boundary Conditions by Discrete Singular Convolution", *Int. J. Mech. Sci.*, 2001, 43, 1731-1746.
- [14] Zhao, Y. B., Wei, G. W., Xiang, Y., "Discrete Singular Convolution for the Prediction of High Frequency Vibration of Plates", *International Journal of Solids and Structures*, 2002, 39, 65-88.
- [15] Walter, G. G., Blum, J., "Probability Density Estimation Using Delta Sequences", *the Annals of Statistics*, 1979, 7, 328-340.
- [16] Wei, G. W., "Discrete Singular Convolution for Beam Analysis", *Engineering Structures*, 2001, 23, 1045-53.
- [17] Webster, R., Liver, M. A., "Geostatistics for Environmental Scientists", John Wiley and Sons, New York, 2001.
- [18] Isaaks, E. H., Srivastava, R. M., "Introduction to Applied Geostatistics", Oxford University Press, New York, 1989, 538.
- [19] Johnson, R. A., Wichern, D.W., "Applied Multivariate Statistical Analysis", Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1998.
- [3] Wei, G. W., "Discrete Singular Convolution for the Fokker-Planck Equation", *Journal of Chemical Physics*. 1999, 110, 8930-8942.
- [4] Richards, L. A., "Capillary Conduction of Liquids through Porous Mediums", *Physics*, 1931, 1, 318-333.
- [5] Parkin, A. K., "Rockfill Dams with Inbuilt Spillway", Bullent, No. 6, Water Research Foundation of Australia, University of Melbourne. Dept. of Civil Engineering, 1963.
- [6] Samani, H. M. V., Samani, J. M. V., Shaianejad, M., "Reservoir Routing Using Steady and Unsteady Flow Through Rockfill dams", ASCE, *Journal of Hydraulic Engineering*, 2003, 129 (6), 448-454.
- [7] Wei, G. W., "Quasi-Wavelets and Quasi Interpolating Wavelets", *Chemical Physics Letters*, 1988, 296 215-222.
- [8] Wei, G. W., "Solving Quantum Eigenvalue Problems by Discrete Singular Convolution", *Journal of Physics*, 2000, B 33, 343-359.
- [9] Wei, G. W., "Vibration Analysis by Discrete Singular Convolution", *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 244 535-553.
- [10] Wan, D. C., Wei, G. W., "Numerical Study of Euler and Navier-Stokes Equations by Efficient Discrete Singular Convolution Method", *ACTA Mechanical Sinica*, 2000, 16, 223
- [11] Wan, D. C., Zhou, Y. C., Wei, G. W., "Numerical Solutions for Unsteady Incompressible Flow Using Discrete Singular Convolution Method", *International Jlurnal for Numerical Methods in Fluids*, 2002, 38, 789.