

تحلیل غیر خطی تیرهای عمیق بتن مسلح به روش اجزای محدود

قادر صدقی متنق^۱، مجید برقیان^{۲*} و مسعود فرزام^۳

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی عمران - سازه، دانشگاه تبریز

^۲ دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

^۳ استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

چکیده

تحلیل غیر خطی تنش در تیرهای عمیق بتن مسلح به روش عناصر محدود در این مقاله ارائه شده است. عوامل غیر خطی در نظر گرفته شده در نرم افزار NAOC، پلاستیسیته بتن در فشار، تسلیم میلگردها، ترک خوردگی بتن در کشش، خرد شدن بتن در فشار و پلاستیسیته میلگردها می باشند. اطلاعات لازم برای تحلیل برنامه، وارد شده و در داخل فایل ورودی ذخیره می گردد. گرافیک برنامه برای ترسیم شکل کلی سازه و موقعیت میلگردها در المان ها همراه با زیرنویس های مناسب، شکل تغییر شکل یافته سازه، نمودار بار-خیز و ... از جمله ویژگی های ممتاز این برنامه است. نتایج حاصل از تحلیل در فایل خروجی ذخیره می شوند. نتایج به دست آمده برای مدل سازی های مختلف توسط نرم افزار و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی، دقت، کارایی و قدرت برنامه را برای تحلیل غیر خطی تیرهای عمیق روشن می سازد.

واژگان کلیدی: تیر عمیق، بتن مسلح، اجزای محدود، پلاستیسیته، تحلیل غیر خطی.

۱- مقدمه

تحت کنترل بودند. بر اساس مراحل خوردگی، آن ها تمامی تیرها را در آزمایش خمش سه نقطه ای تا مرحله گسیختگی آزمایش کردند. نتایج آزمایش مشخص کرده اند که خوردگی میلگردهای فولادی طولی مهار نشده هیچ گونه اثرات مخربی بر روی رفتار سازه های تیرهای عمیق بتنی مسلح حساس به برش ندارند. خوردگی مکانیسم های حمل بار را به سمت عملکرد قوسی کامل تغییر می دهد و در نتیجه ظرفیت تحمل بار افزایش می یابد. مدل بازوهای فشاری برای پیش بینی بار گسیختگی تیرهای عمیق بتنی حساس به برش که دارای آرماتورهای فولادی خورده شده بودند به کار رفته است. نتایج به دست آمده همبستگی خوبی با نتایج تجربی دارند.

Wang و Hoogenboom [۳] آزمایش های عددی برای تحلیل غیر خطی هشت تیر عمیق بتنی مسلح توصیف کرده اند. آن ها مدل پانل های استرینگر را برای تحلیل غیر خطی تیرهای عمیق ارائه کردند. آن ها با بتن ترک خورده به صورت مصالح ارتوتروپیک برخورد کردند و از روابط ساختاری برای مدل کردن پاسخ غیر خطی مصالح استفاده کردند. همچنین از طریق مقایسه با نتایج مطالعات تجربی موجود، توانایی مدل های پانل و سخت کننده را برای یافتن بار نهایی را ارزیابی کردند. پایداری و کارایی عددی و پتانسیل برنامه از طریق مثال های تحلیل شده آشکار گردید.

تیرهای عمیق بتن مسلح یکی از موضوعات مهم و قابل توجه در کاربردهای مهندسی ساختمان می باشد. این تیرها، توسط آیین نامه های مختلف، بر اساس نسبت دهانه (یا دهانه برشی) به عمق تیر (به طور متداول ۲/۵) تعریف می شوند و از جمله پارامترهای مؤثر در رفتار این تیرها می توان به مقاومت فشاری و کششی بتن، مقاومت تسلیم فولاد، مقدار فولاد اصلی و اندازه المان (پدیده وابستگی مش) اشاره کرد. در عمل این تیرها به دلیل هندسه ای که دارند رفتاری شبیه به یک عضو دو بعدی از خود نشان می دهند و برای تحلیل باید به عنوان یک مسأله تنش صفحه ای دو بعدی عمل شود. پس از خمش، مقاطع صفحه ای الزاماً مسطح باقی نمی ماند، زیرا توزیع کرنش خطی نیست و مقدار تغییر شکل برشی در مقابل تغییر مکان خمشی خالص افزایش یافته و همانند تیرهای معمولی قابل صرف نظر کردن نیست. در شکل (۱) توزیع تنش برای یک تیر عمیق و مسیر تنش عمودی برای بارگذاری از بالا نشان داده شده است [۱].

Azam و Soudki [۲] اثرات خوردگی میلگردهای طولی را بر روی رفتار سازه های تیرهای عمیق بتنی مسلح حساس به برش بررسی کرده اند. آن ها هشت تیر بتنی مسلح با اندازه متوسط ساختند. از این هشت تیر، شش تیر در معرض خوردگی مصنوعی بودند، در حالی که دو تیر برای جلوگیری از خوردگی

ملاحظه‌ای در تیرهای عمیق با بازشدگی در مقایسه با تیرهای عمیق توپر کاهش می‌یابند. آن‌ها از مقایسه پیش‌بینی‌ها و نتایج آزمایش، معادلاتی که به وسیله گونگ-شارپ و تونگ-تانگ پیشنهاد شده بود را برای تیرهای عمیق بتنی دارای مقاومت بالا و دارای بازشدگی و $\theta \geq 30^\circ$ مناسب دیدند.

Hassan Dirar و همکاران [۷] یک‌سری تحلیل اجزای محدود غیر خطی را با نرم‌افزار عددی DIANA برای پیش‌بینی بار نهایی و شکل گسیختگی سه نوع مختلف تیر عمیق دو دهانه پیوسته بتن مسلح انجام دادند. تنها یک پارامتر، ضریب نگهداشت برشی در طول تحلیل متغیر بود و نتایج به دست آمده سازگاری خوبی با نتایج تجربی از خود نشان داده است.

Al-Shraify [۸] یک مدل اجزای محدود سه بعدی را برای تحلیل اعضای بتن مسلح ارائه کرد. بتن با استفاده از جزء مربعی ایزوپارامتریک ۲۰ گرهی مدل شد در حالی که میله‌های مسلح کننده با استفاده از اعضای محوری داخل عضو بتنی مدل شده بود و معادلات تعادل غیر خطی با استفاده از تکنیک‌های تکراری-افزایشی بر اساس روش نیوتن رافسون اصلاح یافته حل شد.

Mahmoud [۹] جزء ۸ گرهی ایزوتروپیک مستطیلی را به عنوان بتن که در آن فولاد با یک لایه مدل شده بود را به کار برد و اثرات رفتار غیر خطی، شل‌شدن اتصال و انتقال برش از بتن بعد از ظهور ترک را در نظر گرفت. فولاد به عنوان عنصر الاستیک-پلاستیک یک بعدی در نظر گرفته شد و یک برنامه کامپیوتری برای مطالعه رفتار غیر خطی سازه به کار رفت و نتایجی برای خیز و تنش و کرنش برای سازه‌های مختلف به دست آمد.

OnuG [۱۰] یک فرمول‌بندی که منجر به یک ماتریس سختی صریح بدون مش‌بندی می‌شد را برای مدل تیر محدود پی به دست آورد. سهم تغییر شکل‌های برشی در نظر گرفته شد و فرمول‌بندی بر اساس حل صریح معادله دیفرانسیل بود. دو مثال عددی ارائه شد. در اولی یک تیر کوتاه بر روی پی الاستیک برای به دست آوردن ماتریس سختی برشی تحلیل شد و دومین مثال یک مسأله اندرکنش سازه و پی را در یک ساختمان ۷ طبقه که بر روی یک تیر در مدل پی دو متغیره قرار داشت ارزیابی می‌کرد.

Yin [۱۱] روشی برای به دست آوردن راه‌حل‌های تقریبی برای یک تیر تیموشینکو بتنی مسلح شده واقع بر روی پی الاستیک که در معرض بارگذاری فشاری است را ارائه کرد. یک راه‌حل مخصوص برای بارگذاری با شدت یکنواخت در هر نقطه از

Su و Cheng [۴] تیرهای عمیق بتنی جفت شده با نسبت دهانه برشی کوتاه و مسلح با آرماتورهای برشی رکابی متداول را مطالعه کردند و نتیجه گرفتند که این تیرها تحت بارگذاری متناوب رفت و برگشتی دارای شیوه گسیختگی ترد همراه با شکل‌پذیری کم هستند. همچنین، مطالعات تجربی آن‌ها نشان داد که صفحات فولاد مقید شده جانبی (LRSP) می‌توانند به عنوان تقویت کننده تیرهای جفت شده عمیق موجود به کار روند. آن‌ها از نرم‌افزار اجزای محدود غیر خطی ABAQUS برای مدل کردن رفتار خمش صفحات و غیر خطی مصالح استفاده کردند همچنین اثرات افزودن قیدهای جانبی و اثرات میدان کششی را بر روی ظرفیت باربری برشی صفحات فولادی را تعیین کردند و رفتار کلی تیرهای تقویت شده با LRSP را شبیه‌سازی نمودند.

Mohammadhassani و همکاران [۵] اثرات آرماتورگذاری کششی و درصد آرماتورگذاری جان را به منظور پیش‌بینی گسیختگی تیرهای عمیق بررسی کردند. آن‌ها شش تیر عمیق بتنی خود متراکم دارای مقاومت بالا (HSSCC) را تا مرحله گسیختگی آزمایش کردند. نتایج به طور واضح نشان دادند که در مرحله حد نهایی، توزیع کرنش بر روی سطح بتنی در قسمت‌های وسط دهانه دیگر به صورت سهمی نیست در تیر عمیق با آرماتورگذاری فولادی کششی طولی کمتر از مقادیر پیشنهاد شده به وسیله آیین‌نامه ACI شکست به صورت خمشی همراه با تغییر شکل‌های بزرگ بوده بدون این که شامل ترک‌های مایل بشود. به محض این که آرماتورهای فولادی کششی طولی افزایش می‌یابد، گسیختگی مرتبط با خردشدن بتن در نواحی گرهی به وضوح قابل مشاهده است. اولین ترک‌های خمشی همیشه در نواحی میانی و به طور قائم بوده و در ۲۵ تا ۴۰ درصد بار نهایی ظاهر می‌شود و محدوده ترک در $0.124-0.16$ برابر ارتفاع مقطع می‌باشد. وقوع اولین ترک مایل در مسیر بازوهای فشاری مستقل از درصد آرماتورهای کششی و آرماتورهای جان می‌باشد.

Yang و همکاران [۶] اثرات بازشدگی جان را در تیرهای عمیق بتن مسلح به صورت تحلیلی و تجربی ارزیابی کردند. آن‌ها ۳۲ تیر عمیق بتنی مسلح دارای مقاومت بالا را با یا بدون بازشدگی را تحت آزمایش بارگذاری دو نقطه‌ای قرار دادند. پارامترهای آزمایش شامل مقاومت بتن، نسبت دهانه برشی به عمق و پهنا و عمق بازشو بود. نتایج آزمایش نشان دادند که ایجاد ترک‌های قطری در بالا حتی مرتبط به سطح شیب‌دار اتصال مابین تکیه‌گاه و سطح شیب‌دار جان می‌باشد. همچنین اثر مقاومت بتن بر روی مقاومت برشی نهایی، به صورت قابل

۲- ماتریس‌های کرنش و خواص مصالح برای مسائل صفحه‌ای (حالت تنش- صفحه)

در این نوع مسائل، مؤلفه‌های تنش خارج از صفحه فرض می‌شود برابر صفر باشند و سه مؤلفه دیگر تنش و چهار مؤلفه کرنش وجود دارند.

$$\sigma_{33} = \sigma_{31} = \sigma_{32} = 0 \quad (1)$$

برای محاسبه کرنش داریم:

$$\{\varepsilon\} = [B] \cdot \{U\}^e \quad (2)$$

$$[B] = [[B]_1 \quad [B]_2 \quad \dots \quad [B]_{nen}] \quad (3)$$

$$[U] = [[U]_1 \quad [U]_2 \quad \dots \quad [U]_{nen}]^T \quad (4)$$

هر کدام از درایه‌های U و B به شکل زیر می‌باشند:

$$[B]_j = \begin{bmatrix} N_{j,X1} & 0 \\ 0 & N_{j,X2} \\ N_{j,X2} & N_{j,X1} \end{bmatrix} \quad \{U\}_j = \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix}_j \quad (5)$$

در همه فرمول‌ها از قانون اندیسی اینشتین استفاده شده است. در نهایت ماتریس خواص مصالح، به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۴]:

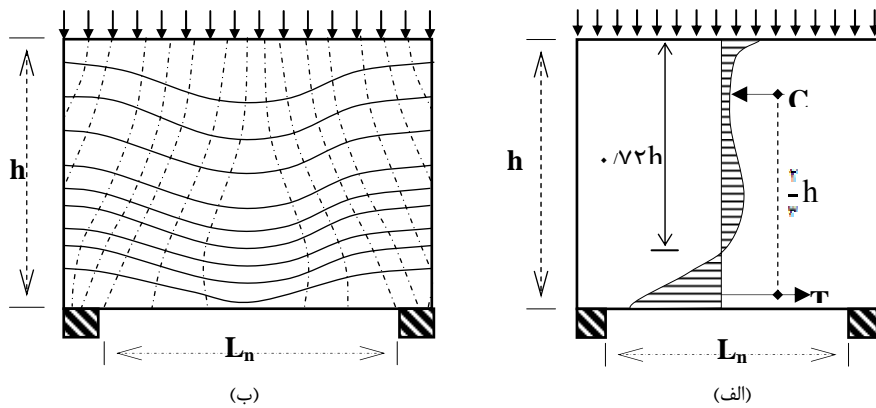
$$[D] = C_1 \cdot \begin{bmatrix} 1 & C_2 & 0 \\ C_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & C_{12} \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} C_1 &= \frac{E}{1-\nu^2} \\ C_2 &= \nu \\ C_{12} &= \frac{1-C_2}{2} \end{aligned} \quad (6)$$

تیر به دست آمد. این روش می‌تواند برای محاسبه نشست، دوران، لنگر خمشی و نیروی برشی تیر به کار رود.

Yin [۱۲] معادلات دیفرانسیلی معمولی حاکم را برای تیر تیموشینکوی مسلح بر روی پی الاستیک ارائه کرد. یک روش تحلیلی برای بار نقطه‌ای واقع بر روی تیر تیموشینکوی نامحدود واقع روی تکیه‌گاه الاستیک ارائه کرد. توجه خاص به محل، سختی برشی و کششی تیر مسلح و اثر آن بر روی نشست یا خیز تیر و نیروی کششی تیر مسلح شده بود. یک روش اجزای محدود برای مسئله این تیر نامعین ابداع شد.

Chen [۱۳] یک دیدگاه نظری جدید را برای حل مسأله تیرهای عمیق بر روی تکیه‌گاه‌های الاستیک ارائه کرد. این دیدگاه روش تفاضلات ربعی (DQ) را برای تعیین معادلات دیفرانسیلی حاکم تعریف شده بر روی عناصر، شرایط انتقالی تعریف شده بر روی مرزهای عناصر داخلی از دو عنصر مجاور و شرایط مرزی تیر به کار برد. با سر هم کردن تمامی معادلات مرتبط جدا از هم، یک سیستم جبری خطی عمومی می‌تواند به دست آید. نتایج به دست آمده از حل تیرهای واقع بر روی پی-های الاستیک حاصل شده از DQEM ارائه شدند.

بررسی‌های فوق و همچنین سایر بررسی‌های صورت گرفته توسط نویسندگان (چه در قسمت مطالعات آزمایشگاهی و چه در قسمت مطالعات تحلیلی)، نشان می‌دهند که اکثر مطالعاتی که تاکنون بر روی رفتار تیرهای عمیق انجام گرفته، مربوط به بررسی رفتار بار نهایی این تیرها می‌باشد. بنابر این در این تحقیق با تحلیل غیر خطی، رفتار دقیق تیر عمیق از مرحله صفر بارگذاری تا مرحله انهدام بررسی شده و ضمن محاسبه مقادیر کرنش، تنش و تغییر مکان در نقاط مختلف، بارهای ترک خوردگی، تسلیم و مقاومت نهایی نیز محاسبه شده‌اند. همچنین محدودیت برنامه‌های موجود، نظیر محدودیت در انتخاب انواع المان‌ها، نحوه میلگردگذاری (به عنوان مثال عدم توانایی مدل کردن دقیق میلگردهای مایل و منحنی شکل)، وقت‌گیر و دشوار بودن ورود اطلاعات اولیه (به خاطر ورود اطلاعات از طریق فایل‌های کاملاً متنی و عدم وجود واسط گرافیکی برای ورود اطلاعات) از جمله عواملی بودند که باعث شده بود، نیاز به یک برنامه تحلیل اجزای محدود غیر خطی برای این تیرها که علاوه بر سهولت در ورود اطلاعات، دارای سرعت تحلیل مناسب و دقت کافی در نتایج باشد، احساس شود. در این تحقیق با بسط و ارائه نرم‌افزار ناوک (NAOC) که به معنی تحلیل غیرخطی بتن (Nonlinear Analysis of Concrete) می‌باشد، تلاش شده که گام مؤثری در این زمینه برداشته شود.



شکل ۱- توزیع تنش برای یک تیر عمیق و مسیر تنش عمودی برای بارگذاری از بالا

۵- مدل انتقال برش

وقتی ترکی در بتن تشکیل شد، ظرفیت انتقال برش در سطوح ترک به قفل و بست دانه‌های بتن، عمل شاخه‌ای و نیروی محوری موجود در میلگرد وابسته است. برای بتن ترک خورده، تنش برشی در صفحه، با اعمال ضریب اصلاح β ، کاهش می‌یابد [۱۵].

$$\tau_{xy} = \beta \cdot G \gamma_{xy} \quad 0 < \beta < 1 \quad (10)$$

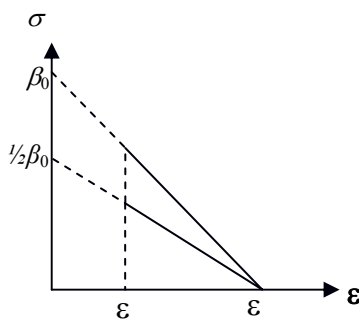
ضریب β به عنوان تابعی از کرنش کششی قائم بر صفحه ترک فرض می‌شود. طبق یک قانون عمومی، مقادیر $\beta < 0.15$ برای شکست برشی مناسب است. برای بتنی که در یک جهت ترک خورده است:

$$\beta = \beta_0 \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_m}\right) \quad (11)$$

برای بتنی که در دو جهت ترک خورده است:

$$\beta = \frac{\beta_0}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_m}\right) \quad (12)$$

β_0 و ε_m ضرایبی هستند که از آزمایشات به دست می‌آیند [۱۵]. در این جا $\beta_0 = 0.12 - 0.15$ و $\varepsilon_m = 0.0035$ پیشنهاد می‌شوند.



شکل ۲- مدل انتقال برش

۶- ماتریس خواص برای بتن ترک خورده

هنگامی که در یک المان، مسأله جاری شدن یا ترک خوردگی شروع شود ماتریس الاستیسیته مواد تغییر یافته و سختی کاهش می‌یابد. المانی که ترک خورده است، باید سختی کاهش یافته مربوطه‌اش، قبل از ادامه تحلیل، تصحیح شود. ماتریس خواص D_{cr} نسبت به محورهای مصالح محاسبه شده و سپس به مختصات سراسری انتقال داده می‌شود. ماتریس خواص، با فرض صفر بودن ضریب پواسن برای یک نقطه ترک خورده، به صورت یک ماتریس قطری در می‌آید. کاهش مدول الاستیسیته در راستای عمود بر ترک (به مقدار صفر) باعث مثبت-معین نشدن ماتریس سختی شده و مشکلات عددی را به دنبال خواهد داشت. برای غلبه بر آن از مدول سکانتی E_r (به جای $E_c = 0$) استفاده می‌کنیم [۱۶]. برای نقطه‌ای که در دو جهت ترک خورده است:

$$D_{cr} = \begin{bmatrix} E_{r1} & 0 & 0 \\ 0 & E_{r2} & 0 \\ 0 & 0 & \beta G \end{bmatrix} \quad (14)$$

مدول‌های الاستیسیته راستای ترک، مقادیر مربوط به حالت ترک نخوردگی را حفظ می‌کند. این بدان معنی است که برای نقطه‌ای که در یک جهت ترک خورده است $E_{r1} = E_c$ می‌باشد. معرفی ضریب β ، تخمین منطقی مدول‌های برشی مؤثر را ممکن خواهد کرد [۱۷]. ماتریس D تحت دوران T به مختصات سراسری منتقل خواهد شد.

مدول‌های الاستیسیته راستای ترک، مقادیر مربوط به حالت ترک نخوردگی را حفظ می‌کند. این بدان معنی است که برای نقطه‌ای که در یک جهت ترک خورده است $E_{r1} = E_c$ می‌باشد. معرفی ضریب β ، تخمین منطقی مدول‌های برشی مؤثر را ممکن خواهد کرد [۱۷]. ماتریس D تحت دوران T به مختصات سراسری منتقل خواهد شد.

$$D = T^T D_{cr} T \quad (15)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \frac{\sin 2\theta}{2} \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\frac{\sin 2\theta}{2} \\ -\sin 2\theta & \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (16)$$

θ زاویه بین خط قائم بر صفحه اولین ترک با جهت مثبت محور X_1 است [۱۸].

۷- معیارهای همگرایی

در حقیقت تحلیل غیر خطی از یک سری حل‌های خطی در هر مرحله تکرار که مبتنی بر روش سختی اولیه یا نیوتن-رافسون (سختی مماسی) و فلسفه نیروی مانده می‌باشد، تشکیل شده است. در روش‌های تکرار-افزایش، پس از پایان هر مرحله تکرار، معیار همگرایی به کار می‌رود. در برنامه NAOC می‌توان از دو معیار CRI 1 و CRI 2 برای بررسی همگرایی استفاده کرد.

۷-۱- معیار اول CRI 1

در این معیار نرم نیروهای مانده با نرم نیروهای وارده در هر افزایش مقایسه می‌گردد.

$$R = \frac{\|F_{RES}\|}{\|\Delta F\|} < Toler \quad (17)$$

$$\|F_{RES}\| = \left[\sum_{i=1}^{n_{dof}} (F_i - G_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad G_i = \int_{\Omega} B^T \sigma_i d\Omega \quad (18)$$

که در آن:

۷-۲- معیار دوم CRI 2

در این معیار کار نیروهای مانده با کار نیروهای وارده مقایسه می‌شود.

$$W_{RES} = \sum_{i=1}^{n_{dof}} (F_i - G_i) \Delta U_i, \quad W_F = \sum_{i=1}^{n_{dof}} (\Delta F_i) \Delta U_i \quad (19)$$

$$R = \frac{W_{RES}}{W_F} < Toler \quad (20)$$

G_i, F_i و n_{dof} مشابه معیار اول تعریف می‌شوند. ΔU_i تغییر-مکان‌های جزئی در درجه آزادی مورد نظر برای گره i و ΔF_i نیروی افزایشی است [۱۷]. مقدار تolerانس (Toler) توسط کاربر تعیین می‌گردد که معمولاً در محدوده $0.001 - 0.01$ است.

۸- حل مثال‌های نمونه و مقایسه آن با نتایج تجربی

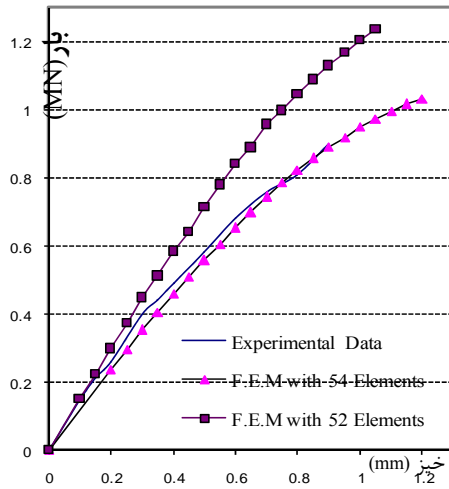
در این قسمت نتایج تحلیل تیرهای عمیق بتن مسلح مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۸-۱- نمونه اول: تیر عمیق بتن مسلح با دو تکیه‌گاه ساده

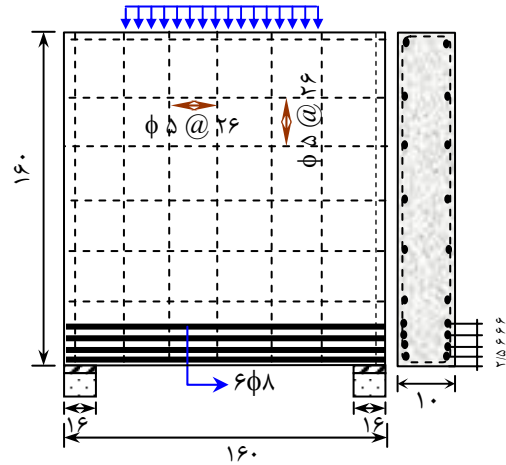
این تیر عمیق توسط لئونارد و والتر [۱۹] آزمایش شده است. ابعاد این نمونه $10 \times 160 \times 160$ سانتی‌متر بوده که ابعاد، میلگردها و بارگذاری آن در شکل (۳) آمده است. پارامترهای مورد استفاده در تحلیل نمونه به شرح زیر است:

$$\begin{aligned} f_c &= 30.2 \text{ N/mm}^2 & E_c &= 210000 \text{ N/mm}^2 \\ \epsilon_{crush} &= 0.0035 & \epsilon_{crack} &= 0.00015 & \nu &= 0.2 \\ \beta &= 0.20 & \epsilon_{ult} &= 0.0019 \end{aligned}$$

به علت تقارن فقط نصف تیر برای تحلیل عددی به روش اجزای محدود انتخاب شده است. نصف تیر با ۱۹۹ گره و ۵۴ المان هشت گرهی (۵۰ المان بتنی و ۴ صفحه فولادی در محل تکیه‌گاه) تحت شرایط تنش - صفحه مدل شده است.



شکل ۵- نمودار مقایسه نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی



شکل ۳- ابعاد (برحسب cm)، بارگذاری و نحوه آرایش میلگردها برای نمونه WT3

شکل ۶- الگوی ترک خوردگی برای مدل ۵۴ المانی به ازای ۷۵٪ بار نهایی

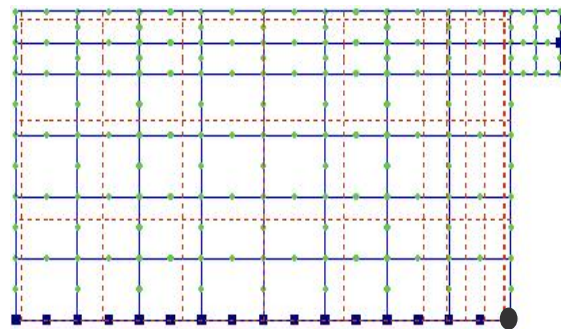
۸-۲- نمونه‌های دوم: پنج تیر عمیق بتن مسلح با نسبت دهانه خالص به ارتفاع ۲

این تیرهای عمیق توسط Arabzadeh [۲۰] آزمایش شده و ابعاد آن‌ها ۱۱۰×۴۰×۵ سانتی‌متر می‌باشد. مشخصات هندسی و نحوه مسلح کردن جان در تمام نمونه‌ها یکسان بوده و تنها میلگردهای طولی در بالا و پایین با یکدیگر متفاوت می‌باشند (برای بررسی اثر میلگردهای اصلی). در محل تکیه‌گاه از صفحات فولادی با ابعاد ۱۵×۵×۱ سانتی‌متر استفاده شده که هر یک به دو میلگرد U شکل جوش داده شده و به میلگردهای جان متصل شده‌اند. شکل (۷) ابعاد، بارگذاری و نحوه آرایش میلگردها را نشان می‌دهد. نمونه‌ها را به ترتیب با نماد DB1 تا DB5 نمایش می‌دهیم. در جدول (۱) مشخصات نمونه‌ها آورده شده است.

به علت تقارن فقط نصف تیر برای تحلیل عددی انتخاب شده است. نصف تیر با ۱۴۵ گره و ۳۷ المان هشت گرهی (۳۵ المان

نحوه مدل‌سازی در روش اجزای محدود (برای به دست آوردن جواب صحیح) نیز مهم است. در شکل (۴) نمونه WT3 به یک صورت دیگر مدل شده (۴۸ المان بتنی و ۴ المان فولادی هشت گرهی برای صفحه تکیه‌گاهی) و نتایج حاصل از تحلیل در شکل (۵) آمده است. با مقایسه نتایج، اهمیت مدل‌سازی مشخص می‌گردد. نکته دیگر انطباق کاملاً خوب الگوی ترک خوردگی در شکل (۶) ترسیم شده است.

از مقایسه نمودار بار-خیز حاصل از تحلیل و حل تجربی در شکل (۵) ملاحظه می‌شود که نتایج برنامه تطابق کاملاً خوبی با آزمایش دارد و هم چنین مدل پیشنهادی برای انتقال برش نیز مناسب است. نتایج این برنامه بهتر از تحلیل برنامه DIANA [۱۹] هستند.

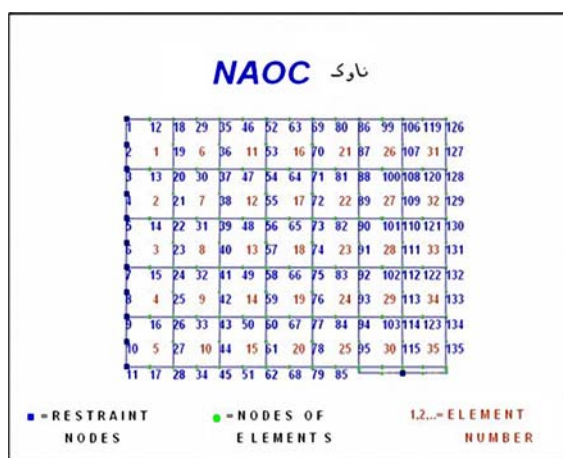


شکل ۴- مدل دیگر نمونه WT3

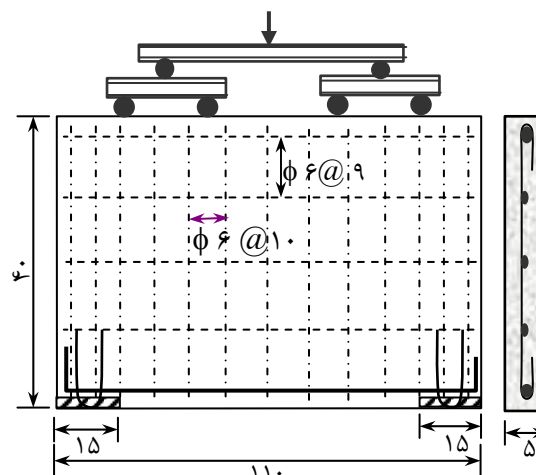
جدول ۱- مشخصات نمونه‌های DB1 تا DB5

E _s	Y _s	E _c	f _i	f _c '	قطر میلگرد اصلی (mm)		نمونه
					پایین	بالا	
نیوتن بر میلی‌متر مربع							
۳۰۱۸۱/۱	۰.۱۹	۲۶۴۱۴	۳/۲۳	۳۰/۶	۲۰	۲۰	DB1
		۲۶۴۱۴	۳/۲۳	۳۰/۶	۱۲	۱۲	DB2
		۲۲۲۴۳	۱/۹۸	۲۱/۷	۱۶	۱۶	DB3
		۲۲۲۴۳	۱/۹۸	۲۱/۷	۱۲	۱۶	DB4
		۲۷۴۳۰	۳/۳۰	۳۳/۰	۶	۱۶	DB5

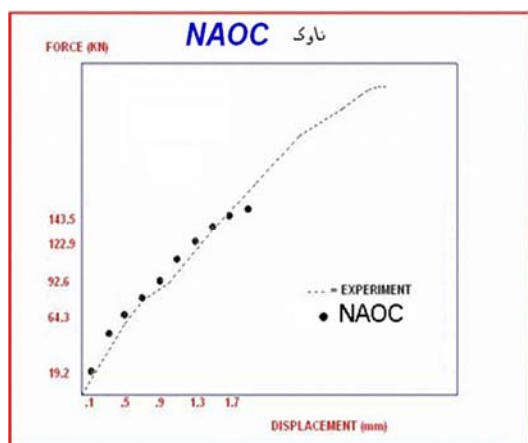
بتنی و ۲ صفحه فولادی در محل تکیه‌گاه) تحت شرایط تنش- صفحه مدل شده است. شکل (۸) مدل اجزای محدود برای تیرهای DB1 تا DB5 را نشان می‌دهد. نمودار تغییر مکان وسط تیر DB1، در شکل (۹) برای مقایسه با نتایج تجربی ترسیم شده است. در شکل (۱۰) نتایج مقایسه مقاومت نهایی تیرها نشان داده شده که شامل نتایج برنامه (NAOC)، نتایج تجربی (EXP.DATA)، نتایج تحقیقات محققى به نام کوتسووس (KOTSOVOS)، نتایج حاصل از روش‌های آیین‌نامه‌های مختلف (آیین‌نامه بتن آمریکا (ACI 318)، دفترچه راهنمای آیین‌نامه انگلیس (CIRIA Guide 2) و آیین‌نامه هندوستان (IS 456)) است. مقایسه نتایج دقت و کارایی و قدرت برنامه را برای تحلیل غیر خطی تیرهای عمیق به اثبات می‌رساند.



شکل ۸- مدل اجزای محدود برای تیرهای DB1 تا DB5



شکل ۷- ابعاد (برحسب cm)، بارگذاری و نحوه آرایش میلگردها



شکل ۹- نمودار بار-خیز حاصل از تحلیل و حل آزمایشگاهی

با توجه به نتایج بدست آمده، تأثیر عوامل مختلف در مقاومت نهایی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:
 (۱) مقاومت بتن نقش مهمی در مقاومت نهایی دارد (از مقایسه تیر DB1 با تیرهای DB3 و DB4).
 (۲) در شرایطی که میلگردهای افقی و قائم جان و همچنین مقاومت بتن در دو نمونه DB1 و DB2 یکسان هستند، میلگردهای افقی بالا و پایین نقش قابل توجهی در مقاومت نمونه‌ها دارند.

منحرف شده و اختلاف در جواب‌های روش خطی و غیر خطی زیادتر می‌شود.

(۵) در تیرهای عمیق بتن مسلح، نحوه مدل کردن انتقال برش به علت عمل شاخه‌ای (dowel action) و نیروی محوری موجود در میلگردها کار مشکلی بوده که در برنامه NAOC با استفاده از یک سری روابط منطقی، این امر تحقق یافته و نشان داده شده است که نتایج برنامه انطباق خوبی با داده‌های تجربی دارند.

(۶) با توجه به شکل (۵) و شکل (۱۰) تخمین نسبتاً دقیق بار گسیختگی یکی دیگر از نتایج این برنامه به شمار می‌آید.

۱۰- فهرست علائم

E_s : مدول الاستیسیته فولاد

E_c : مدول الاستیسیته بتن

f_t : مقاومت کششی بتن

f_c : مقاومت فشاری نمونه استوانه‌ای بتن

E_r : مدول سکانتی

ν : ضریب پواسن

Y : حد تسلیم فولاد

کرنش‌ها: ϵ, γ

کرنش نهایی بتن: ϵ_m

تنش: σ

ضریب برشی: β

مدول برشی: G

تنش برشی: τ_{xy}

تابع شکل گره α : N^α

مشتق تابع شکل در جهت r : N_r^α

نیروی معادل تنش میلگرد در گره‌های المان: F_α^r

کرنش طولی میلگرد در جهت مماس بر آن: ϵ_{ll}

کسینوس‌های هادی: l_i, m_i

ماتریس انتقال: $[T]$

ماتریس کرنش المان: $\{\epsilon\}$

کرنش ماتریس درون‌یابی: $[B]$

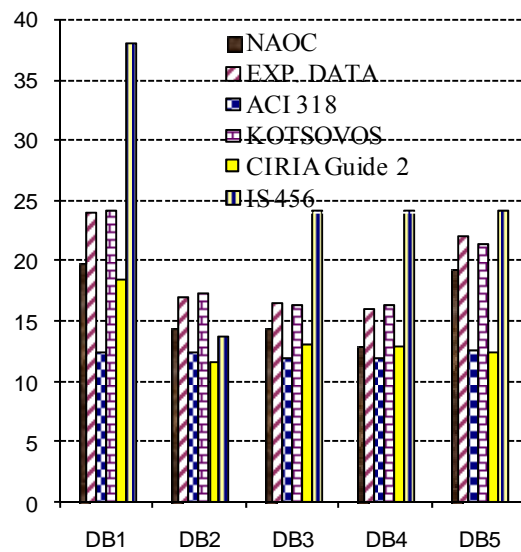
ماتریس جابجائی: $[U]$

ماتریس خواص مصالح: $[D]$

ماتریس سختی میلگرد: $[K_{\alpha\beta}^r]$

ماتریس کرنش میلگرد: $[B_\alpha^r]$

ماتریس خواص مصالح در حالت ترک خورده: $[D_{cr}]$



شکل ۱۰- مقایسه مقاومت نهایی تیرها

۹- نتیجه‌گیری

(۱) تحلیل غیر خطی سازه‌های بتن مسلح به روش اجزای محدود را می‌توان از دو نظر حائز اهمیت دانست: پیچیدگی مسأله تحلیل تنش و تحلیل عددی به روش اجزای محدود. با در نظر گرفتن این عوامل و سایر مشکلات در برنامه‌نویسی، الگوریتم‌های مورد نیاز نوشته شده و با قرار دادن آن‌ها در کنار هم، برنامه‌ای برای تحلیل غیر خطی تیرهای عمیق (NAOC) بسط داده شده است.

(۲) در تحلیل مسائل با مصالح غیر خطی، استفاده از روش ماتریس سختی اولیه KT_0 مناسب است (هر چند که نرخ همگرایی پائینی دارد). این بدان جهت است که در این روش می‌توان از افزایش‌های نسبتاً بیشتر و در نتیجه در کاهش زمان کامپیوتری برای محاسبه ماتریس سختی سود جست.

(۳) هر دو معیار CRI1 و CRI2 برای بررسی همگرایی مناسب هستند. در سازه‌های بتن مسلح بیشتر از معیار دوم CRI2 استفاده می‌شود. در انتخاب تیرانس هم‌گرایی نیز باید دقت شود. بالا بودن نرخ همگرایی به علت افزایش زمان محاسبه، غیر اقتصادی و پایین بودن آن باعث خطای زیاد در نتایج خواهد شد. برای تحلیل تیرهای عمیق، تیرانس بین ۰/۰۰۱ و ۰/۰۱ نتایج خوبی می‌دهد.

(۴) تا وقتی ترک‌ها به وجود نیامده‌اند، تنش‌ها به همان صورتی هستند که نظریه الاستیک پیش‌بینی می‌کند. بعد از ترک‌خوردگی، تنش‌ها به طور چشمگیری از توزیع الاستیک

- ۱۰- مراجع
- [12] Yin, J. H., "Closed-Form Solution for Reinforced Timoshenko Beam on Elastic foundation", ASCE Journal of Engineering Mechanics, 2000, 126 (8), 868-874.
- [13] Chen, C. N., "Solution of Beam on Elastic Foundation by DQUM", ASCE Journal of Engineering Mechanics, 1998, 1381-1384.
- [14] Vecchio, F. J., "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Membranes", ACI Structural Journal, 1998, 29, 26-35.
- [15] Vecchio, F. J., "Finite Element Modeling of Concrete Expansion and Confinement", ASCE Journal of Structural Engineering, 1993, 118 (9), 2390-2406.
- [16] Gupta, A., Rangan, B. V., "High Strength Concrete (HSC) Structural Walls", ACI Structural Journal, 1998, 95 (2), 194-204.
- [17] Frantzskakis, C., Theillout, J. N., "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures with a Particular Strategy Following the Cracking Process", Computers and Structures, 1989, 31 (3), 395-412.
- [18] Cervenka, V., "Constitutive Model for Cracked Reinforced Concrete", ACI Structural Journal, 1985, 82 (6), 887-882.
- [19] Van Mier, J. G. M., "Examples of Non-Linear Analysis of Reinforced Concrete Structures with DIANA", Heron, 1987, 32 (3), 1-146.
- [20] Arabzadeh, A., "Analysis of Some Experimental Results of Simply Supported Deep Beams Using Truss Analogy Method", Iranian Journal of Science and Technology, 2001, 32 (43), 27-34.
- [1] Kong, F. K., "Reinforced Concrete Deep Beams", Blakie and Son Ltd., 1990, Glasgow and London, pp 1-206.
- [2] Azam, R., Soudki, Kh., "Structural Performance of Shear-Critical RC Deep Beams with Corroded Longitudinal Steel Reinforcement", Cement and Concrete Composites, 2012, 34 (8), 946-957.
- [3] Wang, Q., Hoogenboom, P. C. J., "Failure Modes and Serviceability of High Strength Self-Compacting Concrete Deep Beams", Engineering Failure Analysis, 2011, 18, 2272-2281.
- [4] Cheng, B., Su, R. K. L., "Numerical Studies of Deep Concrete Coupling Beams Retrofitted with a Laterally Restrained Steel Plate", Advances in Structural Engineering, 2011, 28, 903-916.
- [5] Mohammadhassani, M., Zamin Jumaat, M., Ashour, A., Jameel, M., "Failure Modes and Serviceability of High Strength Self-Compacting Concrete Deep Beams", Engineering Failure Analysis, 2011, 18, 2272-2281.
- [6] Yang, K. H., Eun, H. C., Chung, H. S., "The Influence of Web Openings on the Structural Behavior of Reinforced High-Strength Concrete Deep Beams", Engineering Structure, 2006, 28, 1825-1834.
- [7] Hassan Dirar, M. O. S., Morley, T. C., "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Deep Beams", VIII International Conference on Computational Plasticity, CIMNE, Barcelona, 2005, pp 1-4.
- [8] Al-Shraify, B. I., "Nonlinear Finite Element Analysis of Continuous Deep Beam on Elastic Foundation", MSc Thesis, Faculty of Engineering, Nahrain University, Baghdad, Iraq, 2005.
- [9] Mahmoud, A. K. D., "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Members under Long-Term Loading ", PhD Thesis, University of Baghdad, Baghdad, Iraq, 2001.
- [10] Onu, G., "Shear Effect in Beam Finite Element on Two-Parameter Elastic Foundation", Journal of Engineering Mechanics, 2000, September, 126 (9), 1104-1107.
- [11] Yin, J. H., "Comparative Modeling Study of Reinforced Beam on Elastic Foundation", ASCE Journal of Engineering Mechanics, 2000, 265-271.

EXTENDED ABSTRACT

Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Deep Beams with Finite Elements Method

Ghader Sedghi Matanagh*, Majid Barghian, Masood Farzam

Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz 5166616471, Iran

Received: 04 December 2014; **Accepted:** 02 June 2015

Keywords:

Deep beams, Reinforced concrete, Finite elements method, Plasticity, Nonlinear analysis

1. Introduction

Deep beams are defined by the large ratio of height to span. Despite different studies done in this field, the majority of them are related to the investigation of the ultimate load. Therefore, in this research with nonlinear analysis, accurate behavior of deep beams from initial phase of loading until failure mode was investigated. The calculation of accurate value of strain, stress and deflection in various locations of the beam along with the determination of cracking, yielding and ultimate loads were considered. Also the restriction of current programs such as the limitation for the selection of various element types, the elimination of reinforcement type, time consuming and difficulty in entering initial information (due to entering of them in textual forms) causes demanding to a nonlinear FEM program. Entering of data in this program should be easy. Also it should have enough speed and accuracy in analysis. In order to resolve this restriction, NAOC program was developed by the authors. Nonlinear sources which were considered in NAOC are the plasticity of concrete in compression, yielding of reinforcement, cracking of concrete in tension, concrete smashing under press and plasticity of reinforcement. The advantage of NAOC in comparison to other programs in this field are: the drawing of structural shape, rebars position in elements with accurate subtitles, drawing of deformation of structure and drawing of load - displacement curve.

2. Methodology

2.1. Strain and material property matrices in plane-stress state

Deep beams are considered in plain-stress condition problems. In this kind of problems, it is assumed that stress components which are out of plain are equal to zero. Three stress components and four strain components exist. In NAOC program, material property matrices recommended by Vecchio [1] are used.

2.2. The cracking model for concrete

In FEM modeling, for RC structures, crack can be modeled by two different discrete and dual methods [2]. In NAOC program, dual cracking method is used because of its simplicity in computer calculations and also for its sufficient reliability to understand the concrete structures behavior.

2.3. Shear transfer model

When a crack occurs in concrete, the shear transfer capacity in cracked surface is related to locking concrete aggregate, dowel action and axial force of reinforced bars. For cracked concrete, shear stress in plane, is reduced by the application of β coefficient [2]. β coefficient is assumed as a function of tensile strain which is perpendicular to the cracked plane. $\beta < 0.5$ has been found to be appropriate for shear failure [2].

* Corresponding Author

E-mail addresses: ghader_sedghi@yahoo.com (Ghader Sedghi Matanagh), barghian@tabrizu.ac.ir (Majid Barghian), mafarzam@tabrizu.ac.ir (Masood Farzam).

2.4. Property matrix for cracked concrete

When yielding or cracking in the elements initiates, the elasticity matrix of material is changed and stiffness is reduced. Elasticity modulus reduction in the direction orthogonal to the crack (to zero value) causes the stiffness matrix not to be positive-definite and hence causes numerical problems [3]. To overcome this problems the secant modulus E_r is used instead of $E_c=0$.

2.5. Convergence criteria

In fact nonlinear FEM analysis consists of series of linear analysis in every phase. Every phase is based on the initial curve or Newton-Raphson method and the philosophy of remained forces. In an iterative-increase method in the end of every iterative, convergence criterion was used. In NAOC program CRI1 and CRI2 that recommended by Frantzskakis and Theillout [4] are used.

3. Results and discussion

3.1. Example1: Simply supported deep concrete beam

This deep beam has been examined by Leonard and Valter [5]. Dimensions, rebar and loading are given in Fig. 1 Due to the symmetry, only a half of the beam was modeled under plane strain condition. A half of the beam was modeled in 2 way (52 and 54) elements and the results were compared with experimental results (Fig. 2). Fig. 2 shows that NAOC results agree well with test results.

3.2. Second series examples: five deep concrete beams with the ratio clearance of span to height equal two

These beams were tested by Arabzade [6] and the dimensions, loading and rebar arrangements are shown in Fig. 3 Because of symmetry, only a half of beams were selected for nonlinear analysis. In Fig. 4, the ultimate load of beams calculated by NAOC were compared with experimental and various codes results. Fig. 4 and Table 1 give the following results:

1. Concrete strength has significant effects on the ultimate strength of beams.
2. For the condition that web vertical and horizontal rebars are identical, top and bottom horizontal rebar strengths have significant effect on samples strength.

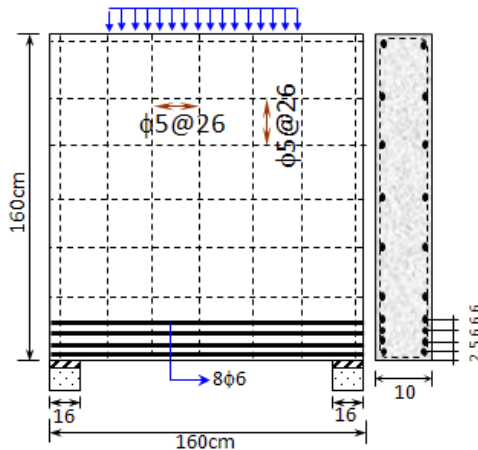


Fig. 1. Dimension (cm), loading and method of reinforcement for example 1

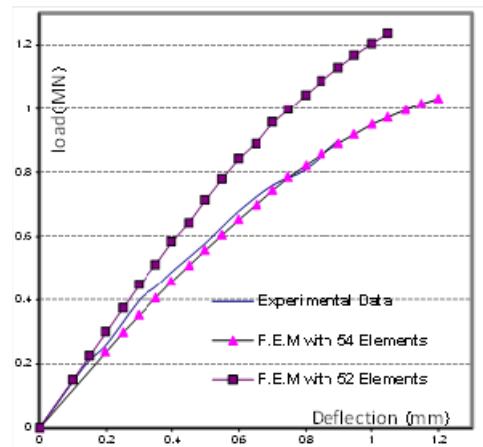


Fig. 2. Experimental and analytical solution

Table 1. DB1 to DB5 samples specifications

Specimen	Main rebar diameter (mm)		f_c'	f_t	E_c N/mm ²	Y_s	E_s
	top	bot					
DB1	20	20	30.6	3.23	2641		
DB2	12	12	30.6	3.23	2641		
DB3	16	16	21.7	1.98	2224	410	
DB4	16	12	21.7	1.98	2224		$2.1 \cdot 10^5$
DB5	16	6	33.0	3.30	2743		

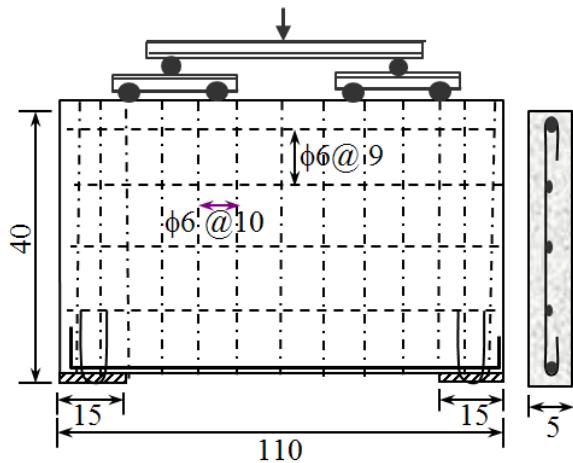


Fig. 3. Dimension (cm), loading and rebar arrangement method

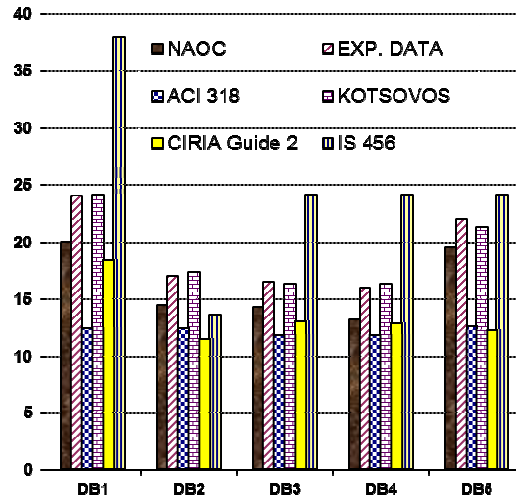


Fig. 4. Comparison of ultimate strength of beams

4. Conclusions

1. NAOC program is able to accurately investigate RC deep beams from initial phase of loading until failure. Also NAOC can calculate strains, stresses and deflections in addition to the determination of cracking, yielding and ultimate loads. Entering of initial data and view of output results are easy with NAOC user-friendly interface. Precise failure load estimation is other trait of the NAOC program.

2. In analyzing of problems with nonlinear material, using initial stiffness matrix method (KT_0) is appropriate. Also in RC structures, CRI2 criterion is better than CRI1 for the investigation of convergence. For RC deep beams, the tolerance of 0.001-0.01 is proposed and causes suitable results.

3. When the cracks have not been occurred, the stresses are predicted by elastic theory. After that cracks occur, stresses are diverted from elastic distributions significantly, hence, the difference between linear and nonlinear results increases considerably.

4. In RC deep beams, the modeling of shear transfer is difficult, due to dowel action and axial force in rebars. In NAOC program, it has been done by approximate relations and formulas and it has been shown that the program results have good agreements with experimental data.

5. References

- [1] Vecchio, F. J., "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Membranes", ACI Structural Journal, 1998, 29, 26-35.
- [2] Vecchio, F. J., "Finite Element Modeling of Concrete Expansion and Confinement", ASCE Journal of Structural Engineering, 1993, 118 (9), 2390-2406.
- [3] Gupta, A., Rangan, B. V., "High Strength Concrete (HSC) Structural Walls", ACI Structural Journal, 1998, 95 (2), 194-204.
- [4] Frantzeskakis, C., Theillout, J. N., "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures with a Particular Strategy Following the Cracking Process", Computers and Structures, 1989, 31 (3), 395-412.
- [5] Van Mier J. G. M., "Examples of Non-linear Analysis of Reinforced Concrete Structures with DIANA", Heron, 1987, 32 (3), 1-146.
- [6] Arabzadeh, A., "Analysis of Some Experimental Results of Simply Supported Deep Beams Using Truss Analogy Method", Iranian Journal of Science and Technology, 2001, 32 (43), 27-34.