

# بازسازی فضای حالت و بعد فرکتالی جریان رودخانه با استفاده از زمان تأخیر و

## بعد محاط

محمدتقی اعلمی\*<sup>۱</sup> و لیلا ملکانی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

<sup>۲</sup> دانشجوی دکترای مهندسی عمران - آب

### چکیده

به کارگیری نظریه آشوب به دلیل نوآوری و قابلیت‌های آن در هیدرولوژی و منابع آب، اخیراً توجه زیادی را به خود جلب کرده است. بررسی رفتار جریان رودخانه یکی از موارد اساسی در طراحی، بهره‌برداری و مطالعات مربوط به این منابع به شمار می‌آید. یکی از کاربردهای نظریه آشوب و هندسه فراکتال، تعیین خصوصیات کمی و آنالیز سری‌های زمانی جریان رودخانه می‌باشد. بازسازی فضای حالت سری زمانی آشوبی، مبتنی بر انتخاب مناسب دو پارامتر زمان تأخیر و بعد محاط می‌باشد. در این تحقیق از روش میانگین اطلاعات متقابل و روش نزدیکترین همسایگی کاذب برای برآورد این دو پارامتر در جریان رودخانه نهندچای استفاده شده است. نتایج حاصل از محاسبات بیانگر زمان تأخیر ۵۵ روز و بعد محاط ۱۰ می‌باشد که جهت بازسازی فضای حالت دینامیکی جریان روزانه رودخانه می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. در ادامه روش بعد همبستگی و الگوریتم پیش‌بینی موضعی جهت بررسی آشوب‌پذیری جریان روزانه رودخانه مورد استفاده قرار گرفت. بعد همبستگی (کم) در حدود ۳/۰۲ از تجزیه و تحلیل انتگرال همبستگی به دست آمده، و بعد محاط بهینه ۴ (کم)، از روش پیش‌بینی غیرخطی به دست آمده، که همگی نشان دهنده رفتار آشوبی کم است. پیش‌بینی‌های نسبتاً دقیق به دست آمده برای سری جریان رودخانه (ضریب همبستگی در حدود ۰/۸۷ و جذر میانگین مربعات خطا در حدود ۰/۰۸ است) نشان می‌دهد روش دینامیک آشوبی برای شناسایی و پیش‌بینی جریان در حوضه رودخانه نهندچای مناسب است.

**واژگان کلیدی:** نظریه آشوب، زمان تأخیر، بعد همبستگی، بعد محاط، بازسازی فضای حالت، رودخانه نهندچای.

### ۱- مقدمه

همین سیستم تحت حاکمیت قوانین مشخصی است. مفهوم اصلی تئوری آشوب این است که در هر بی‌نظمی، نظم نهفته است. بدین معنا که نباید نظم را در یک مقیاس جستجو کرد. پدیده‌هایی که در مقیاس محلی کاملاً تصادفی و غیر قابل پیش‌بینی است چه بسا در مقیاس بزرگتر کاملاً پایا و قابل پیش‌بینی است.

تئوری آشوب، مطالعه‌ی رفتار ناپایدار و غیر پریودیک در سیستم‌های دینامیکی غیرخطی می‌باشد. ناپایداری، رفتار غیر پریودیک، سیستم‌های قطعی، غیر خطی بودن، با همدیگر یک سیستم آشوبناک را تعریف می‌کنند. در حالی که سایر تئوری‌ها این چنین کامل نیستند. نظریه آشوب برای اولین بار در سال ۱۹۶۵ توسط دانشمندی بنام ادوارد لورنز<sup>۱</sup> در هواشناسی به کار برده شد و سپس در حیطه تمام علوم و مباحث تجربی، ریاضی، رفتاری، مدیریتی و اجتماعی وارد شده و اساس تغییرات بنیادی در علوم به ویژه هواشناسی، نجوم، مکانیک، فیزیک، ریاضی، زیست‌شناسی، اقتصاد و مدیریت را فراهم آورده است [۱].

بررسی مؤلفه‌های مؤثر در تحلیل سامانه‌های منابع آب از جمله بررسی رفتار جریان رودخانه یکی از موارد اساسی در طراحی، بهره‌برداری و مطالعات مربوط به این منابع به شمار می‌آید به علت لزوم این محاسبات روش‌های مختلفی نیز ارائه شده است که با گذشت زمان هر یک از این روش‌ها بهبود یافته و نتایج دقیق‌تری را می‌دهد. تأثیرگذاری فاکتورها و عوامل مختلف و وجود رابطه غیرخطی بین آن‌ها مطالعه رفتار رودخانه را امری پیچیده می‌کند. بدین منظور از روش‌های مختلفی نظیر شبکه‌های عصبی مصنوعی، منطق فازی و سیستم استنتاج فازی عصبی تطبیقی، برنامه‌ریزی ژنتیک، مدل سری‌های زمانی، نظریه آشوب و غیره استفاده می‌شود.

در چند دهه اخیر، تحولی عظیم در شیوه درک و بیان پدیده‌های طبیعی توسط محققین صورت گرفته، که در سالیان گذشته، تبیین‌های خود را در قالب‌های منظم و مشخص ارائه می‌دادند. نظریه آشوب به مطالعه سیستم‌هایی می‌پردازد که در نگاه اول به نظر می‌رسد رفتار تصادفی داشته باشند اما در واقع

1- Edward Lorenz

تکنیک‌های بر پایه دینامیک فضای حالت می‌تواند برای تحلیل و پیش‌بینی غلظت رسوبات معلق استفاده شود [به نقل از ۱۰].

Sivakumar و همکاران [۱۱] روش پیش‌بینی غیرخطی را بر اساس نظریه آشوب برای دو حالت (۱) پیش‌بینی رواناب ماهانه و (۲) تشخیص احتمال وجود آشوب در رواناب پویا مورد بررسی قرار دادند. نتایج تحقیقات آن‌ها که بر روی حوضه گوتا واقع در شمال برزیل انجام گرفته نشان از نزدیکی مقادیر پیش‌بینی با مشاهداتی داشته و بیانگر مناسب بودن استفاده از روش غیرخطی برای پیش‌بینی رواناب پویا است.

Ghorbani و همکاران [۱۲] یک سری از روش‌های تحلیلی را برای توضیح و بررسی رفتار آشوبی جریان رودخانه کیزیلیرماک در ترکیه مورد مطالعه قرار دادند؛ که نتایج تحقیق بیانگر آشوبناکی سری زمانی مورد مطالعه بوده است.

Khatibi و همکاران [۱۳] سری زمانی ساعتی سطح آب بندر هیلاری در غرب استرالیا را با استفاده از آشوب و ژنتیک تخمین زدند. مقایسه نتایج نشان داد که در این منطقه دقت تخمین مدل آشوب به صورت جزئی بالاتر از مدل ژنتیک است.

Domenico و قربانی [۱۴] آشوبناکی جریان رودخانه کارون را مورد بررسی قرار دادند و ملاحظه کردند که جریان رودخانه کارون دارای رفتار آشوبناک کم می‌باشد.

تمامی سیستم‌های آشوبی دارای دینامیک غیرخطی و خواص فرکتالی می‌باشند. از نظریه فرکتال جهت تعیین خصوصیات کمی رودخانه‌ها استفاده می‌شود. تحقیقات نشان داده است که رودخانه‌ها اعم از تک شاخه و چند شاخه پدیده‌های فرکتال هستند. با تعیین ابعاد فرکتال می‌توان خصوصیات زمین‌شناختی از جمله طول آبراهه‌ها و تراکم زهکشی حوضه را به دست آورد. با تعیین ابعاد می‌توان خصوصیات زمین‌شناختی از جمله طول آبراهه‌ها و تراکم زهکشی حوضه را به دست آورد.

Islam و Sivakumar [۲] در تحقیقی که بر روی رواناب روزانه حوضه لیندنبرگ در دانمارک انجام دادند، بعد فرکتالی برابر  $3/76$  به دست آوردند. بر اساس مطالعات انجام شده بر روی بارش ماهانه ناحیه سی‌چوان در چین توسط Men و همکاران [۱۵]، بعد فرکتالی برابر  $4/02$  محاسبه گردید. در بررسی انجام شده بر روی بارش و جریان حوضه گوتا توسط Sivakumar و همکاران [۱۶] به ترتیب بعد فرکتالی برابر  $6/4$  و  $5/5$  به دست آمد. همچنین بنجامین و همکاران نیز در بررسی که بر روی پدیده انتقال رسوب حوضه رودخانه زرد در تانگوآن کشور چین انجام دادند بعد فرکتالی رقم  $6/6$  محاسبه گردید [۱۶].

Islam و Sivakumar [۲] مشخصات جریان روزانه رودخانه حوضه لیندنبرگ در دانمارک را با استفاده از تئوری آشوب تعیین نمودند. همچنین با تئوری مذکور سری زمانی رواناب حوضه را نیز پیش‌بینی کردند و ارزیابی نتایج به دست آمده با داده‌های مشاهداتی بر اساس معیارهای کارایی نشان از دقت بالای روش دینامیکی غیرخطی دارد. Stehlik [۳] به بررسی آشوب‌پذیری دبی روزانه رودخانه پرداخت. در این تحقیق با توجه به مفهوم تأخیر زمانی، دو سری از داده‌های دبی رودخانه اولریسکا<sup>۱</sup> در جمهوری چک، با مدت تأخیر زمانی مختلف، جهت بررسی امکان رفتار آشوبی داده‌ها و برآورد تأثیر مدت زمان تأخیر در ماهیت جاذب‌های متناظر تجزیه و تحلیل شدند.

Regonda و همکاران [۴] داده‌های جریان سه رودخانه در مقیاس‌های زمانی مختلف روزانه، پنج روزه و هفت روزه را از نظر آشوب‌پذیری بررسی نمودند. تعدادی از سری داده‌ها رفتار آشوبناک و برخی رفتار تصادفی نشان دادند.

Khan و همکاران [۵] امکان وجود سیگنال‌های آشوبی در سری‌های زمانی محدود را بررسی نموده و نشان دادند که داده‌های هیدرولوژیکی محدود هم می‌توانند رفتار آشوبناکی از خود نشان دهند.

Damle و همکاران [۶] با استفاده از مدل پیش‌بینی موضعی نظریه آشوب، پیش‌بینی جریان ماهانه سد یاملا<sup>۲</sup> را مورد مطالعه قرار دادند که پیش‌بینی‌های کوتاه مدت، نتیجه بهتری نسبت به روش‌های دیگر نشان داد.

Yalcin و Kocak [۷] به پیش‌بینی حجم سیلاب‌ها با استفاده از نظریه آشوب پرداختند و نشان دادند که مقادیر پیش‌بینی شده با نظریه آشوب نسبت به مقادیر پیش‌بینی شده با مدل سری‌های زمانی، دقت قابل ملاحظه‌ای دارد.

Ng و همکاران [۸] کاربرد تکنیک‌های تحلیلی آشوبناک را بر روی سری‌های جریان نوین‌دار روزانه بررسی نمودند.

Wu و همکاران [۹] برای تخمین سری زمانی کیفیت آب با داده‌های کم از مدل آشوب و مدل هندسی فرکتال استفاده و نتایج را با مدل خاکستری و مدل سری زمانی AR مقایسه نموده و به این نتیجه رسیدند که دقت تخمین مدل آشوب بالاتر از مدل خاکستری و مدل سری زمانی AR است. شانگ و همکاران در سال ۲۰۰۹ تکنیک‌های مدل‌سازی سری زمانی غیرخطی را جهت تحلیل داده‌های رسوبات معلق به کار گرفتند و نتایج نشان داد که خصوصیات آشوبناک در پدیده انتقال رسوب وجود دارد و

1- Uhlirska

2- Yamula dam

نشان دهنده وضعیت سیستم در هر لحظه خاص می‌باشند. روش‌های بسیاری برای بازسازی فضای حالت از یک سری زمانی وجود دارد. در بین آن‌ها روش زمان تأخیر بیشتر از بقیه مورد استفاده قرار گرفته است. تکنیک متداولی که توسط تاکن<sup>۲</sup> ارائه شده از روش تأخیر برای نگاشتن یک سری زمانی واحد در یک فضای  $d_e$  بعدی استفاده می‌کند. روش تاکن به بیان ساده به این صورت است که یک شبکه‌ای به طول  $m$  از روی سری زمانی عبور داده می‌شود و به این ترتیب یک ماتریس با تعداد سطرهای برابر  $m$  تشکیل می‌یابد، برای سری زمانی:

$$x(t) = (x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots) \quad (1)$$

ماتریس برای بازسازی خط سیر این گونه است:

$$X = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \dots & x_{m-1} \\ x_0 & x_1 & \dots & x_m \\ x_0 & x_1 & \dots & x_{m+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \end{bmatrix} \quad (2)$$

تاکن نشان داده است که چنین ماتریسی کلیه ویژگی‌های هندسی سیستم دینامیکی اولیه را بدون این که با خودش برخوردی داشته باشد بیان می‌کند. انتخاب هوشیارانه تأخیرها (تغییر پیروی نمونه‌برداری مقادیر متوالی  $X_i$ ) با تأثیر بر وسعت جاذب نتیجه را بهتر می‌کند. برای سری‌های زمانی اسکالر که  $t=1,2,3,\dots$ ، فضای حالت می‌تواند با استفاده از تأخیرها ایجاد شود. ایده اساسی درباره نحوه انتخاب زمان تأخیر آن است که ارزیابی هر متغیر مجزای سیستم توسط متغیرهای دیگر سیستم تعیین می‌شود که دارای اثر متقابل می‌باشند. بنابر این اطلاعات هر متغیر وابسته در تاریخچه هر متغیر مستقل دیگر سیستم وجود خواهد داشت. بر مبنای چنین معادل‌سازی، فضای حالت می‌تواند با استفاده از المان  $x_t$  سری‌های زمانی ایجاد شود و تأخیر آن مطابق با سری‌های زمانی جدید خواهد بود.

$$y_t = \{x_t, x_{t-\tau}, x_{t-2\tau}, \dots, x_{t-(m-1)\tau}\} \quad (3)$$

در این مقاله سعی شده است به بررسی رفتار جریان رودخانه با نظریه آشوب و بر اساس بازسازی فضای حالت دینامیکی و همچنین برآورد بعد فرکتالی آن پرداخته شود؛ که در این زمینه جزو اولین تحقیقات به کار رفته در ایران در زمینه مهندسی آب می‌باشد.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- منطقه و حوضه مورد مطالعه

حوضه آبریز رودخانه نهند چای بین عرض جغرافیایی  $38^{\circ} 13'$  تا  $38^{\circ} 29'$  و طول شرقی  $46^{\circ} 20'$  تا  $46^{\circ} 33'$  با حداکثر ارتفاع ۲۸۲۰ متر و حداقل ارتفاع ۱۴۴۹ متر و مساحتی برابر ۳۲۰ کیلومتر مربع در شمال شرق تبریز واقع گردیده است. مساحت حوضه آبریز این رودخانه در بالادست سد نهند و ایستگاه هیدرومتری ۲۱۹ کیلومتر مربع می‌باشد این رودخانه نهایتاً پس از الحاق به آجی‌چای به دریاچه ارومیه می‌ریزد. ۳۹ سال اطلاعات روزانه جریان رودخانه از سال ۱۳۴۹ تا ۱۳۸۸ برای بررسی رفتار رودخانه نهندچای مورد استفاده قرار می‌گیرد که مشخصات فیزیوگرافی و آماری حوضه مربوطه در جدول (۱) و نمودار سری زمانی جریان رودخانه نیز در شکل (۱) نشان داده شده است.

جدول ۱- مشخصات آماری رواناب روزانه حوضه نهندچای

مشخصه‌های آماری	دبی روزانه (متر مکعب بر ثانیه)
تعداد داده‌ها	۱۳۵۱۲
میانگین	۱/۲۲۴
انحراف معیار	۲/۲۳۹
حداکثر مقدار	۳۳/۸
حداقل مقدار	۰
ضریب چولگی	۳/۹۳۶
ضریب کشیدگی	۲۳/۰۷۸

### ۲-۲- بازسازی فضای حالت<sup>۱</sup>

یکی از ابزارهای مفید برای نمایش و ارزیابی سیستم‌های دینامیکی در طول زمان، بازسازی فضای حالت است. مطابق این مفهوم، یک سیستم دینامیک می‌تواند توسط یک نمودار فضای حالت توصیف شود. این سیستم شامل یک مختصات با متغیرهایی هستند که در فرمول ریاضی آن وجود دارد و متغیرها

$$\sum_{y(t), y(t-\tau)} P(y(t), y(t+\tau)) \cdot \log_2 \left[ \frac{P(y(t), y(t+\tau))}{P(y(t)) \cdot P(y(t+\tau))} \right] \quad (5)$$

به منظور محاسبه میانگین اطلاعات متقابل  $I(\tau)$  لازم است که احتمال‌های مجزا  $P(y(t))$  و  $P(y(t+\tau))$  موجود در رابطه بالا را تخمین بزنیم. به منظور محاسبه آن‌ها هیستوگرام مربوط به  $y(t)$  و  $y(t+\tau)$  در نظر گرفته می‌شود و برای محاسبه احتمال مشترک  $P(y(t), y(t+\tau))$  از هیستوگرام بردار  $(y(t), y(t+\tau))$  استفاده می‌شود. زمان رخ دادن اولین مینیمم در تابع میانگین اطلاعات متقابل به عنوان زمان تأخیر مناسب انتخاب می‌شود [۱۸]. متداول‌ترین روش تعیین بعد محاط<sup>۷</sup> بهینه  $m$  از سری‌های زمانی آشوبی، روش شمارش نزدیک‌ترین همسایگی کاذب<sup>۸</sup> می‌باشد. در این روش بررسی می‌گردد که چه موقع انقطاع کاذب در مسیرهای حالت، که از تصویر نمودن جاذب در یک فضا با بعد پایین ناشی شده است، متوقف می‌گردد. در این روش ابتدا با در نظر گرفتن  $m$  مؤلفه برای هر بردار تأخیر، می‌توان بردارهای تأخیر  $Y_i(t)$  را مطابق رابطه (۶) در فضای محاط تشکیل داد.

$$Y_i(t) = [y(t), y(t-\tau), \dots, y(t-(m-1)\tau)]^T \quad (6)$$

$r$  امین همسایه هر بردار تأخیر  $Y_i(t)$  به شکل زیر می‌باشد:

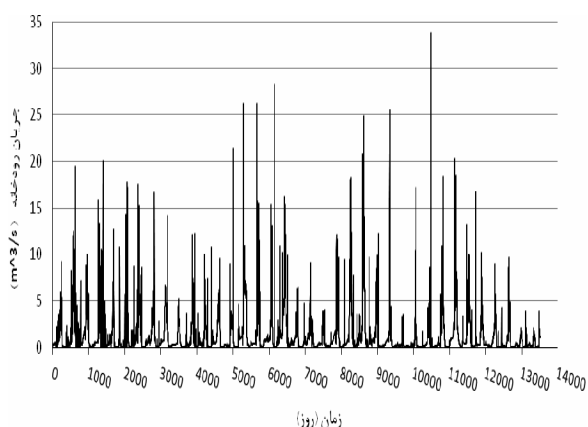
$$Y_r^{NN}(t) = [y(t_r), y(t_r-\tau), \dots, y(t_r-(m-1)\tau)]^T \quad (7)$$

$r = 1, 2, \dots, 5$

و فاصله بین دو بردار همسایه بر اساس نرم اقلیدسی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R_m^2 = \sum_{i=0}^{m-1} [y(t-i\tau) - y(t_r-i\tau)]^2 \quad (8)$$

اگر بردار  $Y_r^{NN}(t)$  یک همسایه واقعی برای بردار  $Y_i(t)$  باشد، این همسایگی نشأت گرفته از ماهیت دینامیکی سیستم است. ولی اگر این همسایگی در اثر تصویر از یک فضای با بعد بالاتر به فضایی با بعد پایین صورت گرفته باشد، در این صورت با رفتن از



شکل ۱- سری زمانی جریان رودخانه نهنگ‌چای در دوره آماری مورد مطالعه

$\tau$  نشان دهنده زمان تأخیر بوده و در سری‌های زمانی عددی، حاصل ضرب زمان نمونه برداری می‌باشد و  $m$  اندازه محاط شده را نشان می‌دهد [۱۰].

برای تقریب زمان تأخیر<sup>۵</sup> ( $\tau$ ) معمولاً از دو روش میانگین اطلاعات متقابل (AMI) و تابع خود همبستگی<sup>۶</sup> (ACF) استفاده می‌شود. در روش اول زمان رخ دادن اولین مینیمم در تابع میانگین اطلاعات متقابل به عنوان زمان تأخیر مناسب انتخاب می‌شود و در روش دوم جایی که اولین مقدار ACF به صفر یا کمتر از مقدار کوچکی (مانند ۰/۱ یا ۰/۲) می‌رسد برابر زمان تأخیر می‌باشد. در این تحقیق از روش AMI استفاده شده است. اساس تصور وجود اطلاعات در میان اندازه‌های اسکالر، مربوط به ایده شانون یعنی ایده اطلاعات متقابل است. اطلاعات متقابل بین اندازه  $y(t)$  و اندازه  $y(t+\tau)$  عبارت است از میزان فراگیری در مورد اندازه‌گیری  $y(t+\tau)$  با استفاده از اندازه‌گیری  $y(t)$  که به صورت زیر قابل بیان است:

$$\log_2 \left[ \frac{P(y(t), y(t+\tau))}{P(y(t)) \cdot P(y(t+\tau))} \right] \quad (4)$$

میانگین کمیت فوق‌الذکر بر روی تمام اندازه‌گیری‌ها، اطلاعات متقابل بین اندازه‌گیری‌ها نامیده می‌شود و عبارت است از:

7- Embedding dimension  
8- False nearest neighbors

5- Delay time  
6- Autocorrelation function

که در این رابطه  $a$ ، یک ضریب ثابت بوده و  $D_2$  توان همبستگی می‌باشد که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log C(r)}{\log(r)} \quad (13)$$

از آنجائی که مجموعه داده‌ها پیوسته نخواهد بود، نمی‌تواند مقادیر نزدیک به صفر داشته باشد، در نتیجه  $\log C(r)$  بر  $\log(r)$  تقسیم شده و از آن حد گرفته می‌شود و سپس قسمت خطی نمودار حاصل از آن انتخاب می‌شود. در نتیجه این کار، مقدار  $D_2$  حاصل می‌شود. با استفاده از رسم  $D_2$  در مقابل  $m$  برای فرایندهای تصادفی،  $D_2$  بدون رسیدن به یک مقدار اشباع با افزایش  $m$  تغییر می‌کند در حالی که برای فرایندهای قطعی مقدار  $D_2$  بعد از یک  $m$  معین اشباع می‌شود. مقدار اشباع، بعد فرکتالی (بعد همبستگی) جاذب یا سری زمانی است [۱۹].

به منظور بررسی آشوب‌پذیری و تخمین بعد همبستگی مناسب می‌توان از سه نمودار استفاده نمود. نمودار اول، نمودار  $\log C(r)/\log(r)$  در مقابل تغییرات  $\log(r)$  است که با استفاده از این منحنی می‌توان ناحیه مقیاس‌گذاری را تشخیص داد یعنی ناحیه‌ای که در آن به ازای مقادیر پیوسته  $\log(r)$  نسبت  $\log C(r)/\log(r)$  به ازای ابعاد محاط مختلف به مقدار ثابتی رسیده و اشباع می‌شود که همان بعد فرکتال است. نمودار دوم، نمودار  $\log C(r)$  در مقابل تغییرات  $\log(r)$  می‌باشد. با استفاده از روش حداقل مربعات می‌توان در ناحیه مقیاس‌گذاری شیب نمودار (توان همبستگی) را به ازای ابعاد محاط مختلف محاسبه نمود. سومین نمودار، نمودار تغییرات توان همبستگی در برابر ابعاد محاط مختلف است. با استفاده از این نمودار می‌توان رفتار آشوبناک و بعد همبستگی مناسب را تشخیص داد.

### ۳- نتایج و بحث

جهت بازسازی فضای حالت دینامیکی و تعیین ابعاد معادلات دیفرانسیلی وابسته به زمان، نخستین مرحله تخمین پارامترهای زمان تأخیر ( $\tau$ ) و بعد محاط شدگی ( $m$ ) می‌باشد. سری داده‌های جریان روزانه در طی ۳۹ سال جهت ایجاد فضای حالت (تخمین زمان تأخیر و بعد محاط) به کار رفته است.

بعد  $m$  به  $m+1$ ، این همسایه‌های کاذب از همسایگی بردار  $Y_i(t)$  خارج می‌گردند. با افزایش بعد  $m$  به  $m+1$ ، مؤلفه‌های اضافه شده به بردارهای تأخیر  $Y_i(t)$  و  $Y_r^{NN}(t)$ ، به ترتیب  $y(t-m\tau)$  و  $y(t_r-m\tau)$  خواهند بود بنابر این فاصله بین دو بردار بر اساس نرم اقلیدسی در فضای  $m+1$  بعدی به طور مشابه به صورت زیر است:

$$R_{m+1}^2 = R_m^2 + [y(t-m\tau) - y(t_r-m\tau)]^2 \quad (9)$$

بنابراین، فاصله اضافه شده در فضای  $m+1$  بعدی را نسبت به فاصله دو بردار در فضای  $m$  بعدی به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\sqrt{\frac{R_{m+1}^2 - R_m^2}{R_m^2}} = \frac{|y(t-m\tau) - y(t_r-m\tau)|}{R_m} \quad (10)$$

هرگاه کمیت فوق‌الذکر از یک مقدار آستانه (حدود ۱۵-۱۰) فراتر برود، همسایه تحت بررسی، کاذب در نظر گرفته می‌شود [۱۷].

### ۲-۳- بعد همبستگی

بعد همبستگی<sup>۹</sup> یکی از روش‌های مرسوم تعیین آشوبناکی سیستم و همچنین بعد آشوبی می‌باشد. برای فضای حالت  $m$  بعدی، تابع همبستگی  $C(r)$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

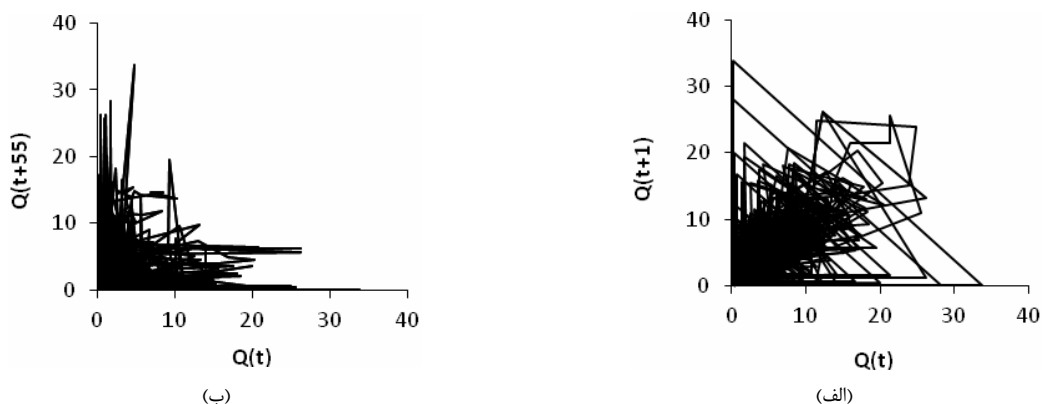
$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{N(N-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq N} H(r - |Y_i - Y_j|) \quad (11)$$

که در آن  $H$ ، یک تابع هویساید پله‌ای با  $u \geq 0$  بر  $H(u) = 1$  و  $u \leq 0$  بر  $H(u) = 0$  بوده و  $u = r - |Y_i - Y_j|$ ، تعداد نقاط در فضای مزبور،  $r$  شعاع کره ساخته شده به مرکز  $Y_i$  یا  $Y_j$  می‌باشد. برای مقادیر مثبت  $r$ ، تابع همبستگی  $C(r)$  با رابطه زیر به  $r$  مرتبط می‌شود:

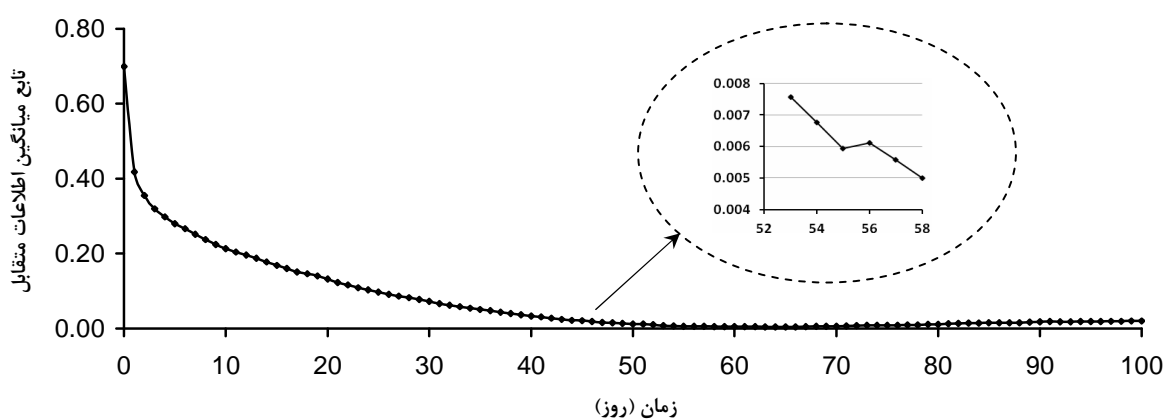
$$C(r) \underset{r \rightarrow 0}{\underset{N \rightarrow \infty}{\approx}} ar^{D_2} \quad (12)$$

شکل (۲) فضای حالت ساخته شده با زمان تأخیر ۱ و ۵۵ روز را نشان می‌دهد. اگر زمان تأخیر در مقایسه با مقیاس‌های زمانی مربوط به ذات سیستم کوچک انتخاب گردد،  $y(t)$  و  $y = (t + \tau)$  به هم نزدیک بوده و وابسته می‌باشند. بنابراین تمام بردارهای تأخیر در حوالی محور قطری فضا متمرکز می‌گردند. از طرف دیگر، اگر زمان تأخیر بزرگ انتخاب گردد،  $y(t)$  و  $y = (t + \tau)$  مستقل از هم خواهند بود. در این مطالعه زمان تأخیر با استفاده از روش میانگین اطلاعات متقابل محاسبه شده است و زمان متناظر اولین مینیمم در تابع میانگین اطلاعات متقابل به عنوان مناسب‌ترین زمان تأخیر در نظر گرفته شده است. از آنجائی که در این زمان میزان فراگیری در مورد اندازه‌گیری  $y = (t + \tau)$  با استفاده از اندازه‌گیری  $y(t)$

حداکثر خواهد بود و از این زمان بردارهای تأخیر مستقل از هم می‌باشند. همان طور که از شکل (۳) مشخص است زمان تأخیر  $\tau = 55$  به عنوان مناسب‌ترین زمان در نظر گرفته شده است. مطابق شکل (۴) بعد محاط محاسبه شده مبتنی بر روش درصد خطای نزدیک‌ترین همسایگی برای سری داده‌های روزانه رودخانه با احتمال  $1/5$  درصد تقریباً برابر ۱۰ (نخستین حداقل نسبی در نزدیک‌ترین همسایگی کاذب) می‌باشد. در مرحله بعد، تابع مربوط به بعد همبستگی به ازای زمان تأخیر  $\tau = 55$  و بعد محاط ( $m$ ) از ۱ تا ۲۰ محاسبه و نتایج آن در شکل (۵) نشان داده شده است.



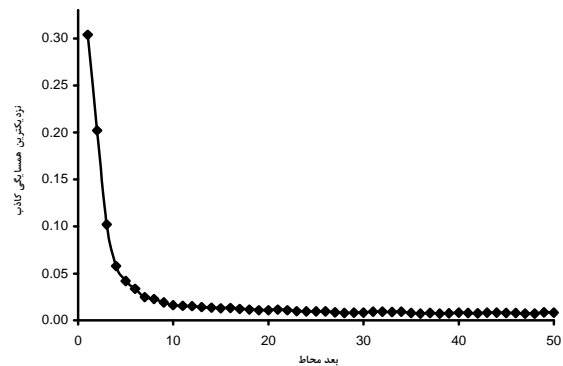
شکل ۲- فضای حالت دبی نهندچای با زمان‌های تأخیر الف) ۱ روز، ب) ۵۵ روز



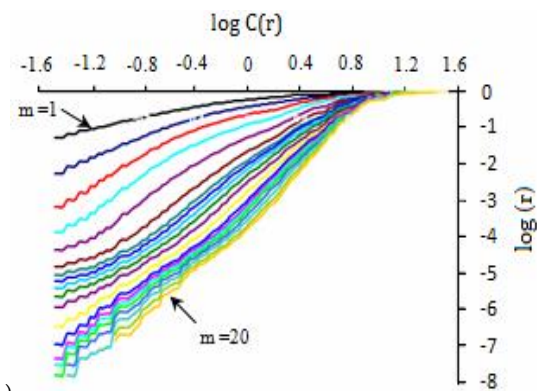
شکل ۳- تابع میانگین اطلاعات متقابل به ازای زمان‌های تأخیر متفاوت

شکل (۵)، نمودار تغییرات نسبت  $\log C(r)/\log(r)$  در مقابل  $\log(r)$  را نشان می‌دهد. به دلیل وجود نویز در داده‌ها به ازای مقادیر کوچک  $\log(r)$  نوساناتی در نمودار مشاهده می‌شود [۸]، اما بخش مسطحی در محدوده  $\log(r)$  بین مقادیر  $-1/5$  تا  $1/5$  مشاهده می‌گردد که در آن نسبت  $\log C(r)/\log(r)$  به مقدار ثابتی می‌رسد و ناحیه مقیاس‌گذاری را می‌توان در این محدوده انتخاب نمود. جهت تعیین بعد همبستگی و بررسی آشوب‌پذیری داده‌ها، مقادیر شیب منحنی‌ها با استفاده از روش حداقل مربعات در فاصله  $-1/5$  تا  $1/5$  از  $\log(r)$  (و نیز به ازای تمامی مقادیر  $r$  روی محور  $Y$  ها) در فاصله  $0$  تا  $-8$  از  $\log C(r)$  محاسبه شده است و نتایج در شکل (۵) و (۶) ارائه شده است. در این شکل مقادیر شیب یا همان بعد همبستگی به ازای مقادیر مختلف بعد محاط در دو فاصله ذکر شده نشان داده است. بعد همبستگی در مقدار بعد محاط ۱۸ شروع به اشباع شدن می‌نماید و از مقدار  $3/02$  فراتر نمی‌رود به همین دلیل بعد همبستگی مناسب برای جریان روزانه، برابر با  $D_2 = 3/02$  در نظر گرفته می‌شود. اشباع شدن بعد همبستگی دلالت بر آشوب‌پذیر بودن جریان روزانه رودخانه نهندچای با بعد کم دارد که مشابه نتایج به دست آمده توسط سایر محققان [۴، ۱۳ و ۱۵] می‌باشد. مقدار  $D_2$  در لحظه رسیدن به حد اشباع، به عنوان بعد فرکتالی سیستم نیز شناخته می‌شود. به بیان دیگر بعد فرکتالی جریان نهندچای  $3/02$  می‌باشد.

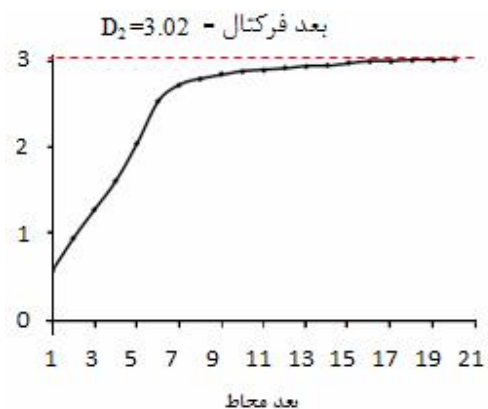
شکل (۶) نتایج مربوط به فرایند پیش‌بینی موضعی را نشان می‌دهد. در این شکل، مقادیر ضریب همبستگی و جذر میانگین مربعات خطا به ازای بعدها محاط مختلف ارائه شده است. بر اساس این شکل، بعد محاط ۴ مطلوب‌تر است و نهایتاً بعد محاط ۴ و زمان تأخیر ۵۵ انتخاب می‌گردد [۲ و ۱۵]. معیارهای ارزیابی مقادیر ضریب همبستگی و جذر میانگین مربعات خطا است که برای بعد محاط ۴ به ترتیب  $0/87$  و  $0/08$  بدست آمده است و نشان از عملکرد قابل قبول نگرش فضای حالت آشوبی در پیش‌بینی سری زمانی رواناب رودخانه نهندچای می‌باشد. شکل (۷) سری زمانی رواناب پیش‌بینی موضعی را نشان می‌دهد.



شکل ۴- مقادیر نزدیکترین همسایگی کاذب برای ابعاد محاط مختلف



(الف)



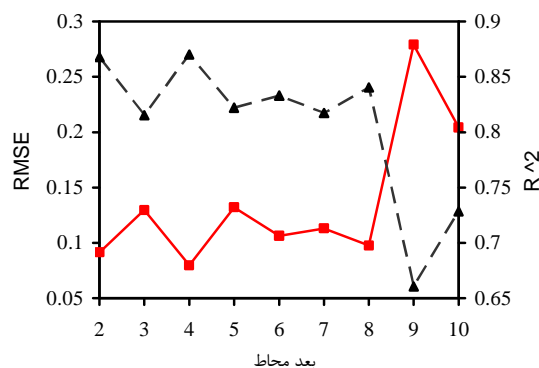
(ب)

شکل ۵- (الف) نمودار تغییرات نسبت  $\log C(r)/\log(r)$  در مقابل  $\log(r)$  (ب) نمودار تغییرات بعد همبستگی با افزایش بعد محاط دبی روزانه

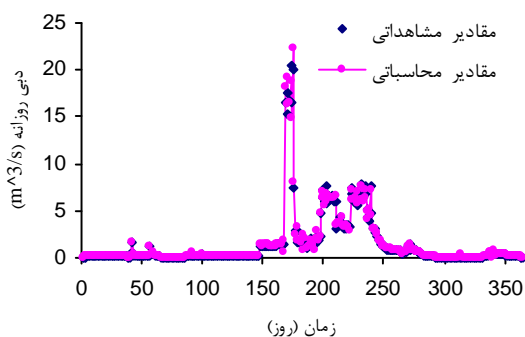
پیش‌بینی موضعی جهت پیش‌بینی سری زمانی و از معیارهای ارزیابی ضریب همبستگی و مجذور میانگین مربعات خطا جهت سنجش دقت مدل استفاده شده است. برای بعد محاط ۴، این مقادیر به ترتیب ۰/۸۷ و ۰/۰۸ به دست آمد. نتایج حاصل حاکی از دقت قابل قبول و مناسب نظریه آشوب در پیش‌بینی جریان رودخانه نهندچای است.

#### ۵- مراجع

- [1] Kocak, K., Saylan, L., Sen, O., "Nonlinear Time Series Prediction of O<sub>3</sub> Concentration in Istanbul", *Atmosphere Environment*, 2000, 34, 1267-1271.
- [2] Islam, M. N., Sivakumar, B., "Characterization and Prediction of Runoff Dynamics: A Nonlinear Dynamics View", *Advances in Water Resources*, 2002, 25, 179-190.
- [3] Stehlik, J., "Deterministic Chaos in Runoff Series", *Czech Hydrometeorological Institute, Dept. of Experimental Hydrology*, 143, 06 Prague, 2003.
- [4] Regonda, S. K., Sivakumar, B., Jain, A., "Temporal Scaling in River Flow: Can it be Chaotic?" *Hydrological Sciences-ournal-es Sciences Hydrologiques*, 2004, 49 (3), 373-385.
- [5] Khan, S., Ganguly, A. R., Saigal, S., "Detection and Predictive Modeling of Chaos in Finite Hydrological Time Series", *Nonlinear Processes in Geophysics* 2005, 12, 41-53.
- [6] Damle, C., Yalcin, A., "Flood Prediction Using Time Series Data Mining", *Journal of Hydrology* 2007, 333, 305-316.
- [7] Kocak, K., Bali, A., Bektasoglu, B., "Prediction of Monthly Flows by Using Chaotic Approach", *International Congress on River Basin Management*, 22-24 March, 2007, Antalya, Turkey. Chp 4, No 117, pp 553-559.
- [8] Ng, W. W., Panu, U. S., Lennox, W. C., "Chaos Based Analytical Techniques for Daily Extreme Hydrological Observations", *Journal of Hydrology* 2007, 342, 17- 41.
- [9] Wu, J., Lu, J., Wang, J., "Application of Chaos and Fractal Models to Water Quality Time Series Prediction", *Environmental Modeling & Software* 2009, 24, 632-636.
- [10] Kennel, M., Brown, R., Abarbanel, H. D. I., "Determining Embedding Dimension for Phase-Space Reconstruction Using a



شکل ۶- نمودار مقایسه معیارهای خطا به ازای ابعاد محاط مختلف



شکل ۷- سری زمانی مقادیر محاسباتی و مشاهداتی دبی روزانه بر اساس پیش‌بینی موضعی ( $m=4$  و  $\tau=55$ )

#### ۴- نتیجه‌گیری

بررسی رفتار جریان رودخانه با مدیریت منابع آب و مدیریت رویدادهای شدید همچون سیلاب‌ها و خشکسالی‌ها ارتباط تنگاتنگی دارد. با توجه به تأثیر عوامل مختلف در جریان رودخانه، این رفتار غیرخطی فرض می‌شود. تئوری آشوب از جمله روش‌های جدید برای مطالعه سیستم‌های دینامیکی غیرخطی است. در این مطالعه ضمن بررسی آشوبناکی جریان رودخانه نهندچای، بازسازی فضای حالت نیز صورت گرفته است. همچنین عملکرد نظریه آشوب جهت پیش‌بینی جریان رودخانه مورد بررسی قرار گرفت. از زمان تأخیر، بعد همبستگی و بعد فرکتال برای بررسی آشوبناکی و بازسازی فضای حالت استفاده می‌شود. با استفاده از روش میانگین اطلاعات متقابل، مقدار زمان تأخیر ۵۵ روز حاصل گردید. الگوریتم نزدیکترین همسایگی کاذب و روش پیش‌بینی غیرخطی، برای تعیین بعد همبستگی به کار رفته و مقدار ۳/۰۲ به دست آمده که بیانگر آشوبناکی کم جریان رودخانه نهندچای است. از الگوریتم



- [16] Sivakumar, B., Berndtsson, R., Olsson, J., Kawamura, A., "Dynamic of Monthly Rainfall-Runoff Process at the Gota Basin: A Search for Chaos", *Chaos, Solitons and Fractals*, 2009, 41, 368-379.
- [17] Shang, B., Na, X. Kamae, S., "Chaotic Analysis of Time Series in the Sediment Transport Phenomenon", *Chaos, Solitons & Fractals*, 2009, 41 (1), 368-379.
- [۱۸] پری زنگنه، م.، عطائی م.، معلم، پ.، ۱۳۸۷. "تخمین بعد محاط سری‌های زمانی حاصل از سیستم‌های آشوبی با بعد بالا توسط شبکه‌های عصبی تأخیر زمانی توزیع یافته"، دومین کنگره مشترک سیستم‌های فازی و هوشمند ایران، ۷ الی ۹ آبان ماه، دانشگاه اصفهان.
- [19] Elshorbagy, A., Simonovic, S. P., Panu, U. S., "Estimation of Missing Streamflow Data using Principles of Chaos Theory", *Journal of Hydrology* 2002, 255, 123-133.
- Geometrical Construction", *Physical Review A*, 1992, 45 (6), 3403-3411.
- [11] Sivakumar, B., Berndtsson, R., Person, M., "Monthly Runoff Prediction Using Phase Space Reconstruction", *Hydrological Sciences-Journal-des Sciences Hydrologiques*, 2001, 46 (3), 377-387.
- [12] Ghorbani, M. A., Kisi, O., Alinezhad, M., "A Probe into the Chaotic Nature of Daily Streamflow Time Series by Correlation Dimension and Largest Lyapunov Methods", *Applied Mathematical Modeling*, 2010, 34, 4050-4057.
- [13] Khatibi, R., Ghorbani, M. A., Aalami, M. T., Kisi, O., Makarynsky, O., Alinezhad, M., "Dynamics of Hourly Sea Level at Hillarys Boat Harbour, Western Australia: A Chaos Theory Perspective", *Ocean Dynamics*, 2011, 61, 1797-1807.
- [14] Domenico, M., Ghorbani, M. A., "Chaos and Scaling in Daily River flow", arxiv, 2010.
- [15] Men, B., Zhao, X., Liang, C., "Chaotic Analysis on Monthly Precipitation on Hills Region in Middle Sichuan of China", *Nature and Science*, 2004, 2 (2), 45-51.

