

تأثیر تراز خودتنیدگی بر رفتار ناپایداری چلیک‌های کش‌بستی

خالد توفیقی ذهابی^۱ و کریم عابدی^{۲*}

^۱ کارشناس ارشد مهندسی ساز، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی سهند

^۲ استاد دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی سهند

چکیده

سیستم‌های کش‌بستی، سیستم‌های خودمتعادل پایدار متشكل از اعضای فشاری ناپیوسته و اعضای کششی پیوسته می‌باشند. اساس پایداری این سیستم‌ها، متمکن بر خودتنیدگی اولیه اعضای آن می‌باشد. از این رو، بررسی تأثیر تراز این تنש‌های اولیه در رفتار ناپایداری و مکانیزم‌های گسیختگی سازه‌های کش‌بستی از اهمیت بهسازی بخوردار است. با وجود گذشت بیش از نیم قرن از ابداع این سازه‌ها، هنوز مستندات کافی در مورد رفتار ناپایداری آن‌ها و بیویژه در مورد هندسه‌های انحنای آن‌ها نظری گنبد و چلیک وجود ندارد. این در حالی است که به دلیل آن که این سازه‌ها بیشتر در اماکن وسیع استفاده می‌شوند، خرابی و ناپایداری آن‌ها می‌تواند خسارات مالی و جانی زیادی در پی داشته باشد. از این‌رو، این مقاله، در دو بخش ارائه می‌گردد: در بخش اول، شیوه استفاده از یکی از روش‌های معروف ریاضیات کاربردی تحت عنوان «روش سادکی» برای حصول خودتنیدگی‌های «شدنی» در سیستم‌های کش‌بستی تشریح شده است. برای پیاده‌سازی روش پیشنهادی، برنامه‌ای با نرم‌افزار MATLAB نوشته شد و نتایج موفقتی آمیزی حاصل گردید. در بخش دوم، با استفاده از روش ارائه شده در بخش نخست، ابتدا یک حالت خودتنیدگی شدنی برای یک چلیک کش‌بستی متشكل از مدول‌های چهار میله‌ای استخراج می‌شود و در سه تراز به سازه اعمال می‌گردد و با استفاده از روش عناصر محدود و به کمک نرم‌افزار ANSYS، بر روی آن تحلیل غیرخطی هندسی و مصالح صورت می‌گیرد و مکانیزم‌های گسیختگی استخراج می‌شوند و نهایتاً با استفاده از نتایج به دست آمده، پیشنهاداتی برای حداقل و حداقل تراز خودتنیدگی ارائه می‌گردد به گونه‌ای که سازه سختی کافی را داشته باشد و به صورت نامطلوب فرونویزد.

واژگان کلیدی: کش‌بستی، خودتنیدگی اولیه، برنامه‌نویسی خطی، روش سادکی، ناپایداری.

۱- مقدمه

گردیده است. روش‌های ارائه شده موجود گاهی برای همه مسائل کارایی ندارند. از این‌رو در بخش نخست این تحقیق، با ترکیب روش‌های دانسیته نیرو و برنامه‌سازی خطی و استفاده از متغیرهای مصنوعی، روشی مناسب جهت حصول خودتنیدگی-های اولیه ارائه می‌گردد و روش ارائه شده در قالب یک برنامه کامپیوتری به زبان برنامه‌نویسی MATLAB برای حل مسائل عملی به کار گرفته می‌شود.

به دلیل آن که خودتنیدگی یکی از اصلی‌ترین علل خودپایداری و خودمتعادلی سازه‌های کش‌بستی می‌باشد، از این‌رو انتظار می‌رود که تأثیر خودتنیدگی بر رفتار ناپایداری این سازه‌ها، اهمیت درخور تحقیقی داشته باشد. رفتار ناپایداری، از آن جهت حائز اهمیت است که چگونگی تخریب یک سازه، به ویژه در مورد سازه‌هایی که در اماکن پراهمیت مورد استفاده قرار می‌گیرند، از نکات تعیین‌کننده در روند طراحی این سازه می‌باشد. در مورد رفتار ناپایداری سازه‌های کش‌بستی به ویژه در مورد کش‌بستی‌های انحنایار مثل گنبدها و چلیک‌ها، هنوز آن گونه که شایسته است مطالعه و تحقیق صورت نگرفته است.

سیستم‌های کش‌بستی^۱، سیستم‌های خودمتعادل پایدار متشكل از اعضای فشاری ناپیوسته و اعضای کششی پیوسته می‌باشند. واژه خودمتعادلی در این تعریف به این معناست که این سیستم‌ها بدون نیاز به هرگونه نیروی خارجی حتی نیروی گرانش، می‌توانند تعادل خود را حفظ کنند. این خاصیت بسیار جالب سیستم‌های کش‌بستی، حاصل تنش‌های اولیه‌ای است که در اعضا بر اثر کوتاه کردن کابل‌ها ایجاد می‌شود. این تنش‌های اولیه به دلیل آن که مستقل از وجود تکیه‌گاه یا دیگر نیروهای خارجی هستند «خود»‌تنیدگی^۲ نامیده می‌شود.

خودتنیدگی اولیه، باید به گونه‌ای باشد که اولاً: معادلات تعادل برای گره‌ها برقرار باشد، و ثانیاً: نوع تنش در کابل‌ها، کششی و در میله‌ها (دستک‌ها)، فشاری باشد. برآورده نمودن این دو شرط برای به دست آوردن تنش‌های اولیه در اعضا، به ویژه برای سازه‌های با تعداد اعضای زیاد از مسائلی است که بسیار مورد توجه محققین قرار گرفته است و روش‌هایی برای آن ارائه

1- Tensegrity systems

2- Self-stress

این که، این سیستم‌ها اساساً مستقل از نیروهای خارجی و تکیه‌گاه می‌باشند، لذا ترجیح بر این است برای تنش‌های اولیه‌ای که در این سیستم‌ها ایجاد می‌شود از لفظ «خودتنيیدگی» استفاده شود. خودتنيیدگی یا همان تنش‌های اولیه در سیستم‌های کش-بستی باید به گونه‌ای باشد که تعادل هر گره حفظ شود. یافتن این تنش‌های اولیه در بافتارهای با تعداد اعضای کم، کار چندان دشواری نیست و می‌توان با حل معادلات تعادل به روش‌های معمول، به مقادیر مناسب تنش‌های اولیه دست یافت. اما با افزایش تعداد اعضاء، معادلات تعادل گره‌ها به قدری پیچیده می‌شوند که محققان زیادی برای حل آن پیشنهادهایی ارائه داده‌اند که این تحقیقات عموماً با عنوان «فرم‌یابی» نام برده می‌شوند.

۱-۲ روش دانسیته نیرو

یکی از معمول‌ترین روش‌های فرم‌یابی بر اساس نیرو، روش دانسیته نیرو یا به اختصار FDM^۱ می‌باشد. مهم‌ترین مزیت این روش نسبت به دیگر روش‌های ارائه شده، استفاده از پارامتری به نام «دانسیته نیرو» است که برای خطی کردن معادلات به کار برده می‌شود. برای توضیح روش دانسیته نیرو، معادلات تعادل گره نامقید \mathbf{a} که به گره‌های j و k متصل است به صورت زیر نوشتہ می‌شوند:

$$\begin{aligned} \frac{f_{i,j}}{l_{i,j}}(x_i - x_j) + \frac{f_{i,k}}{l_{i,k}}(x_i - x_k) &= f_{i,x}^{\text{ext}} \\ \frac{f_{i,j}}{l_{i,j}}(y_i - y_j) + \frac{f_{i,k}}{l_{i,k}}(y_i - y_k) &= f_{i,y}^{\text{ext}} \\ \frac{f_{i,j}}{l_{i,j}}(z_i - z_j) + \frac{f_{i,k}}{l_{i,k}}(z_i - z_k) &= f_{i,z}^{\text{ext}} \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن هر عضو (a,b) که گره‌های a و b را به هم متصل می‌کند دارای نیروی داخلی $f_{a,b}$ و طول $l_{a,b}$ می‌باشد و f^{ext} نیروی خارجی اعمالی بر گره می‌باشد. برای ساده‌سازی اگر نسبت $q_{a,b} = \frac{f_{a,b}}{l_{a,b}}$ که دانسیته نیرو یا ضریب کشش نامیده می‌شود را در نظر بگیریم، در این صورت معادلات (1) به شکل زیر نوشتہ می‌شوند:

$$\begin{aligned} q_{i,j}(x_i - x_j) + q_{i,k}(x_i - x_k) &= f_{i,x}^{\text{ext}} \\ q_{i,j}(y_i - y_j) + q_{i,k}(y_i - y_k) &= f_{i,y}^{\text{ext}} \\ q_{i,j}(z_i - z_j) + q_{i,k}(z_i - z_k) &= f_{i,z}^{\text{ext}} \end{aligned} \quad (2)$$

تحقیقاتی که در مورد ناپایداری سازه‌های کش‌بستی موجود است را می‌توان در دو دسته ذیل خلاصه نمود:

الف) مطالعاتی که در مورد تکمоловها و مدل‌های بسیار کوچک است: این مطالعات که در محدوده الاستیک، مکانیزم‌های خرابی استخراج شده‌اند، بیشتر توسط Lazopoulos و همکارانش انجام شده است [۴-۱].

ب) مطالعاتی که در مورد رفتار ناپایداری سازه‌های با ابعاد واقعی و با استفاده از روش عناصر محدود، توسط Abedi و همکارانش صورت پذیرفته است [۹-۵].

این مقاله در دو بخش نگارش یافته است: در بخش نخست این مقاله، روشی پیشنهادی مبتنی به روش سادکی^۲- که یکی از تئوری‌های علم ریاضیات کاربردی می‌باشد- برای استخراج حالت‌های خودتنيیدگی‌های منطقی و شدنی، شرح داده می‌شود.

در بخش دوم این مقاله، یکی از حالت‌های خودتنيیدگی استخراج شده از روش ارائه شده در بخش نخست، در سه تراز به یک سازه چلیکی کش‌بستی مشتمل از مدول‌های چهار میله‌ای اعمال می‌شود و با استفاده از روش عناصر محدود، مورد تحلیل غیرخطی مصالح و هندسی قرار می‌گیرد. بدینه است که روش عناصر محدود مورد استفاده، ابتدا می‌بایست مورد تأیید قرار گیرد که در ادامه، نتایج این صحبت‌سنجدی نیز آورده شده است.

۲- تعیین حالت‌های خودتنيیدگی اولیه

خودمتعادلی که جزء خواص اصلی و تمیز دهنده سازه‌های کش‌بستی از دیگر سازه‌های سنتی است، حاصل تنش‌های اولیه-ای است که اصطلاحاً خودتنيیدگی می‌نامند.

خودتنيیدگی حالتی از تنش‌های داخلی است که به محض مونتاژ کردن عناصر، در سیستم ایجاد می‌شود. خودتنيیدگی با کوتاه کردن کابل‌ها و یا طویل‌تر کردن میله‌ها از یک هندسه بدون تنش ایجاد می‌شود [۱۰]. لازم به ذکر است تفاوت ظرفی بین خودتنيیدگی و پیش‌تنيیدگی وجود دارد و آن این است که زمانی که در یک سیستم کابل و میله‌ای، فقط کوتاه بودن طول کابل‌ها برای ایجاد تنش در دیگر اعضا کافی باشد و نیازی به مقید کردن دیگر اعضا برای ایجاد تنش اولیه نباشد سیستم «خودتنيیده» است و چنانچه برای ایجاد تنش در دیگر اعضا، علاوه بر کوتاه کردن طول کابل‌ها، به تکیه‌گاه نیز نیاز باشد سیستم «پیش‌تنيیده» است. در سیستم‌های کش‌بستی به دلیل

این حالت‌های خودتندیدگی، باید شدنی^۱ باشند، یعنی باید تنشی که برای اعضای کششی می‌دهد دارای یک علامت، و تنشی که برای اعضای فشاری می‌دهد دارای علامتی دیگر باشد. به عنوان مثال اگر بنا به قرارداد، تنش کششی با علامت مثبت در نظر گرفته شود، تنش‌های فشاری را با علامت منفی به دست بدده [۱۲]. در بیشتر موارد تنش‌های خودتندیدگی مبنا، این شرایط را برآورده نمی‌کنند. در این صورت بسته به تعداد حالت‌های خودتندیدگی باید روش‌های مختلفی برای استخراج حالت خودتندیدگی صحیح و شدنی به کار گرفت:

$$r = \text{rank}(A) < b \quad (5)$$

با استفاده از این شرط می‌توان تعداد حالت‌های خودتندیدگی مستقل را بر اساس رابطه زیر محاسبه نمود:

$$s = b - r \quad (6)$$

۲-۲- استخراج حالت‌های پیش‌تندیدگی از روش دانسیته نیرو

برای استخراج حالت‌های پیش‌تندیدگی باید رابطه (۴) حل شود. از روابط ماتریسی ریاضیات مشخص است که حالت‌هایی که در معادله فوق صدق می‌کند، فضاهای پوچ^۲ ماتریس تعادل است. در واقع اگر حالت‌های خودتندیدگی مبناe با $\{q^0\}$ نشان داده شوند، در این صورت می‌توان نوشت:

$$[A]\{q^0\} = 0 \quad (7)$$

$$\{q^0\} \in \ker(A) \quad (8)$$

از حل معادله فوق، خودتندیدگی‌های مبناe حاصل شده با S نمایش داده می‌شوند:

$$[S] = \begin{pmatrix} q_1^1 & \dots & q_1^{ss} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_b^1 & \dots & q_b^{ss} \end{pmatrix} \quad (9)$$

یا به شکل ساده‌تر:

$$\begin{aligned} (q_{ij} + q_{ik})x_i - q_{ij}x_j - q_{ik}x_k &= f_{i,x}^{\text{ext}} \\ (q_{ij} + q_{ik})y_i - q_{ij}y_j - q_{ik}y_k &= f_{i,y}^{\text{ext}} \\ (q_{ij} + q_{ik})z_i - q_{ij}z_j - q_{ik}z_k &= f_{i,z}^{\text{ext}} \end{aligned} \quad (3)$$

برای مطالعه پیش‌تندیدگی در یک حالت خودمتعادل، نیروهای خارجی وجود ندارند. بنابراین طرف راست معادلات (۳) برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. اگر $\mathbf{x} = [x_1 \dots x_n]^T$ و $\mathbf{y} = [y_1 \dots y_n]^T$ و $\mathbf{z} = [z_1 \dots z_n]^T$ به ترتیب بردار مختصات گره‌ها در راستاهای X ، Y و Z در نظر گرفته شوند، در این صورت ماتریس تلاقی ℓ که به ازای هر عضو (a, b) دارای یک ردیف و دو ستون است که ستون‌های آن به ترتیب $(+1, -1)$ است، تعریف می‌شود. بنابراین طول‌های تصویرشده عضو در راستاهای تعادل را از معادله (۳) استخراج نمود:

$$[A]\{q\} = \begin{cases} \ell^T \text{diag}(\ell \mathbf{x}) \\ \ell^T \text{diag}(\ell \mathbf{y}) \\ \ell^T \text{diag}(\ell \mathbf{z}) \end{cases} \{q\} = \mathbf{0} \quad (4)$$

equilibrium matrix

که منظور از $\ell^T \text{diag}(\ell \mathbf{x})$ ماتریسی مربعی است که درایه‌های روی قطر اصلی آن، * است [۱۱].

ماتریس تعادل (A)، که از روش دانسیته نیرو استخراج شده است، ماتریس مهمی در استخراج روابط پایداری سازه‌های کشن‌بستی است و مبنای روابط تحقیقاتی زیادی قرار گرفته است. یکی از موارد مهمی قبل از بررسی پایداری یک سازه کشن‌بستی لازم است کنترل شود که آیا می‌توان هیچ حالتی از تنش‌های اولیه را یافت که به ازای آن، سازه خودتندیده شود؟ برای پاسخ این سؤال باید مرتبه ماتریس تعادل، کمتر از تعداد کل اعضای سازه باشد. به عبارت ریاضی اگر تعداد کل اعضای سازه با b نشان داده شود، شرط لازم و کافی برای وجود حداقل یک حالت خودتندیدگی این است که :

$$\begin{cases} \alpha_{si}^1 q_{t+1}^1 + \alpha_{si}^2 q_{t+1}^2 + \alpha_{si}^3 q_{t+1}^3 + \dots + \alpha_{si}^{ss} q_{t+1}^{ss} \leq 0 \\ \vdots \\ \alpha_{si}^1 q_b^1 + \alpha_{si}^2 q_b^2 + \alpha_{si}^3 q_b^3 + \dots + \alpha_{si}^{ss} q_b^{ss} \leq 0 \end{cases} \quad (11)$$

در روابط اخیر، t آخرین عضو اعضای کششی می‌باشد.
 (فرض بر این است که اعضای کششی از ۱ تا t شماره‌گذاری شده باشند و اعضای فشاری از $b-t$ تا b). به عبارت بهتر، نامعادلات (۱۰) مربوط به شرط کششی بودن تنش کابل‌ها و نامعادلات (۱۱) مربوط به شرط فشاری بودن تنش میله‌ها می‌باشد.
 اما این مسئله، مشابه مسئله معروف برنامه‌سازی خطی می‌باشد که اساساً برای بهینه‌سازی یک مسئله تحت شرایط خاصی کاربرد دارد.

۳-۲- برنامه‌نویسی خطی

برنامه‌سازی خطی، به مسائلی اطلاق می‌شود که در آن تابعی که به عنوان تابع هدف معرفی می‌شود باید تحت قیدهایی بهینه شود و البته هم تابع هدف^۱ و هم قیدها^۲، باید به صورت خطی باشند [۱۳].

شكل استاندارد این مسائل به صورت زیر است:

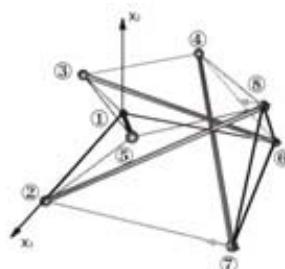
$$\begin{aligned} \text{تابع هدف:} & \quad \text{بهینه‌سازی } C^T X \\ \text{قیدها:} & \quad Ax < b, \quad x > 0 \end{aligned}$$

برنامه‌سازی خطی عنوانی کلی است که در زیرشاخه آن روش‌های متعددی از جمله Large scale و Small scale وجود دارد.

روش سادکی (Simplex)، که توسط George Dantzig در سال ۱۹۴۷ ابداع شد، برای حل عددی مسائل برنامه‌سازی خطی، بسیار کارا و بنیادی است [۱۳]، در این پژوهش نیز از این روش برای دستیابی به پیش‌تندیدگی‌های شدنی استفاده می‌شود. مسئله مهمی که در مورد استفاده روش سادکی برای یافتن خودتندیدگی‌های شدنی سازه‌های کششی وجود دارد، این است که تابع هدف چگونه انتخاب شود. به عبارت بهتر، برای حل مسئله به روش سادکی، حتماً به یک تابع هدف نیاز است؛ در حالی که در این مسئله صرفاً، حل دستگاه نامعادلات (که در روش سادکی به عنوان قیدها تعریف می‌شوند) مورد نظر است.

در رابطه اخیر^۳، تعداد حالت‌های خودتندیدگی مستقل و b تعداد اعضای سازه می‌باشد. به عبارت دیگر هر سطر، نشان‌دهنده حالت‌های خودتندیدگی در هر عضو است.

(الف) حالت بدیهی: اگر تعداد حالت‌های خودتندیدگی فقط یک مورد باشد (در واقع تعداد ستون‌های ماتریس S برابر یک باشد)، فقط با ضرب ماتریس S در یک منفی، می‌توان علامت تنש‌ها را تصحیح نمود. نمونه بارز سازه‌های کششی که تنها یک حالت خودتندیدگی دارند، مدول چهارمیله‌ای می‌باشد. در مورد این مدول‌ها، با حل معادله (۷) یا مستقیماً تنش‌هایی که حاصل می‌شود علامت آن‌ها صحیح است یا تنها با ضرب در (۱۰) می‌توان آن‌ها را تصحیح نمود.



شکل ۱- مدول چهارمیله‌ای

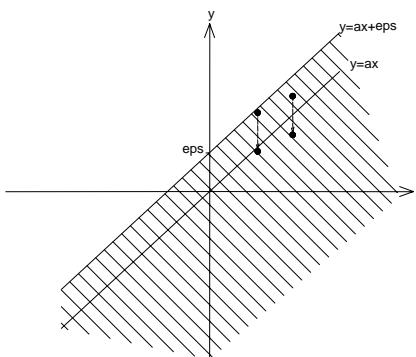
تنها حالت خودتندیدگی ممکن برای مدول چهارمیله‌ای این است که اگر فرض شود γ عدد مثبت دلخواهی باشد، آن‌گاه تنش‌های اولیه در کابل‌های فوقانی، تحتانی، مورب و میله‌ها باید به ترتیب برابر 2γ ، γ ، 2γ و -2γ می‌باشد، چنان‌چه مشاهده می‌شود، تنش‌فشاری در میله‌ها با علامت منفی مشخص شده است.

(ب) اگر تعداد حالت‌های خودتندیدگی (یا همان تعداد ستون‌های ماتریس S)، بیش از یک باشد، برای تصحیح علامت تنش‌ها، ناچار باید از ترکیب خطی این حالت‌ها استفاده نمود. این که چه ضرایبی در هر ستون ضرب شود تا شرایط مورد نظر مسئله را تأمین نماید چالش اصلی حل مسئله است. اگر ضرایبی که برای ترکیب خطی حالت‌های خودتندیدگی به کار می‌رود با α_{si}^k نشان داده شوند، باید این ترکیبات، دو دسته نامعادله زیر را ارضاء کنند:

$$\begin{cases} \alpha_{si}^1 q_1^1 + \alpha_{si}^2 q_1^2 + \alpha_{si}^3 q_1^3 + \dots + \alpha_{si}^{ss} q_1^{ss} \geq 0 \\ \vdots \\ \alpha_{si}^1 q_t^1 + \alpha_{si}^2 q_t^2 + \alpha_{si}^3 q_t^3 + \dots + \alpha_{si}^{ss} q_t^{ss} \geq 0 \end{cases} \quad (10)$$

مبنا، تعداد معادلاتی که برای ترکیب مدنظر کاربر است، از کاربر به عنوان ورودی پرسیده می‌شود.

مشکل دیگری نیز که در استفاده از نرمافزار وجود دارد این است که زمانی که تعداد نامعادلات زیاد می‌شود، به دلیل این که طرف راست همه نامعادلات صفر است. جواب همگرا نمی‌شود و جواب صحیحی را به دست نمی‌دهد. برای حل این مشکل به جای صفر در نامعادلات فوق از یک عدد بسیار کوچک استفاده شده است (این عدد در MATLAB با eps (صفر ماشینی) تعریف می‌شود و برابر است با: 2.2204e-016). با استفاده از این تکنیک جواب‌ها به سرعت همگرا می‌شوند ولی باعث می‌شود که جواب‌ها اندکی تقریبی شوند که این تقریب ناچیز بوده با این حال برای بهتر شدن جواب‌ها، بعد از حل مسئله، جواب‌ها مجدداً به اندازه همان eps تعریف شده، منتقل می‌شوند. تعبیر این مسئله در حالت دوبعدی مثل این است که به جای حل نامعادله نامعادله از $y - ax \leq \varepsilon$ ، ابتدا از $y - ax \leq 0$ استفاده شود سپس جواب‌ها را به اندازه ε منتقل نمود (شکل (۲)).



شکل ۲- نحوه انتقال جواب‌ها

در شکل، مقدار ε ، با اغراق بزرگنمایی شده است و عملاً می‌توان از انتقال جواب‌ها در مرحله آخر هم صرف‌نظر نمود. برنامه بعد از محاسبه ضرایب، نتیجه ترکیب خطی را می‌تواند به صورتی که به حل مسئله کمک می‌کند، مقیاس نماید. به عنوان مثال یکی از راه‌های مرسوم این است که حداکثر تنش اولیه موجود در اعضای فشاری، نسبتی از تنش بحرانی اعضا فشاری باشد. نتایج خروجی برنامه برای استفاده در نرمافزارهای تحلیل سازه، به گونه‌ای مناسب آماده می‌گردد. برای استفاده در نرمافزار ANSYS، باید تنش‌های خروجی برنامه، در قالب فایلی با پسوند .ist ذخیره شود که بعداً به هنگام تحلیل پیش‌تنيیدگی توسط نرمافزار ANSYS فراخوانده می‌شوند.

در مطالعه حاضر، برای حل این موضوع از متغیرهای مصنوعی^۱ استفاده شده است. به این معنا که به تمامی معادلات یک سری متغیرهای مصنوعی مثبت اضافه می‌شوند و نهایتاً تابع هدف، حداقل کردن مجموع این متغیرهای مصنوعی در نظر گرفته می‌شود و چون متغیرها قللاً مثبت تعریف شده‌اند، لذا تک تک آن‌ها باید صفر شود که این بدان معناست که به اصل مسئله چیزی اضافه نشده است.

به عبارت ریاضی، اگر متغیرهای مصنوعی با β_{si}^k ، نشان داده شود آنگاه شکل قیدها (نامعادلات (۱۰) و (۱۱)) به صورت دستگاه نامعادلات زیر در می‌آید:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{si}^1 q_1^1 + \alpha_{si}^2 q_1^2 + \alpha_{si}^3 q_1^3 + \dots + \alpha_{si}^{ss} q_1^{ss} + \beta_{si}^1 \geq 0 \\ \vdots \\ \alpha_{si}^1 q_t^1 + \alpha_{si}^2 q_t^2 + \alpha_{si}^3 q_t^3 + \dots + \alpha_{si}^{ss} q_t^{ss} + \beta_{si}^t \geq 0 \\ \vdots \\ \alpha_{si}^1 q_{t+1}^1 + \alpha_{si}^2 q_{t+1}^2 + \alpha_{si}^3 q_{t+1}^3 + \dots + \alpha_{si}^{ss} q_{t+1}^{ss} + \beta_{si}^{t+1} \geq 0 \\ \vdots \\ \alpha_{si}^1 q_b^1 + \alpha_{si}^2 q_b^2 + \alpha_{si}^3 q_b^3 + \dots + \alpha_{si}^{ss} q_b^{ss} + \beta_{si}^b \geq 0 \end{array} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{si}^1 q_{t+1}^1 + \alpha_{si}^2 q_{t+1}^2 + \alpha_{si}^3 q_{t+1}^3 + \dots + \alpha_{si}^{ss} q_{t+1}^{ss} + \beta_{si}^{t+1} \geq 0 \\ \vdots \\ \alpha_{si}^1 q_b^1 + \alpha_{si}^2 q_b^2 + \alpha_{si}^3 q_b^3 + \dots + \alpha_{si}^{ss} q_b^{ss} + \beta_{si}^b \geq 0 \end{array} \right. \quad (13)$$

در روابط بالا q_i^j بیانگر اصلاح دستگاه نامعادلات مربوط به اعضای فشاری است. بدین ترتیب که برای هماهنگی با بقیه نامعادلات، آن‌ها را در یک منفی ضرب نموده‌ایم. بنابراین تابع هدف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{minimize} \sum \beta_{si}^j \quad (14)$$

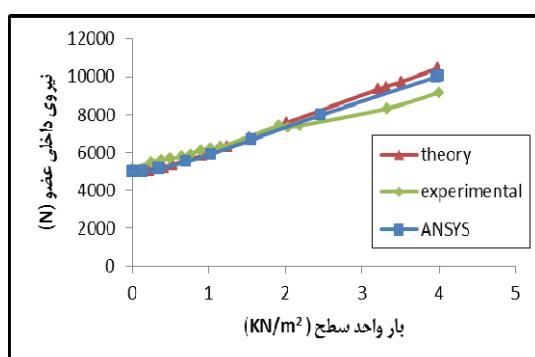
مراحل فوق‌الذکر، به راحتی قابل تبدیل به یک برنامه کامپیوتروی می‌باشند. در این مطالعه، این مراحل با استفاده از نرمافزار MATLAB، تبدیل به یک برنامه کامپیوتروی گردیدند که ورودی‌های آن، مختصات گره‌ها و شماره عناصر کابلی و میله‌ای می‌باشند. برنامه با استفاده از الگوریتم فوق‌الذکر، می‌تواند هرگونه حالت خودتنيیدگی ممکن را استخراج کند. لازم به ذکر است که به دلیل آن که می‌توان فقط از ترکیب تعداد محدودی از خودتنيیدگی‌های مینا به جواب مورد نظر رسید، بنابراین در برنامه نگاشته شده پس از معرفی تعداد حالت‌های خودتنيیدگی

کمک نرم افزار ANSYS، مدل سازی و تحلیل می شود و نتایج حاصله از نرم افزار با نتایج آن ها مقایسه می گردد. و همکارانش، یک شبکه‌ی *Luo* مدل مورد استفاده در آزمایش تخت مشکل از مدول های چهار میله‌ای می باشد (شکل (۳)). آن ها بر روی این مدول دو آزمایش انجام دادند یکی آزمایش مربوط به بررسی تغییر رفتار سازه کش بستی در حین بارگذاری و باربرداری و دیگری آزمایش موسوم به آزمایش گسیختگی است که به بررسی نمودارهای بار- تغییر مکان و بار- نیروی داخلی اعضا پرداختند. در این مطالعه، به منظور اطمینان از صحت نتایج تحلیل عددی ANSYS، از نتایج آزمایش دوم یعنی آزمایش گسیختگی استفاده گردید. شایان ذکر است که در تحلیل های انجام گرفته، دقیقاً همان خودتنیدگی هایی که در آزمایش به سیستم اعمال شده بود، به مدل اعمال شد.



شکل ۳- مدل آزمایشگاهی مورد استفاده توسط *Luo* و همکاران [۱۵]

در نمودارهای ارائه شده، برچسبهای experimental و ANSYS به ترتیب بیانگر نتایج آزمایشگاهی، نتایج تحلیل عددی صورت گرفته توسط *Luo* و نتایج عددی به دست آمده از ANSYS در این مطالعه می باشد.



شکل ۴- تغییرات نیروی محوری عنصر کابلی لایه فوقانی
شماره ۳

نکته حائز اهمیت دیگر این است که به خاطر تعدد انتخاب در حالت هایی که می توان با هم ترکیب نمود، حالت های بسیاری از خودتنیدگی در اعضا را می توان به دست آورد که انتخاب بهینه ترین حالت توزیع خودتنیدگی از میان این حالت ها، بحث گسترده‌ای است و باید تحت معیار مشخصی صورت پذیرد که موضوع بحث این مقاله نمی باشد.

۳- اثر تراز خودتنیدگی بر رفتار ناپایداری چلیک های کش بستی

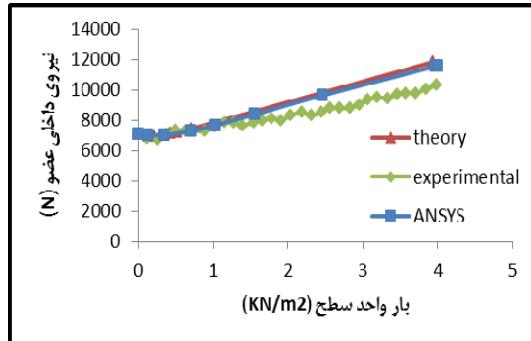
امروزه سازه های فضاکار به دلیل داشتن مزایای متعدد به طور گسترده و روزافزونی در پوشش سالن های وسیع صنعتی، آشیانه های هواپیما، سالن های ورزشی، نمایشگاه ها و... مورد استفاده قرار می گیرند. با توجه به بزرگی و وسعت این سازه ها و کاربرد آن ها در فضاهای وسیعی که معمولاً جمعیت فراوانی حضور دارند و نیز با توجه به فرم های خاص و سیستم های پیچیده سازه های آن ها، باید دقت ویژه ای را در طراحی این سازه ها معمول داشته و ملاحظات خاصی را مورد توجه قرار داد؛ به گونه ای که طرحی ایمن و اقتصادی حاصل گردد.

یکی از مسائل بسیار مهم و اساسی در این سازه ها، وقوع پدیده های ناپایداری و خرابی می باشد که باید در طراحی ایمن آن ها در نظر گرفته شود. اگرچه در سازه های فضاکار همیشه خرابی یک عضو منجر به خرابی کل سازه نمی گردد، اما تجارب ناخوشابندی نیز وجود که دارد که در آن ها، با خرابی قسمتی از سازه، ناپایداری به کل سازه گسترش یافته و باعث تخریب کلی سازه گردیده است [۱۴]. در زمینه بررسی رفتار ناپایداری سازه های فضاکار کش بستی انحنایار، مطالعات بسیار اندکی صورت گرفته است. از این رو در این بخش و به عنوان یکی از اهداف اصلی این مقاله، به بررسی تأثیر تراز خودتنیدگی بر روی مکانیزم های گسیختگی چلیک های کش بستی پرداخته می شود.

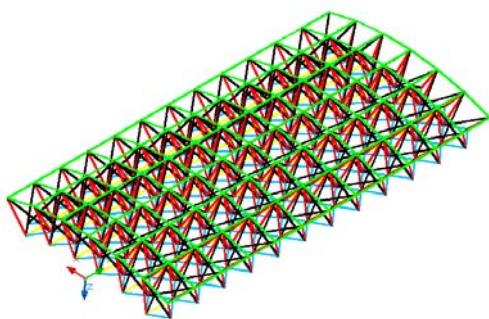
۳-۱- بررسی صحت مدل سازی عناصر محدود

یکی از ضروریات تحلیل هایی که با کمک نرم افزارهای مبتنی بر روش عناصر محدود انجام می شود این است که همواره ابتدا باید از صحت مدل سازی توسط این نرم افزارها اطمینان حاصل نمود. در این مطالعه، برای اطمینان از مدل سازی مورد استفاده برای تحلیل سیستم های کش بستی، ابتدا مدلی که توسط *Luo* و همکاران [۱۵] تحت مطالعه آزمایشگاهی قرار گرفته بود، به

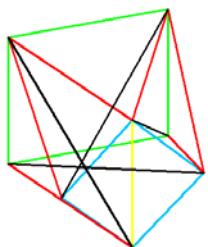
رفتار مصالح کششی بر اساس نتایج آزمایشگاهی مطابق شکل (۹) فرض می‌شود. برای اعمال رفتار کمانشی دستکهای فشاری، ابتدا یکی از اجزای فشاری به صورت مجرزا در فایلی جداگانه و به صورت یک ستون دو سر ساده و با استفاده از عنصر BEAM188، تحت تحلیل غیرخطی هندسی و مصالح قرار می‌گیرد و سپس از روی منحنی بار-تغییر مکان آن، منحنی تنش-کرنش برای عنصر LINK مورد استفاده برای مدل‌سازی عناصر فشاری استخراج شده و در فایل اصلی استفاده می‌شود (شکل (۱۰)).



شکل ۵- تغییرات نیروی محوری عنصر کابلی قطری شماره ۱۰



شکل ۷- نمای سه‌بعدی چلیک مورد مطالعه



شکل ۸- نمای سه‌بعدی مدول چهار میله‌ای همراه با یک کابل اضافی

سطح مقطع میله‌ها، بر اساس الگوریتم طراحی توصیه شده توسط Quirant [۱۰] انتخاب می‌گردد و برای سطح مقطع کابل‌ها، با توجه به اهداف تحقیق، سه مقطع مختلف اختیار می‌گردد به گونه‌ای که نسبت سختی میله‌ها به سختی کابل‌ها، برابر با ۱۰، ۱۵ و ۳۰ گردد:

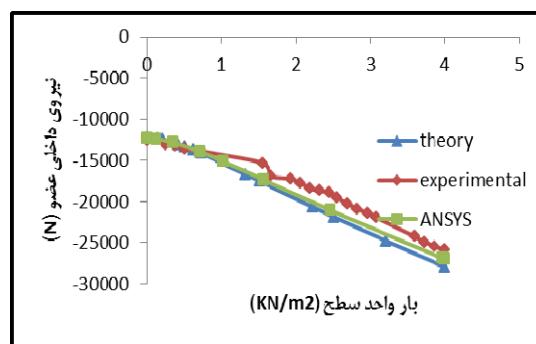
$$E_s = 2 \times 10^{10} \quad , A_s = 7.07 \text{ cm}^2$$

$$E_c = 0.4 \times 10^{10} \quad , A_c = ?$$

$$StoC = \frac{E_s A_s}{E_c A_c} = 10 \rightarrow A_c = 3.53 \text{ cm}^2$$

$$StoC = \frac{E_s A_s}{E_c A_c} = 15 \rightarrow A_c = 2.36 \text{ cm}^2$$

$$StoC = \frac{E_s A_s}{E_c A_c} = 30 \rightarrow A_c = 1.18 \text{ cm}^2$$

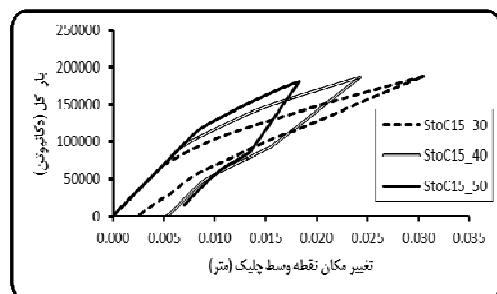


شکل ۶- تغییرات نیروی محوری عنصر فشاری شماره ۱۳

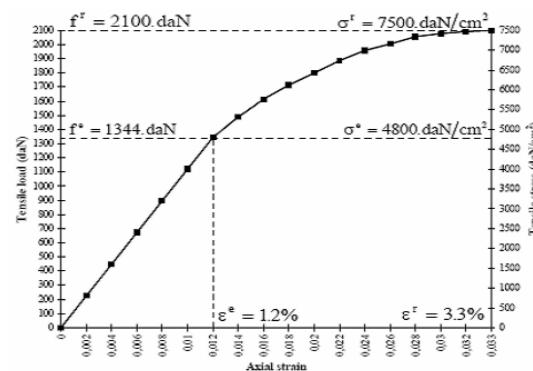
از شکل‌های (۴) تا (۶) می‌توان دریافت که نتایج حاصل از مدل‌سازی عناصر محدود به خوبی با نتایج حاصل از آزمایش سازگاری و مطابقت دارد و بنابراین می‌توان به صحت نتایج مدل‌سازی عناصر محدود اعتماد نمود.

۲-۳- چلیک مورد مطالعه و فرضیات

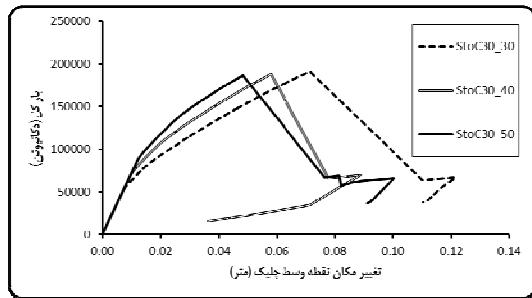
چلیک در نظر گرفته شده سطحی با مساحت 72 m^2 را پوشش می‌دهد (شکل (۷)) و متتشکل از ۷۲ مدول چهار میله‌ای همراه با یک کابل اضافی است (شکل (۸)). برای تاشه‌پردازی این چلیک، از نرم‌افزار Formian استفاده شده است. سپس مدل به نرم‌افزار اجزای محدود ANSYS منتقل می‌شود. یکی از مهم‌ترین مسائل در سازه‌های کشیستی، سختی یک طرفه اعضای آن است. یعنی کابل‌ها فقط در کشش و میله‌ها فقط در فشار سختی دارند. از طرف دیگر آزمایش‌ها نشان داده‌اند که رفتار اعضا کابلی غیرخطی می‌باشد. بنابراین در مدل‌سازی اجزای محدود، باید از عنصری برای مدل کردن اجزای فشاری و کششی استفاده نمود که اولًاً بتوان به آن سختی یک طرفه اعمال ثانیاً بتوان برای آن رفتار غیرخطی تعریف نمود. در این مطالعه برای هردوی اجزای کششی و فشاری از عنصر خرپایی LINK180 استفاده گردیده است که دارای خواص فوق‌الذکر می‌باشد.



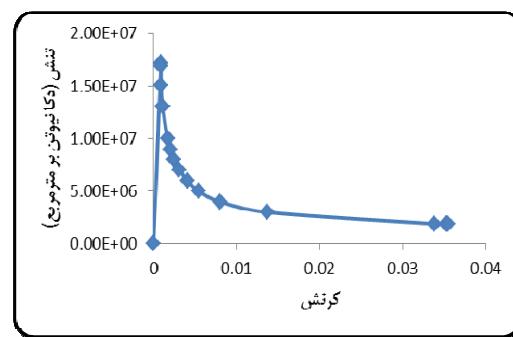
شکل ۱۲- تأثیر تراز خودتنیدگی بر منحنی بار-تغییرمکان با $\text{StoC}=15$



شکل ۹- رفتار مصالح اعضای کششی



شکل ۱۳- تأثیر تراز خودتنیدگی بر منحنی بار-تغییرمکان با $\text{StoC}=30$



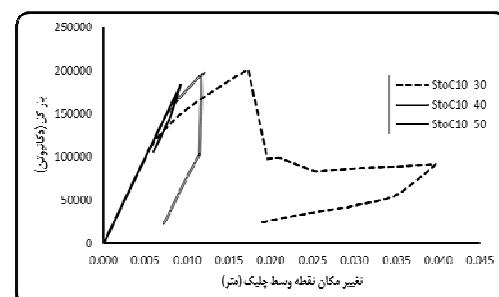
شکل ۱۰- رفتار مصالح اعضای فشاری

از شکل‌های فوق، مشاهده می‌شود که سازه تحلیل شده عموماً به یکی از دو حالت زیر گسیخته می‌شود:

- با افزایش تدریجی اعمال بار به سازه، در یک مرحله سختی سازه کاهش می‌یابد. سپس سازه بدون آن که گسیخته شود به باربری خود ادامه داده تا این که نهایتاً در یک نقطه گسیخته خواهد شد. این نوع خراب شدن را به دلیل آن که در چند مرحله صورت می‌گیرد، اصطلاحاً «خرابی تدریجی» یا «خرابی موضعی بدون فروجهش دینامیکی» می‌نامند. برای بررسی علت اینکه سازه چرا در یک مرحله کاهش سختی می‌دهد، بایستی نیروی داخلی اعضاء در آن نقطه‌ی بارگذاری بررسی شود. در مورد سازه‌های کش‌بستی، این امر به دو علت می‌تواند رخ دهد: یا شُل‌شگی اعضای کششی و یا کمانش اعضا فشاری. دلیل کاهش سختی در مورد سازه مورد مطالعه این تحقیق، با توجه به بررسی نیروی نیروی داخلی اعضاء در مرحله کاهش سختی، شُل‌شگی اعضای کششی می‌باشد. به همین سبب بار متناظر با آغاز این مرحله، از این به بعد «بار شُل‌شگی» نامیده می‌شود که با P_s نمایش داده می‌شود.

۳-۳- نتایج تحلیل‌ها

تحلیل‌ها برای سه تراز خودتنیدگی ۳۰، ۴۰ و ۵۰ درصد، و $E_s A_s / E_c A_c$ (۱۰، ۱۵ و ۳۰) انجام می‌شوند. تراز خودتنیدگی ۳۰ درصد به این معناست که حداقل تنفس اولیه موجود در اعضای فشاری، ۳۰ درصد تنفس کمانشی هر کدام از این اعضاء باشد. لازم به ذکر است که خودتنیدگی‌های اولیه، با استفاده از برنامه نگاشته شده بر اساس روش تشریح شده در بخش نخست این مطالعه، استخراج شده‌اند. نتایج این تحلیل‌ها در شکل‌های (۱۱) تا (۱۳) آورده شده است.



شکل ۱۱- تأثیر تراز خودتنیدگی بر منحنی بار-تغییرمکان با $\text{StoC}=10$

در این جداول برای مقایسه، بارهای شُل شدگی و تغییر مکان متناظر با آن در همهٔ ترازهای خودتنیدگی، نسبت به این کمیت‌ها در تراز خودتنیدگی ۳۰ درصد محاسبه شده‌اند.

جدول ۱- تأثیر تراز خودتنیدگی بر بار شل شدگی و تغییر مکان نهایی در نسبت سختی ۱۰

$\delta u / \delta u_{30}$	$P_s / P_{s,30}$	تراز خودتنیدگی
۰/۵۳	-	٪۵۰
۰/۷۰	۱/۳۴	٪۴۰
۱	۱	٪۳۰

جدول ۲- تأثیر تراز خودتنیدگی بر بار شل شدگی و تغییر مکان نهایی در نسبت سختی ۱۵

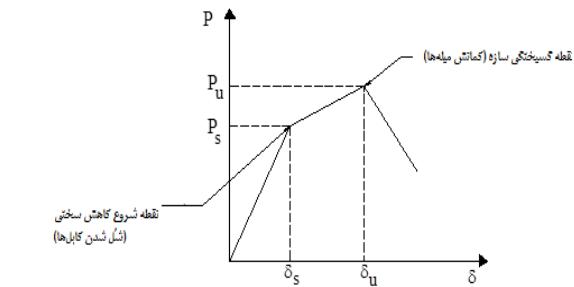
$\delta u / \delta u_{30}$	$P_s / P_{s,30}$	تراز خودتنیدگی
۰/۶۰	۱/۶۵	٪۵۰
۰/۷۹	۱/۳۲	٪۴۰
۱	۱/۰۰	٪۳۰

جدول ۱- تأثیر تراز خودتنیدگی بر بار شل شدگی و تغییر مکان نهایی در نسبت سختی ۳۰

$\delta u / \delta u_{30}$	$P_s / P_{s,30}$	تراز خودتنیدگی
۰/۶۸	۱/۶۷	٪۵۰
۰/۸۱	۱/۳۳	٪۴۰
۱	۱/۰۰	٪۳۰

با توجه به جداول (۱) تا (۳) و شکل‌های (۱۱) تا (۱۳)، می‌توان دریافت که تراز خودتنیدگی بر دو پارامتر تغییر مکان نهایی و بار شل شدگی تأثیرگذار است.

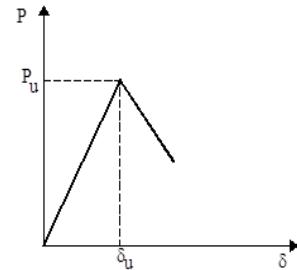
از لحاظ عددی از جدول‌های فوق مشاهده می‌شود که به ازای هر ۱۰ درصد افزایش در تراز خودتنیدگی، بار شل شدگی حدوداً ۳۳ درصد افزایش می‌یابد. از این نکته می‌توان در کاهش تعداد تحلیل‌ها استفاده نمود. یعنی اگر چنانچه خواسته شود سختی اولیه تراز بار مشخصی حفظ گردد، با استفاده از نکته فوق بعد از انجام یک تحلیل می‌توان پیش‌بینی نمود که با اعمال چه ترازی از خودتنیدگی، می‌توان به آن سختی دست یافت.



شکل ۱۴- شماتیک مکانیزم گذیختگی خرابی موضعی بدون فروجehش دینامیکی

۲- با افزایش تدریجی بار، سازه به ناگهان فرو می‌ریزد (شکل (۳))

۳- این حالت به عنوان «مکانیزم خرابی کلی» نامیده می‌شود. علت وقوع این نوع خرابی در سازه‌های کشنده معمولاً خرابی چندین عضو با هم می‌باشد. این خرابی می‌تواند گذیختگی تعدادی کابل کششی یا کمانش تعداد زیادی میله‌ی فشاری و یا ترکیبی از این دو با هم باشد. در سازه‌ی مورد بررسی در این مطالعه، علت وقوع این نوع خرابی، کمانش چندین عضو فشاری با هم می‌باشد.



شکل ۱۵- شماتیک مکانیزم خرابی کلی

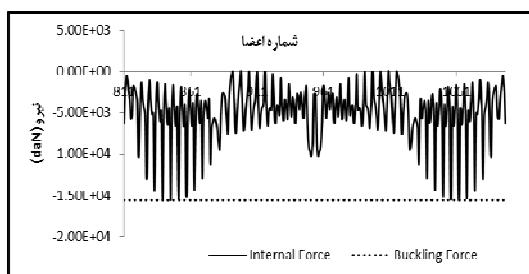
از میان ۹ حالت تحلیل شده، در ۸ حالت مکانیزم خرابی موضعی بدون فروجehش دینامیکی رخ داده است و تنها در یک حالت مکانیزم خرابی کلی (ناگهانی) رخ داده است. اما در هر صورت نمودارها، بیان می‌کنند که تراز خودتنیدگی بر نحوی خرابی (مکانیزم گذیختگی) یک سازه‌ی کشنده می‌گذاردند.

از این شکل‌ها، همچنین می‌توان دریافت که بار نهایی (P_u) و سختی اولیه سازه، به طور کلی متأثر از تراز خودتنیدگی نمی‌باشند.

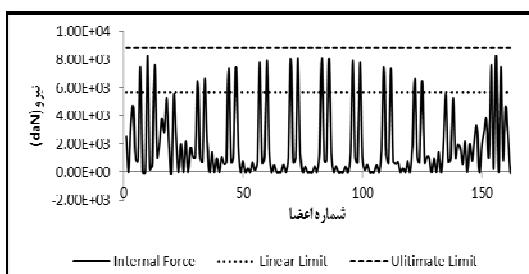
برای درک بهتر تأثیر تراز خودتنیدگی بر بار شل شدگی، با استخراج بارهای شل شدگی و تغییر مکان‌های متناظر با آن از روی شکل‌های (۱۱) تا (۱۳)، جداول (۱) تا (۳) ارائه می‌شوند.

۴-۳- تأثیر تراز خودتنیدگی بر نیروی داخلی اعضای

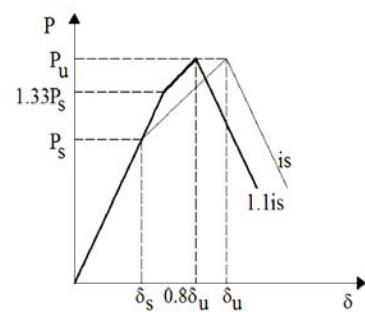
یکی از سوالات مهمی که در حین تحلیل رفتار ناپایداری یک سازه به ذهن متبار می‌گردد این است که نیروی داخلی اعضا در چه وضعیتی قرار دارند که سازه گسیخته می‌شود؟ در مورد سازه‌های کش‌بستی همانطور که از قبل نیز گفته شد کمانش اعضا فشاری، گسیختگی و یا شُل‌شده اعضا کششی، می‌تواند از دلایل خرابی سازه باشد. از طرفی همان‌طور که در بخش قبلی نیز نتایج تحلیل‌ها نشان دادند، رفتار چلیک تحلیل شده، به شدت متأثر از تراز خودتنیدگی می‌باشد؛ به گونه‌ای که دیده شد که تراز خودتنیدگی حتی می‌تواند نوع مکانیزم خرابی سازه را نیز تغییر دهد. از این رو بسیار به جاست اگر به بررسی تأثیر تراز خودتنیدگی بر تغییرات نیروی داخلی اعضا در نقطه‌ی خرابی کل سازه پرداخته شود. در شکل‌های ۱۷ تا (۲۶) به عنوان مثال برای دو تراز خودتنیدگی ۳۰ و ۵۰ درصد در نسبت سختی ۳۰، نیروی داخلی اعضا، به هنگام اعمال بار گسیختگی نمایش داده شده است.



شکل ۱۷- نیروی داخلی میله‌های فشاری در تراز خودتنیدگی٪۳۰



شکل ۱۸- نیروی داخلی کابل‌های فوقانی در تراز خودتنیدگی٪۳۰



شکل ۱۶- تأثیر افزایش ۱۰ درصدی تراز خودتنیدگی بر رفتار چلیک کش‌بستی

یک نکته بسیار حائز اهمیت دیگر از این نکته که بار شُل-شده‌گی به صورت خطی با افزایش تراز خودتنیدگی افزایش می-یابد این است که می‌توان از وقوع مکانیزم خرابی کلی جلوگیری نمود. در واقع می‌توان مکانیزم خرابی کلی را حالت خاصی از مکانیزم خرابی موضعی تصور نمود که در آن بار شُل‌شده‌گی آنقدر افزایش داده شده است که بر بارنهای منطبق شده است. با این تعبیر از مکانیزم خرابی کلی، برای جلوگیری از وقوع آن کافی است که تراز خودتنیدگی را در حد نگهداشت که بار شُل-شده‌گی به بارنهای نرسد. بنابراین افزایش تراز خودتنیدگی ممکن است گاهی در جهت افزایش احتمال وقوع مکانیزم‌های خرابی نامطلوب باشد.

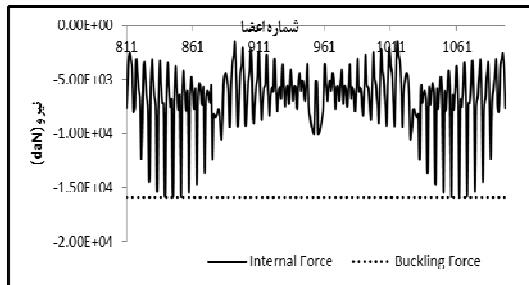
به صورت کلی اگر قرار باشد محدودهای برای تراز خودتنیدگی مناسب تعریف شود، با توجه به این که در محدوده بارهای بهره‌برداری، وجود کابل‌های شُل شده پدیدهای مطلوب نیست چرا که به زیبایی سازه لطمہ می‌زند، از این رو انتظار می‌رود حداقل تراز خودتنیدگی به گونه‌ای باشد که بار شُل شده‌گی بیش از بار بهره‌برداری باشد. برای تعیین حداقل تراز خودتنیدگی هم، با توجه به نکته فوق باستی تراز خودتنیدگی به گونه‌ای انتخاب شود که بار شُل شده‌گی با حاشیه اطمینان مناسبی از بارنهای کمتر باشد.

$$\begin{aligned} i) & P_s > P_{service} = D.L. + L.L. \\ ii) & P_s < P_u \end{aligned} \quad (15)$$

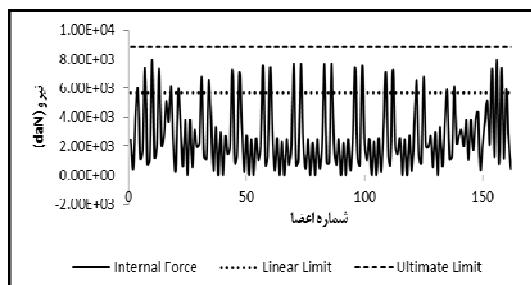
لازم به یادآوری است که بار بهره‌برداری بار بدون ضربی است که در بالا به صورت مجموع بارهای مرده و زنده تعریف شده است.

۱- از نمایش نتایج تراز خودتنیدگی٪۴۰ به دلیل رعایت اختصار خودداری شده است.

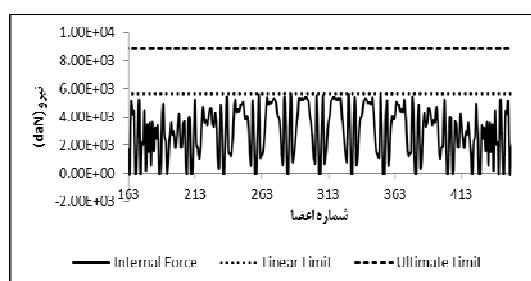
ناحیه‌ی غیرخطی نشده است ولی هیچکدام از آن‌ها، شُل نیز نشده‌اند. در ادامه برای بررسی تأثیر افزایش تراز خودتنیدگی بر روی نیروی داخلی اعضاء، نتایج به ازای تراز خودتنیدگی ۵۰ درصد نیز ارائه می‌گردد.



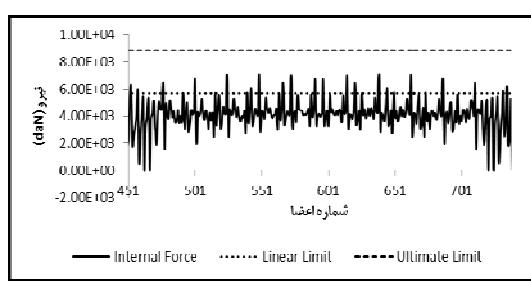
شکل ۲۲- نیروی داخلی میله‌های فشاری در تراز خودتنیدگی %۵۰



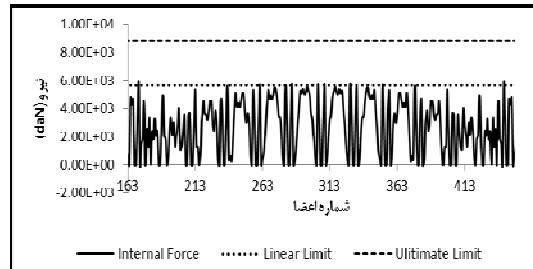
شکل ۲۳- نیروی داخلی کابل‌های فوقانی در تراز خودتنیدگی %۵۰



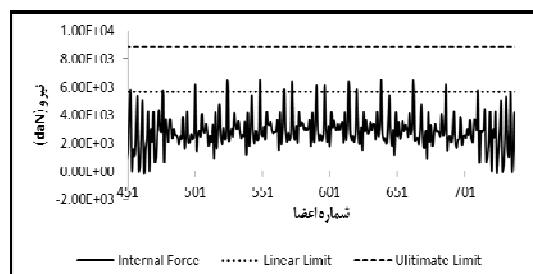
شکل ۲۴- نیروی داخلی کابل‌های تحتانی در تراز خودتنیدگی %۵۰



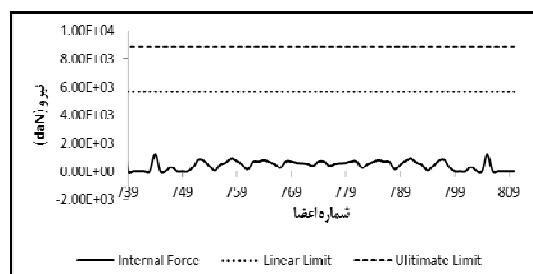
شکل ۲۵- نیروی داخلی کابل‌های مورب در تراز خودتنیدگی %۵۰



شکل ۱۹- نیروی داخلی کابل‌های تحتانی در تراز خودتنیدگی %۳۰



شکل ۲۰- نیروی داخلی کابل‌های مورب در تراز خودتنیدگی %۳۰



شکل ۲۱- نیروی داخلی کابل‌های اضافی در تراز خودتنیدگی %۳۰

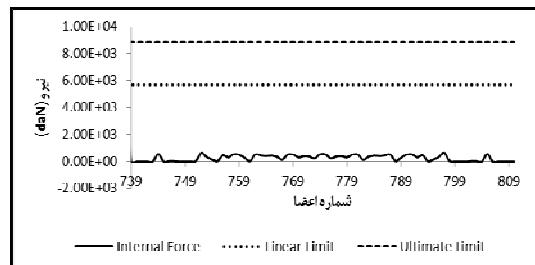
همانگونه که در شکل‌های فوق مشاهده می‌شود، در این تراز خودتنیدگی، عامل اصلی وقوع خرابی، کمانش اعضای فشاری متصل به تکیه‌گاه‌ها می‌باشد (شکل ۱۷) ولی هیچکدام از اعضای کششی به بار نهایی قابل تحمل خود نرسیده‌اند (شکل-های ۱۸) تا (۲۱)). در مورد اعضای کششی که برای راحتی در تفکیک رفتار در چهار دسته‌ی کابل‌های فوقانی، تحتانی، مورب و اضافی نشان داده شده‌اند مشاهده می‌گردد که نیروی داخلی کابل‌های فوقانی در هر تراز خودتنیدگی، بیش از دیگر کابل‌ها می‌باشد به گونه‌ای که نیروی داخلی تعدادی از آن‌ها از حد خطی تعریف شده برای مصالح کششی فراتر رفته است اما با این وجود تعدادی از این کابل‌های فوقانی نیز در مرحله‌ی گسیختگی سازه، شُل شده‌اند (شکل ۱۸)، این در حالی است که در دسته‌ی کابل‌های مورب اگرچه نیروی داخلی هیچکدام از اعضا وارد

گسیختگی سازه می‌گذارد؛ به گونه‌ای که با افزایش ۲۰ درصدی تراز خودتنیدگی، در مجموع حدود ۶ درصد از کابل‌های شُل شده کاسته شده است و در واقع همین نوع تأثیر است که موجب می‌شود بار شُل شدگی با افزایش تراز خودتنیدگی افزایش باید.

۴- نتیجه‌گیری

استفاده از سیستم‌های کش‌بستی به عنوان سیستمی سازه‌ای، روز به روز در حال افزایش است. شاید مهم‌ترین ویژگی این سیستم‌ها، خودمتعادل بودن آن‌ها باشد که به معنای استقلال تمام از تمامی نیروهای خارجی (حتی نیروی گرانش) برای تعادل است. این ویژگی ناشی از تنש‌های اولیه‌ای است که به اعضای این سیستم‌ها اعمال می‌شود. مقدار این تنش‌های اولیه باید به گونه‌ای باشد که تعادل گره‌ها تأمین شود که با افزایش تعداد اعضاء، تعیین مقدار مناسب این تنش‌ها، پیچیده می‌شود. در مطالعه حاضر با ترکیب روش دانسیته نیرو و روش سادکی، روشی برای یافتن حالت‌های ممکن و شدنی تنش‌های اولیه برای هر سیستم کش‌بستی ارائه گردید. نکته دیگری که در این پژوهش مورد مطالعه قرار گرفت، بررسی تأثیر تراز خودتنیدگی‌های حاصله، بر رفتار ناپایداری سازه‌های چلیکی کش‌بستی بود که بعد از انجام تحلیل‌ها مشخص گردید که افزایش تراز خودتنیدگی باعث افزایش بار متاظر با مرحله شُل شدن کابل‌ها و کاهش تغییرمکان نهایی سازه می‌گردد. با افزایش بار شُل شدگی در اثر افزایش تراز خودتنیدگی، این احتمال وجود دارد که مکانیزم خرابی موضعی به خرابی کلی تغییر یابد. از این رو همواره باید در طراحی دقت نمود که تراز خودتنیدگی را باید به اندازه‌ای افزایش داد که بار شُل شدگی از بار نهایی سازه بیشتر نگردد. زیرا این حالت در واقع مترادف با وقوع مکانیزم خرابی کلی می‌باشد.

برای پیگیری این که به هنگام گسیختگی سازه، چه توزیع نیرویی در اعضای سازه‌ای وجود دارد، نیروی داخلی اعضاء نیز در مرحله گسیختگی بررسی شد و مشخص گردید که خرابی سازه بر اثر کمانش اعضای فشاری متصل به تکیه‌گاه‌ها می‌باشد و نیز نیروی داخلی کابل‌های فوقانی بیش از دیگر کابل‌ها وارد محدوده غیرخطی مصالح تعریف شده برای اعضای کششی می‌گردد. تراز خودتنیدگی بر توزیع نیروی داخلی اعضاء، تأثیر چندانی نمی‌گذارد. اما با افزایش تراز خودتنیدگی عموماً نیروی داخلی اعضاء افزایش و تعداد کابل‌های شُل شده در مرحله خرابی سازه کاهش می‌باید.



شکل ۲۶- نیروی داخلی کابل‌های اضافی در تراز خودتنیدگی٪۵۰

از شکل‌های اخیر می‌توان دریافت که با افزایش تراز خودتنیدگی از ۳۰ به ۵۰ درصد، تغییری در الگوی توزیع نیروی داخلی اعضا ایجاد نمی‌شود و همانند تراز خودتنیدگی ۳۰ درصد، کمانش اعضا فشاری عامل اصلی وقوع خرابی در سازه می‌باشد. تنها تفاوت در این است که افزایش تراز خودتنیدگی اولیه از ۳۰ درصد به ۵۰ درصد باعث افزایش نیروهای داخلی همه اعضا می‌گردد. به عنوان نمونه، تعداد کابل‌های فوقانی‌ای که نیروی داخلی آن‌ها از محدوده خطی عبور نموده است، در تراز خودتنیدگی ۵۰ درصد افزایش یافته است.

به عبارت بهتر می‌توان گفت: «تغییر تراز خودتنیدگی، تغییری در الگوی توزیع نیروهای داخلی ایجاد نمی‌باید بلکه فقط میزان این نیروها را تغییر می‌دهد».

علاوه بر افزایش نیروی داخلی اعضا، مشاهده می‌شود که تعداد کابل‌های شُل شده (کابل‌های با نیروی داخلی صفر) در لحظه گسیختگی سازه، در تراز خودتنیدگی ۵۰ درصد، نسبت به تراز خودتنیدگی ۳۰ درصد، کمتر است. برای مشاهده بهتر تأثیر تراز خودتنیدگی بر تعداد کابل‌های شُل شده در مرحله گسیختگی سازه جدول (۴) ارائه می‌شود:

جدول ۴- تأثیر تراز خودتنیدگی بر تعداد کابل‌های شُل شده

مرحله خرابی سازه

درصد کابل‌های شُل شده نسبت به کابل‌های همان لایه					تراز خودتنیدگی
کل	اضافی	مهاری	لایه تحتانی	لایه فوقانی	
۱۴/۵۷	۲۵	۲/۰۸	۱۸/۰۶	۲۵/۹	٪۳۰
۱۲/۳۵	۲۷/۲۸	۲/۰۸	۱۵/۹۷	۱۷/۲۸	٪۴۰
۸/۸۹	۲۵	۱/۳۹	۱۱/۸۱	۹/۸۸	٪۵۰

همانگونه که از جدول (۴) مشاهده می‌شود، تراز خودتنیدگی تأثیر بسیار چشم‌گیری بر تعداد کابل‌های شُل شده در مرحله

- ۵ مراجع
- | | | | |
|------|---|-----|--|
| [9] | Abedi, K., Shekastehband, B., "Static Stability Behaviour of Plane Double-layer Tensegrity Structures", International Journal of Space Structures, 2008, 23, 89-102. | [1] | Lazopoulos, K. A., Pirentis, A. P., "On the Elastica Solution of a T3 Tensegrity Structure", Archive of Applied Mechanics, 2006, 76, 481-496. |
| [10] | Quirant, J., Kazi-Aoual, M. N., Motro, R., "Designing Tensegrity Systems: the Case of a Double Layer Grid", Engineering Structures, 2003, 25, 1121-1130. | [2] | Lazopoulos, K. A., "Stability of an Elastic Tensegrity Structure", Acta Mechanica, 2005, 179 (1-2), 1-10. |
| [11] | Estrada, G. G., Bungartz, H. J., Mohrdieck, C., "Numerical Form-Finding of Tensegrity Structures", International Journal of Solids and Structures, 2006, 43 (22-23), 6855-6868. | [3] | Lazopoulos, K. A., "Stability of an elastic Cytoskeletal Tensegrity Model", International Journal of Solids and Structures, 2005, 42 (11-12), 3459-3469. |
| [12] | Motro, R., "Tensegrity Structural Systems for the Future", Kogan Page Science, 2003. | [4] | Lazopoulos, K. A., Lazopoulou, N. K., "On the Elastica Solution of a Tensegrity Structure: Application to Cell Mechanics", Acta Mechanica, 2006, 182 (3-4), 253-263. |
| | لئنیرگر، د، "برنامه‌ریزی خطی و غیر خطی" [۱۳] مهدوی امیری، ن، پورکاظمی، م، دانشگاه صنعتی شریف، مؤسسه انتشارات علمی، ۱۳۷۹ | [5] | Abedi, K., Shekastehband, B., "Static Stability Behaviour of Single Curvature Tensegrity Systems", IASS, Venice, Italy, 2007. |
| | عبدی، ک، شکسته‌بند، ب، "تحلیل پایداری سازه‌های فضاکار" دانشگاه صنعتی سهند، ۱۳۸۸ | [6] | Abedi, K., Shekastehband, B., "Effects of Member Loss on the Structural Integrity of Tensegrity Systems", IASS, Valencia, Spain, 2009. |
| [15] | Luo, Y. Z., Fu, G., Chen, T., "The Experimental Research on Combined Unit of Flat-Quadroprism", IASS Symposium, Montpellier, 2004. | [7] | Ganjimoghaddam, B., Abedi, K., "Investigations Into the Stability Behaviour of Tensegrity Dome-Shaped Space Structures", IASS Symposium, China, 2006. |
| | | [8] | Shekastehband, B., Abedi, K., "Investigations Into the Stability Behaviour of Tensegrity Structures", IASS Symposium, Montpellier, 2004. |

EXTENDED ABSTRACT

Effects of the Self-Stress Level on the Instability Behavior of the Tensegrity Barrel Vaults

Khaled Tofighi Zahabi , Karim Abedi *

Faculty of Civil Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

Received: 19 November 2013; Accepted: 28 April 2014

Keywords:

Self-stress, Tensegrity, Stability, Nonlinear analysis

1. Introduction

Tensegrity systems are self-equilibrium systems that contain discontinuous compressive components and continuous tensile components. Main factor for self-equilibrium of tensegrity systems is the initial self-stresses of the components. Therefore, consideration of the effects of the levels of these self-stresses on the instability behavior and collapse mechanisms has significant importance. Moreover, because of the application of these systems in large spans and crowded places, sudden collapse leads to a lot of kills and damages. Thus this paper is presented in two parts: first part: presenting a method to find “feasible” self-stress states based on a mathematical topic called “simplex method” and using artificial variables; and second part: using a self-stress state obtained from previous part, and scale it in three levels. The effects of the self-stress level on the instability behavior and collapse mechanisms of the barrel vault tensegrity system is considered, and based on the analysis results some suggestions are presented to determine maximum and minimum self-stress level so the structure doesn’t collapse suddenly and have enough rigidity.

2. Methodology

2.1. Determination of the initial self-stress state

The initial state of the system is very specific since it is a self-equilibrated state; moreover the rigidity of the tensioned components is unilateral (no rigidity in compression) and the relational structure is very specific: compressed components are inside a continuum of tensioned components [1]. The equation of static equilibrium of an unconstrained reference node i connected to nodes j and k are given by

$$\begin{aligned} (q_{ij} + q_{ik})x_i - q_{ij}x_j - q_{ik}x_k &= f_{i,x}^{\text{ext}} \\ (q_{ij} + q_{ik})y_i - q_{ij}y_j - q_{ik}y_k &= f_{i,y}^{\text{ext}} \\ (q_{ij} + q_{ik})z_i - q_{ij}z_j - q_{ik}z_k &= f_{i,z}^{\text{ext}} \end{aligned} \quad (1)$$

Where any member (A, B), that connects nodes A and B, has an internal force $f_{a,b}$ and a length $l_{a,b}$; and f^{ext} is the external force. A simplified linearised notation $q_{a,b} = f_{a,b} / l_{a,b}$ known as tension coefficient or force density is used. Let $\mathbf{x} = [x_1 \dots x_n]^T$, $\mathbf{y} = [y_1 \dots y_n]^T$, and $\mathbf{z} = [z_1 \dots z_n]^T$, be the vectors of coordinates for n nodes along the x, y, and z directions, respectively. Let \mathbf{q} be a vector of tension coefficients, with one entry for each of the b members. We can write the matrix form of Eq. (1) by factorizing the projected lengths in the equilibrium matrix \mathbf{A} and a vector \mathbf{q} of tension coefficients [2]:

* Corresponding Author

E-mail addresses: khaled6486@gmail.com (Khaled Tofighi Zahabi), k_abedi@sut.ac.ir (Karim abedi).

$$[\mathbf{A}]\{\mathbf{q}\} = \underbrace{\begin{pmatrix} \ell^T \text{diag}(\ell\mathbf{x}) \\ \ell^T \text{diag}(\ell\mathbf{y}) \\ \ell^T \text{diag}(\ell\mathbf{z}) \end{pmatrix}}_{\text{equilibrium matrix}} \{\mathbf{q}\} = \mathbf{0} \quad (2)$$

According to matrix equations we can find the vector \mathbf{q} in the Eq. (3):

$$[\mathbf{A}]\{\mathbf{q}^0\} = \mathbf{0} \quad (3)$$

$$\{\mathbf{q}^0\} \in \ker(\mathbf{A}) \quad (4)$$

According to their definition there can be an infinite number of self-stress states. But the associated vectors must satisfy a necessary condition, which is related to the unilateral rigidity of tensioned components. This is a feasibility condition and in turns leads to the "feasible" self-stress state. This is not ensured by mathematical treatment, which does not take into account the sign of the vector components [1].

To apply mentioned conditions to the basis self-stress we used a mathematic method called "simplex method" which is one of the main branches of the "linear programming" (see Ref. [3]). To use this method we have to define a target function. But in this case we have two conditions: negative stresses in the struts and positive stresses in the cables. Then we have used the "artificial variables" those labeled by β_{si}^k in the equations:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{si}^1 q_1^1 + \alpha_{si}^2 q_1^2 + \alpha_{si}^3 q_1^3 + \dots + \alpha_{si}^{ss} q_1^{ss} + \beta_{si}^1 \geq 0 \\ \vdots \\ \alpha_{si}^1 q_t^1 + \alpha_{si}^2 q_t^2 + \alpha_{si}^3 q_t^3 + \dots + \alpha_{si}^{ss} q_t^{ss} + \beta_{si}^t \geq 0 \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{si}^1 q_{t+1}^1 + \alpha_{si}^2 q_{t+1}^2 + \alpha_{si}^3 q_{t+1}^3 + \dots + \alpha_{si}^{ss} q_{t+1}^{ss} + \beta_{si}^{t+1} \geq 0 \\ \vdots \\ \alpha_{si}^1 q_b^1 + \alpha_{si}^2 q_b^2 + \alpha_{si}^3 q_b^3 + \dots + \alpha_{si}^{ss} q_b^{ss} + \beta_{si}^b \geq 0 \end{array} \right. \quad (7)$$

Then the target function will be

$$\text{minimize} \sum \beta_{si}^j \quad (8)$$

By programming above equations by MATLAB codes the "feasible self-stress" will be obtained.

2.2. Effects of the self-stress level on the instability behavior of the tensegrity structures

To consider the effects of the self-stress level on the instability behavior of the barrel vault tensegrity structures, a barrel vaults with 4-strut modules and 6m span and 12m length (Fig. 1) has been analyzed using finite element software ANSYS. In order to evaluate the effects of self-stress level, in all analyses, at first an arbitrary feasible self-stress, obtained from previous section, is chosen and it scaled at 3 levels so that the maximum of the compression stress be 30%, 40% and 50% of the buckling stress of the struts.

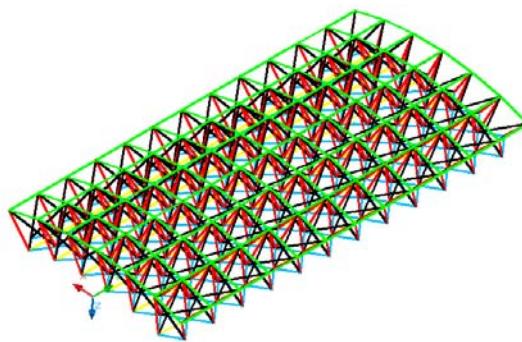


Fig. 1. 3D model of the studied barrel vault

3. Results and discussion

Results of the analysis is shown in Figs. 2-4. In these figures, the label StoCx_y shows the structure with the rigidity ratio of the struts to the cables equal x and self-stress level y%. Figures show that the increasing the self-stress level may lead to overall collapse mechanism. It can be said that the self-stress level doesn't have an effect on the initial stiffness and final load capacity of the structure.

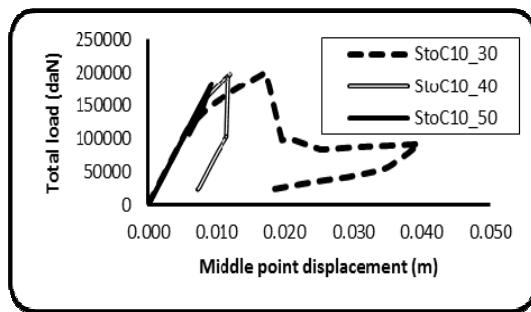


Fig. 2. load-displacement graph at rigidity ratio 10

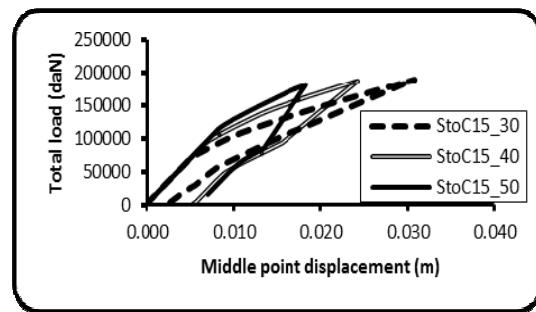


Fig. 3. load-displacement graph at rigidity ratio 15

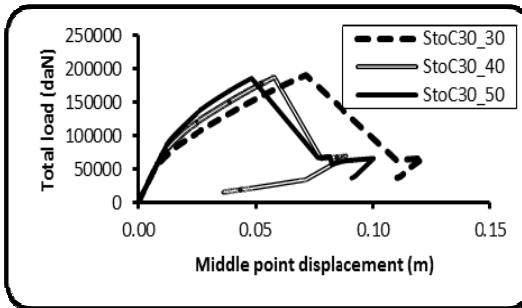


Fig. 4. load-displacement graph at rigidity ratio 30

4. Conclusions

Self-stress is the one of the interesting and important properties of the tensegrity systems. In this study, to obtain a feasible self-stress for the tensegrity structures, an extended method using simplex method and artificial variables was presented. Then the effects of the self-stress level on the barrel vault tensegrity structures was studied. Results showed that the self-stress level doesn't affect the initial stiffness of the structure; but it can change the collapse mechanism of the structure from a local collapse to overall collapse. Therefore it is suggested that the self-stress level doesn't exceed 40% of the buckling load of the compression members.

5. References

- [1] Motro, R., "Tensegrity Structural Systems for the Future", Kogan Page Science, 2003.
- [2] Estrada, G. G., Bungartz, H. J., Mohrdieck, C., "Numerical Form-finding of Tensegrity Structures", International Journal of Solids and Structures, 2006, 43 (22-23), 6855-6868
- [3] Luenberger, D. G. "Linear and Non-linear Programming", Scientific Publications Institute, 2000.