

بررسی تأثیر چسبندگی - لغزش بر ترک خوردگی تیرهای بتن آرمه با استفاده از مدل‌های شبکه‌ای

حمید شجاعی فر^۱ و مسعود فرزاد^{۲*}

^۱ کارشناس ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مراغه، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، مراغه

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

چکیده

در ارزیابی ترک خوردگی قطعات بتن آرمه، مقاومت چسبندگی میلگرد به بتن به عنوان عامل تأثیرگذار در نظر گرفته می‌شود. به منظور بررسی اثر چسبندگی - لغزش بر فاصله ترک و نحوه انتشار ترک در تیرهای بتن آرمه، چهار مدل چسبندگی - لغزش (Haskett و Bigaj و Den, Farra, CEB-FIP) و Haskett و Bigaj و Den, Farra, CEB-FIP) که بر مبنای نتایج مطالعات تجربی قبلی به دست آمده‌اند در تحلیل‌های عددی به کار گرفته شده و مورد مقایسه قرار می‌گیرند. در این مطالعه از مدل‌های شبکه‌ای (Lattice)، که بر اساس معیار ترک خوردگی توسعه یافته و با بهره‌گیری از اصول مکانیک شکست بسط یافته‌اند، استفاده شده است. یک تیر بتن آرمه با استفاده از عناصر شبکه‌ای معادل، توسط نرم‌افزار ABAQUS مدل‌سازی شده و روند شروع و پخش ترک به صورت گسترش خرابی المان‌های میله‌ای بتن، نشان داده شده است. در این مدل، میلگردها به صورت المان‌های میله‌ای که با فترهای غیر خطی به المان‌های بتن متصل می‌شوند مدل‌سازی شده‌اند. این نوع مدل شبکه‌ای، علاوه بر افزایش سرعت تحلیل، به خوبی قادر است انواع گسیختگی‌های ترد و یا شکل - پذیر را نمایش دهد. نتایج تحلیل‌ها نشان می‌دهند که مدل‌های مختلف چسبندگی - لغزش، می‌توانند بر تعیین فاصله، عرض، نحوه انتشار ترک و موضعی شدن خرابی تأثیرگذار باشند.

واژگان کلیدی: مدل شبکه‌ای، مکانیک شکست، گسترش ترک، روابط چسبندگی - لغزش.

۱- مقدمه

شبکه‌ای شکل^۴ [۶] برای مدل کردن ترک خوردگی، پیش‌بینی موقعیت ترک، نحوه انتشار ترک و سخت شدن و نرم شدن کششی وجود دارد. روش اجزای محدود به خوبی می‌تواند محیط‌های پیوسته و همچنین پدیده گسیختگی (مانند ترک و میان‌سطح‌ها یا رابط‌ها) را بر مبنای مکانیک شکست مدل‌سازی کند.

با توجه به مقیاس‌های مختلف بتن، می‌توان رفتار مکانیکی سازه‌های بتنی و بتن آرمه را در سطوح ریزمقیاس^۵ و یا بزرگ - مقیاس^۶ بررسی نمود. عموماً مدل‌سازی بزرگ مقیاس را می‌توان برای تحلیل سازه‌های بتنی به کار برد. در حالی که مدل‌سازی ریزمقیاس در شناخت رفتار مصالح و به دست آوردن روابط لازم برای تحلیل‌های بزرگ‌مقیاس استفاده می‌شود. در مدل‌های بزرگ‌مقیاس، بتن به عنوان مصالحی همگن در نظر گرفته شده و هدف این تحلیل‌ها عمدتاً پیش‌بینی شرایط شکست کلی،

تحلیل ترک خوردگی در سازه‌های بتن آرمه یک مرحله ضروری در طراحی است. تعیین فاصله ترک‌ها و عرض ترک، عموماً بحثی تجربی است. با این حال روابطی تحلیلی نیز بدین منظور ارائه شده‌اند. با وجود تحقیقات متعدد در این زمینه، هنوز روابط ارائه شده در تخمین صحیح فاصله ترک‌ها، نحوه انتشار ترک و عرض ترک در اکثر شرایط ناکافی به نظر می‌رسند. علی - رغم این که دلایل به وجود آمدن ترک‌ها متعدد هستند، معمولاً این ترک‌ها، ناشی از تنش‌هایی می‌باشند که یا بر اثر جلوگیری از تغییر حجم در بتن و یا بر اثر بارهایی که به سازه وارد می‌شوند، به وجود می‌آیند.

در آغاز دهه نود، پژوهش Hawkins [۱]، که در آن کاربرد مکانیک شکست در سازه‌های بتنی در مقابل معیار مقاومت مصالح به صورت مستدل ارائه گردیده، توسط کمیته ACI-446 [۲] دنبال شد. از نظر محاسباتی، چهار روش ترک ناپیوسته^۱ [۳]، ترک پخشی^۲ [۴]، ذرات ناپیوسته^۳ [۵] و ترک

3- Discrete Particle Approach

4- Lattice-Type Crack

5- Meso-level

6- Macro-level

1- Discrete Crack Approach

2- Smeared Crack Approach

اطراف ترک به صورت الاستیک باربرداری می‌شود. سرانجام، خرابی در محل‌های ترک‌خوردگی متمرکز می‌شود. در اعضا بتنی خالص، تغییر شکل‌های متمرکز شده، نیاز به انرژی کمتری برای گسترش دارند [۱۰]. بدین مفهوم که عضو بتنی خالص توانایی کمی در جذب یا ذخیره انرژی (یا طاقت کمی) دارد. اما در مورد مصالح بتن‌آرمه، به دلیل مقاومتی که توسط میلگرد ایجاد می‌شود، در بارهای بزرگ و هنگامی که تنش کششی بتن از حد مشخصی تجاوز می‌کند، ترک‌های اضافی در خارج از محل باربرداری موضعی شکل می‌گیرند. سرانجام خرابی در چندین منطقه باریک (کم عرض) متمرکز شده و به صورت کلی پخش نمی‌شود لذا ترک‌ها با فواصل مشخص توسعه می‌یابند. بنابراین فاصله ترک‌ها یک شکل خاص از مسأله تمرکز کرنش است.

چنان که گفته شد علت به وجود آمدن فاصله ترک‌ها، اندرکنش نرم‌شدگی کرنشی بتن و مقاومت ایجاد شده توسط میلگرد می‌باشد. در مناطق نرم‌شدگی موضعی بتن ساده، الگوی تغییر شکل به مشخصات نرم‌شدگی بتن بستگی داشته و خرابی با متمرکز شدن ترک‌ها در یک منطقه باریک ایجاد می‌شود. در حالی که در سطح سازه‌ای (بتن‌آرمه) الگوی تغییر شکل به وسیله سخت‌شدگی میلگرد تعیین شده و منجر به فاصله یافتن ترک‌ها می‌شود. در نواحی نرم شونده، انرژی جذب شده به واسطه تغییر شکل‌های موضعی حداقل می‌باشد. در حالی که پاسخ سخت‌شدگی کل سازه، با کمینه شدن جذب انرژی در تغییر شکل‌های توزیع شده به دست می‌آید. بنابر این، معیار کمینه‌سازی انرژی، علاوه بر کنترل پاسخ سازه، حاکم بر فاصله پیدا کردن ترک‌ها، که در آن خرابی در چند ناحیه باریک متمرکز می‌شود، نیز می‌باشد.

کارهای تجربی زیادی در گذشته برای ارزیابی نحوه انتشار ترک و درک رفتار چسبندگی انجام شده که اکثر آن‌ها بر روی نمونه‌های منشوری بتن با یک میلگرد فولادی مدفون در آن، صورت گرفته است. روش‌های پیشنهاد شده توسط محققین، تنها برای نمونه‌های کوچک کاربرد داشته و برای سازه‌های بتن‌آرمه مناسب نمی‌باشند. تحقیقات اندکی نیز برای تأیید و اصلاح مدل‌های چسبندگی - لغزش (که به صورت تجربی به دست آمده‌اند) انجام شده است. با این حال، به نظر می‌رسد این موضوع نیاز به مطالعه بیشتری دارد.

در تحقیق حاضر، مدل‌های چسبندگی - لغزش موجود، در تحلیل‌های عددی به کار گرفته می‌شوند، تا تأثیر آن‌ها بر مقدار عرض ترک، فواصل ترک‌ها و نحوه انتشار ترک در اعضای بتن-آرمه بررسی شود. چهار مدل چسبندگی - لغزش در ذیل به

تخمین بارهای نهایی و ترسیم منحنی‌های نیرو-جابجایی با زمان تحلیل کم می‌باشد.

هدف این تحقیق بررسی اثر مدل‌های مختلف چسبندگی - لغزش بر رفتار یک تیر بتن‌آرمه، با و بدون میلگردهای عرضی، و با استفاده از تحلیل‌های بزرگ‌مقیاس می‌باشد. چسبندگی بین بتن و فولاد بر عملکرد و طول عمر سازه‌ها تحت اثر بارهای وارده تأثیر قابل توجهی داشته و ضعف چسبندگی، مکانیزم انتقال نیرو را دچار مشکل می‌کند. در نتیجه باعث افزایش تغییر شکل، افزایش تعداد ترک‌ها، افزایش عرض ترک‌ها و کاهش ظرفیت باربری اعضا بتن‌آرمه می‌شود. این عوامل به نوبه خود می‌توانند منجر به شکست ناگهانی عضو شوند. بنابر این پیش‌بینی رفتار چسبندگی - لغزش در سازه‌های بتن‌آرمه مهم و ضروری می‌باشد. دو روش عمده برای مدل‌سازی اتصال میلگرد فولادی به بتن در تحلیل اجزای محدود وجود دارد. اولین روش، به نام روش Bond-link که توسط Scordelis و Ngo [۳] معرفی شده، از یک سری المان‌های فنری مجزا با مشخصات مکانیکی معین برای در نظر گرفتن رفتار میان‌سطحی استفاده می‌کند. این روش توسط برنامه‌های مختلف اجزای محدود قابل مدل‌سازی است. در روش دیگر که برای اولین بار توسط Groot و همکاران [۷]، به نام روش Bond-zone معرفی شد، المان‌های چسبندگی (با المان‌های میان‌سطحی)، ارتباط پیوسته‌ای مابین بتن و فولاد به وجود می‌آورند. در این تحقیق، از روش پیشنهاد شده توسط Scordelis و Ngo [۳] برای مدل‌سازی المان‌های چسبندگی و از روش مدل شبکه‌ای شکل (با اعضای افقی، عمودی و قطری) برای مدل‌سازی تیر بتن‌آرمه در نرم‌افزار ABAQUS [۸] در سطح بزرگ‌مقیاس استفاده شده است.

همچنین در این تحقیق برای تشخیص موقعیت ترک‌ها و نحوه انتشار آن در اعضا یا المان‌ها از اصل انرژی کمینه [۹] استفاده شده که در ذیل به صورت مختصر شرح داده می‌شود.

۲- فواصل ترک‌ها و معیار شکست

شکست بتن ابتدا به صورت میکروتُرک‌های پخش‌شونده در یک حوزه بزرگ شروع و سپس در یک منطقه نسبتاً کوچک متمرکز می‌شود، تا این که یک ترک ناپیوسته تشکیل شود. اگر بتن با میلگرد تقویت شود، یقیناً این میلگرد شکل‌گیری و انتشار ترک‌ها را محدود می‌کند. وقتی کرنش‌های کششی بتن به مقدار کرنش نهایی برسند، ترک‌های کششی شروع به شکل‌گیری کرده و به صورت نامنظم انتشار می‌یابند. به محض گسترش بیشتر، بتن در محل ترک، رفتار نرم‌شونده از خود نشان می‌دهد و بتن

صورت خلاصه بررسی می‌شوند.

جدول ۱- پارامترها برای محاسبه روابط چسبندگی - لغزش

(مطابق با معادلات ۱ تا ۴) [۱۲]

بتن محصور نشده*		بتن محصور شده**		شرایط چسبندگی خوب	شرایط چسبندگی خوب
شرایط دیگر چسبندگی	شرایط چسبندگی خوب	شرایط دیگر چسبندگی	شرایط چسبندگی خوب		
0.6 mm	0.6 mm	0.6 mm	1.0 mm	S ₁	1.0 mm
0.6 mm	0.6 mm	0.6 mm	3.0 mm	S ₂	3.0 mm
1.0 mm	1.0 mm	2.5 mm	فاصله آج‌ها	S ₃	فاصله آج‌ها
0.4	0.4	0.4	0.4	α	0.4
$2.0\sqrt{f_{ck}}$	$2.5\sqrt{f_{ck}}$	$1.0\sqrt{f_{ck}}$	$1.25\sqrt{f_{ck}}$	τ_{max}	$1.25\sqrt{f_{ck}}$
$0.15\tau_{max}$	$0.15\tau_{max}$	$0.15\tau_{max}$	$0.40\tau_{max}$	τ_f	$0.40\tau_{max}$

* گسیختگی به علت شکاف خوردگی بتن
 ** گسیختگی به علت برش بتن بین آج‌ها

۳- مدل‌های چسبندگی - لغزش

۳-۱- مدل Eligehausen و همکارانش در سال ۱۹۸۱ [۱۱]:

این مدل انتخاب شده توسط CEB-FIP 1990 [۱۲] است. تحت بارگذاری یکنواخت می‌توان تنش‌های چسبندگی بین بتن و میلگرد تقویتی را توسط توابع مرتبط با لغزش s با استفاده از معادلات (۱) تا (۴) محاسبه کرد. منحنی چسبندگی - لغزش در شکل (۱) نشان داده شده است:

$$\tau = \tau_{max} \left(s / s_1 \right)^\alpha \Rightarrow 0 \leq s \leq s_1 \quad (1)$$

$$\tau = \tau_{max} \Rightarrow s_1 < s \leq s_2 \quad (2)$$

$$\tau = \tau_{max} - \left(\tau_{max} - \tau_f \right) \left(\frac{s - s_2}{s_3 - s_2} \right) \Rightarrow s_2 < s \leq s_3 \quad (3)$$

$$\tau = \tau_f \Rightarrow s_3 < s \quad (4)$$

۳-۲- مدل Farra در سال ۱۹۹۵ [۱۳]

مدل Farra بر مبنای آزمایش‌های متعدد اعضای کششی بتن آرمه، به صورت معادله (۵) به دست آمده که برای پوشش بتنی معمولی و بارگذاری یکنواخت کوتاه مدت پیشنهاد شده است.

$$\tau = 0.4 f_{cm}^{0.95} . s^{0.3} \quad (5)$$

در معادله بالا، τ تنش چسبندگی، f_{ck} تنش فشاری مشخصه بتن و $\Delta f = 8MPa$ و $f_{cm} = f_{ck} + \Delta f$ است.

۳-۳- مدل Den و Bigaj در سال ۱۹۹۶ [۱۴]

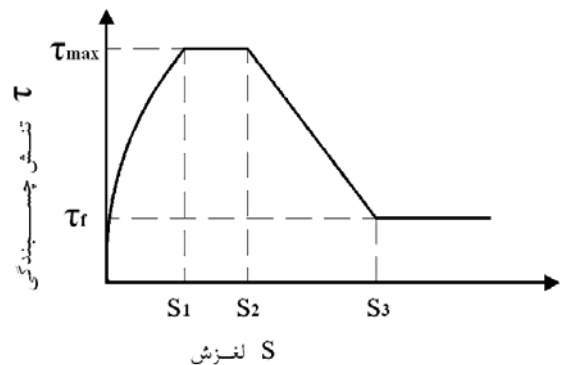
این مدل برای میلگردهای آج‌دار مدفون در بتن توسعه یافته است. مدل بر مبنای میزان محصورشدگی میلگرد در بتن اطراف و دو حالت گسیختگی شکاف‌خوردگی و بیرون‌کشی به دست آمده و در آن فرض شده است که:

۱- جابجایی‌های موضعی و کنش نیروها، در سطح یک لایه مرزی پخش شده‌اند و ضخامت این لایه ناچیز است. بنابراین شعاع استوانه مرزی برابر با شعاع اسمی میلگرد است.

۲- میلگرد آج‌دار به صورت یک میلگرد مخروطی شکل تصور شده، بنابراین لغزش میلگرد با جابجایی شعاعی سطح مرتبط است.

۳- مکانیزم شکستگی بر مبنای اصطکاک خشک در نظر گرفته شده، بنابراین تنش چسبندگی کاملاً متناسب با تنش فشاری شعاعی است.

در این معادلات، τ_{max} مقاومت چسبندگی حداکثر، τ_f مقاومت چسبندگی باقی‌مانده و s_1 ، s_2 و s_3 مقادیر لغزش هستند که وابسته به میزان محصورشدگی، هندسه‌ی میلگردهای تقویتی و مقاومت و کیفیت بتن می‌باشند. مقدار این پارامترها را می‌توان با توجه به نوع محصورشدگی و شرایط چسبندگی از جدول (۱) به دست آورد.



شکل ۱- روابط تحلیلی چسبندگی - لغزش تحت بارگذاری

یکنواخت [۱۲]

$$\sigma_{r,r_s}(\varepsilon_{r,r_s}) = \sigma_{r,r_s,max} \times \left(1 - \frac{1 - \psi}{\varepsilon_{r,r_s,res} - \varepsilon_{r,r_s,max}} (\varepsilon_{r,r_s} - \varepsilon_{r,r_s,max}) \right) \quad (9)$$

که در آن:

$$\varepsilon_{r,r_s,res} = (2\xi + c_0 / D) \frac{f_{ct}}{E_0}, c_0 = 0.27m \quad (10)$$

ناحیه ۳: $\varepsilon_{r,r_s,res} < \varepsilon_{r,r_s}$

$$\varepsilon_{r,r_s,res} = (2\xi + c_0 / D) \frac{f_{ct}}{E_0}, c_0 = 0.27m \quad (11)$$

در معادلات (۹) و (۱۱)، $\psi = 0.2$ می‌باشد.

تنش‌های چسبندگی - لغزش باید موازی با میلگرد تعریف شوند. انتقال نیروها از میلگرد به بتن می‌تواند به صورت شکل (۲) در نظر گرفته شود. کرنش‌های شعاعی می‌تواند با استفاده از لغزش δ_p به وسیله معادله زیر محاسبه شود:

$$\varepsilon_{r,r_s}(\delta_p) = \frac{2\delta_p}{D} \tan \vartheta_b, \vartheta_b = 0.1f_c \quad (12)$$

که در آن f_c مقاومت فشاری بتن است. تنش چسبندگی برابر است با:

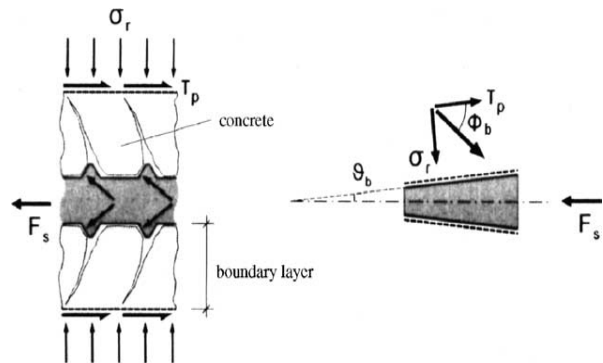
$$\tau_b = \cot \phi \sigma_{r,r_s}, \cot \phi = 1 \quad (13)$$

برای شکست بیرون‌کشی، لغزش وابسته به ϑ_b است که با افزایش خرابی بتن کاهش می‌یابد. از آن جایی که مقاومت کششی بتن نیز کاهش می‌یابد، کرنش شعاعی به شکل تابعی از لغزش δ_p و کرنش میلگرد ε_s به صورت معادله (۱۴) فرمول - بندی شده است:

$$\varepsilon_{r,r_s} = \frac{f(\delta_p, \varepsilon_s)}{r_s} \quad (14)$$

تابع $f(\delta_p, \varepsilon_s)$ وابسته به لغزش موضعی و تنش فولاد می‌باشد. شکل (۳-الف) روابط چسبندگی - لغزش را برای شکست شکاف‌خوردگی و شکل (۳-ب) روابط چسبندگی - لغزش را برای شکست بیرون‌کشی نشان می‌دهد.

این مدل در سال ۲۰۰۱ توسط Akkermann [۱۵]، همان - طور که در شکل (۲) نشان داده شده، ساده‌سازی شد که روابط آن در ادامه آمده است.



شکل ۲- مدل چسبندگی [۱۴]

مدل چسبندگی به صورت زیر در سه ناحیه فرمول‌بندی شده است. ناحیه اول رفتار مصالح غیر خطی را با استفاده از انتشار ترک توصیف می‌کند. ناحیه دوم مربوط به نرم‌شدگی خطی و ناحیه سوم نشان دهنده مقاومت پسماند است.

ناحیه ۱: $0 \leq \varepsilon_{r,r_s} \leq \varepsilon_{r,r_s,max}$

$$\sigma_{r,r_s}(\varepsilon_{r,r_s}) = \sigma_{r,r_s,max} \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \quad (6)$$

که در آن: $k = \frac{E_r \varepsilon_{r,r_s,max}}{\sigma_{r,r_s,max}}$ و $\eta = \frac{\varepsilon_{r,r_s}}{\varepsilon_{r,r_s,max}}$ کرنش شعاعی

بیشینه و $\sigma_{r,r_s,max}$ در شکست به ترتیب برابر است با:

$$\begin{aligned} \sigma_{r,r_s,max} &= 2\xi^{0.88} f_{ct} \\ \varepsilon_{r,r_s,max} &= 2.4\xi^{1.08} \frac{f_{ct}}{E_0} \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن E_0 مدول یانگ، f_{ct} مقاومت کششی بتن، ν ضریب پواسون و $\xi = c_{eff} / D$ است که در آن c_{eff} پوشش بتنی و D قطر میلگرد می‌باشد. سختی اولیه در جهت شعاعی برابر است با:

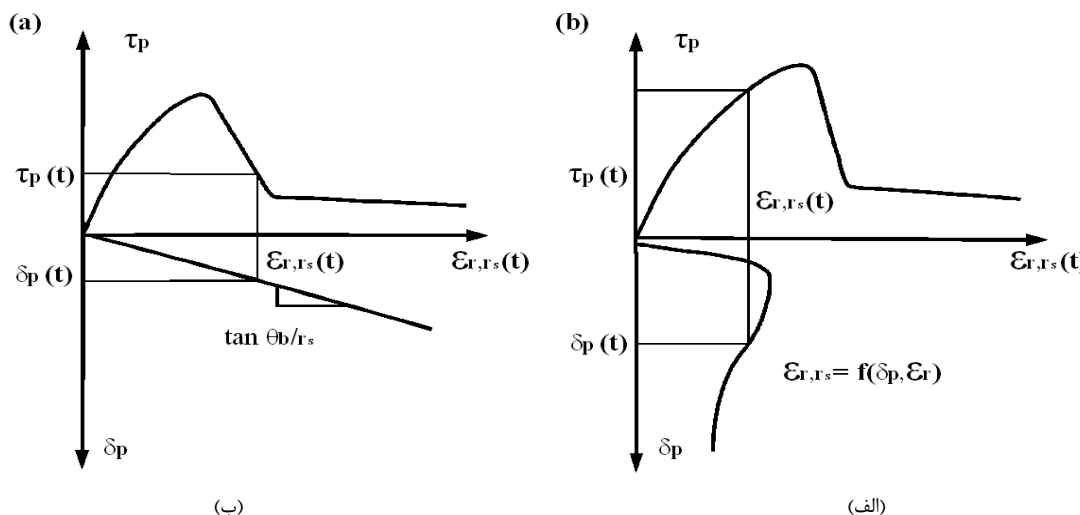
$$E_r = E_0 \left(\frac{(c_{eff} + D/2)^2 + D^2 / 4}{(c_{eff} + D/2)^2 - D^2 / 4} + \nu \right)^{-1} \quad (8)$$

ناحیه ۲: $\varepsilon_{r,r_s,max} < \varepsilon_{r,r_s} \leq \varepsilon_{r,r_s,res}$

۳-۴- مدل Haskett و همکارانش در سال ۲۰۰۸ [۱۶]

مدل Haskett بر مبنای مدل CEB-FIP 1990 [۱۲] می-باشد. در این مدل، روابط چسبندگی- لغزش مابین بتن و میلگرد

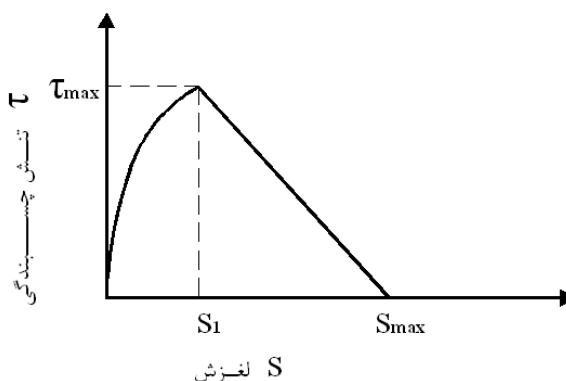
فولادی به صورت شکل (۴) پیشنهاد شده است که توسط معادله (۱۵) محاسبه می‌شود.



شکل ۳- روابط چسبندگی- لغزش برای: الف) شکست شکاف خوردگی، ب) شکست بیرون کشی [۱۴]

۴- المان Bond-link

همان طور که در شکل (۵) به صورت شماتیک نشان داده شده است، المان Bond-link [۳] شامل دو فنر موازی با محورهای عمود برهم ξ و η می‌باشد که به اندازه زاویه ψ نسبت به محور مختصات کلی، دوران دارد. المان پیوستگی از نظر مفهومی از دو فنر غیرخطی تشکیل شده و دو گره را با محور مختصات یکسان به هم وصل می‌کند که یکی موازی با محور میلگرد و دیگری عمود بر آن است. مؤلفه نیروی ارتباطی در جهت محور میلگرد، نیروی چسبندگی و مؤلفه عمود بر آن، نیروی شکافتگی شعاعی می‌باشد.

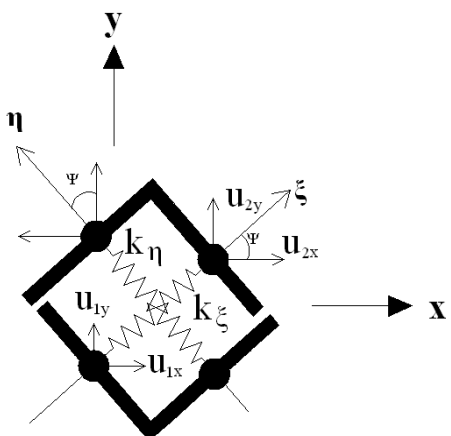


شکل ۴- روابط چسبندگی- لغزش مابین بتن و میلگرد فولادی [۱۶]

$$\tau = \tau_{\max} \left(s / s_1 \right)^{0.4} \Rightarrow 0 \leq s \leq s_1 \quad (15)$$

در این معادله، $\tau_{\max} = 2.5\sqrt{f_c}$ مقاومت چسبندگی حداکثر، $s_1 = 1.5\text{mm}$ لغزش مقاومت چسبندگی بیشینه و $s_{\max} = 15\text{mm}$ لغزش بیشینه می‌باشد.

در مدل سازی برای تعریف رفتار چسبندگی- لغزش، عمدتاً از المان‌های رابط یا المان‌های تماسی خاص، مابین المان‌های بتن و فولاد استفاده می‌کنند. در این تحقیق با توجه به نوع مدل سازی، المان Bond-Link به کار برده شده که در ادامه توضیح داده شده است.



شکل ۵- المان Bond-link

مدل شبکه‌ای دو بعدی Niwa و همکاران [۱۸] با استفاده از مدل تحلیلی غیر خطی سه‌بعدی بود و در نهایت، یکی از مطالعات اخیر توسط Kim و همکاران [۲۱] انجام گرفته که در آن، رفتار شکست سازه‌های بتنی با کاربرد مدل شبکه‌ای نامنظم توسط آزمون‌های خمشی چهار نقطه‌ای با بارگذاری سرعت بالا شبیه‌سازی شده است.

در تحقیق حاضر، مدل شبکه‌ای بر مبنای روش قابی پیشنهادی توسط Hrennikoff [۱۷] استفاده شده است. در این روش، سازه با الگویی از اعضای خرپایی مشابه، مدل‌سازی شده (شکل (۶)) و روند ترک خوردگی و انتشار آن، با خرابی المان-های میله‌ای بتن نشان داده شده است. طبق پیشنهاد Chen و Baker [۱۹]، طول اعضای افقی و عمودی برابر و سطح مقطع اعضای قطری برابر با سطح مقطع اعضای کناری در نظر گرفته شد. هر المان خرپایی از دو نقطه هم سطح تشکیل شده و در دو جهت عمود و موازی با میله، جابجایی گرهی دارد. در مدل شبکه‌ای، اعضای افقی و عمودی در مقابل تنش‌های نرمال و اعضای قطری در مقابل تنش‌های برشی مقاومت می‌کنند. بنابراین این مدل قادر به تخمین هر دو نوع شکست خمشی و برشی بوده و ظرفیت حمل برشی اعضای بتن آرمه را با دقت قابل قبولی پیش‌بینی می‌کند. علاوه بر این، به دلیل این که مدل شبکه‌ای، یک عضو بتن آرمه را به المان‌های خرپایی تقسیم می‌کند، می‌توان به آسانی جریان تنش‌های داخلی را دنبال کرد.

در شکل (۶)، A_h ، A_d و A_v به ترتیب سطح مقطع عرضی اعضای خرپایی افقی، قطری و عمودی هستند که به صورت زیر با استفاده از معادلات (۱۷) تا (۱۹) محاسبه می‌شوند:

$$A_h = \frac{3}{8}(3 - k^2)at \quad (17)$$

$$A_d = \frac{3}{16} \frac{(1 + k^2)^{3/2}}{k} at \quad (18)$$

$$A_v = \frac{3}{16} \frac{(3k^2 - 1)}{k} at \quad (19)$$

که در آن t ضخامت صفحه، a طول عضو عمودی و k نسبت طول عضو افقی به عمودی می‌باشد.

بردار نیروی گرهی $\vec{F} = [F_{1x} F_{1y} F_{2x} F_{2y}]$ و بردار جابجایی گرهی $\vec{u} = [u_{1x} u_{1y} u_{2x} u_{2y}]$ المان bond-link توسط ماتریس سختی K با هم مرتبط می‌باشند که در معادله (۱۶) آمده است:

$$K = \begin{bmatrix} k_\xi c^2 + k_\eta s^2 & k_\xi sc - k_\eta sc & -k_\xi c^2 - k_\eta s^2 & -k_\xi sc + k_\eta sc \\ k_\xi sc - k_\eta sc & k_\xi c^2 + k_\eta s^2 & -k_\xi sc + k_\eta sc & -k_\xi c^2 - k_\eta s^2 \\ -k_\xi c^2 - k_\eta s^2 & -k_\xi sc + k_\eta sc & k_\xi c^2 + k_\eta s^2 & k_\xi sc - k_\eta sc \\ -k_\xi sc + k_\eta sc & -k_\xi c^2 - k_\eta s^2 & k_\xi sc - k_\eta sc & k_\xi c^2 + k_\eta s^2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

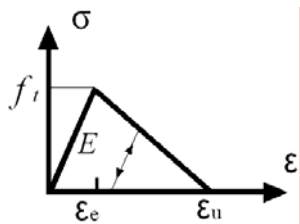
که در آن $s = \sin \psi$ ، $c = \cos \psi$ می‌باشد.

برای شبیه‌سازی عملکرد تیرهای بتن آرمه، مدل‌سازی رفتار غیر خطی مصالح شامل رفتار نرم‌شدگی و سخت‌شدگی بتن در فشار، نرم‌شدگی کششی و چسبندگی-لغزش، ضروری است. بدین منظور می‌توان از مدل‌های اجزای محدود محیطه‌های پیوسته و یا مدل‌های دقیق و ساده دیگری استفاده نمود. در این تحقیق از مدل شبکه‌ای که ضمن سادگی و سرعت بالای تحلیل از دقت بالایی نیز برخوردار است، استفاده می‌شود. اساس فرمول-بندی این مدل‌ها در ادامه توصیف شده است.

۵- مدل شبکه‌ای^۱

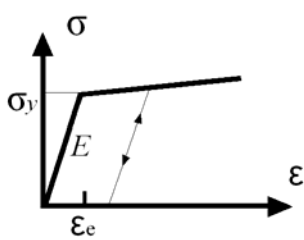
مدل‌های شبکه‌ای در طول ۵۰ سال گذشته، برای اهداف متفاوت و در گونه‌های مختلف استفاده شده‌اند. Hrennikoff [۱۷] اولین بار یک شبکه مثلثی منظم با المان‌های خرپایی معرفی کرد تا مسائل کلاسیک الاستیسیته را حل کند. اما این مدل به دلیل نیاز به روش محاسباتی قوی‌تر به صورت تئوریک باقی ماند. Van Mier و Schlangen [۶] برای اولین بار مدل شکست شبکه‌ای شکل را در سطح ریزمقیاس برای مصالح بتنی به کار بردند. به نظر می‌رسد اولین کار با استفاده از مدل‌سازی شبکه‌ای در مقیاس بزرگ برای سازه‌های بتن آرمه، توسط Niwa و همکاران [۱۸] بوده که از یک مدل دو بعدی شبکه‌ای برای مطالعه مقاومت برشی استفاده کرده‌اند، همچنین، Chen و Baker [۱۹] از مدل شبکه‌ای در مقیاس بزرگ برای تأثیر چسبندگی-لغزش در فاصله ترک‌های اعضای بتن آرمه استفاده کردند. یکی دیگر از مطالعات جامع در این خصوص توسط Miki [۲۰] انجام گرفت که در آن اهداف اصلی، بالا بردن قابلیت‌های

که در آن، $f_{cm} = f_{ck} + \Delta f$ ، تنش فشاری مشخصه بتن، $\Delta f = 8 \text{ MPa}$ و مقدار انرژی شکست میناء می‌باشد که وابسته به قطر ماکزیمم سنگدانه است. انرژی شکست، تا حدی وابسته به اندازه عضو سازه‌ای و همچنین دیگر مشخصات سازه است که در معادله (۲۱) به حساب آورده نشده‌اند، در نتیجه انحراف معیار G_f از مقادیر محاسبه شده با معادله (۱۹) تا $\pm 30\%$ می‌باشد.



شکل ۷- مدل کششی بتن

روابط تنش- کرنش میلگرد به صورت الاستوپلاستیک سخت شونده تحت بارگذاری یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. همان‌طور که در شکل (۸) نشان داده شده شیب ناحیه سخت‌شدگی $E_s / 100$ می‌باشد که در آن E_s مدول الاستیسیته فولاد است. مسیر باربرداری و بارگذاری مجدد به موازات شیب اولیه در نظر گرفته می‌شود.

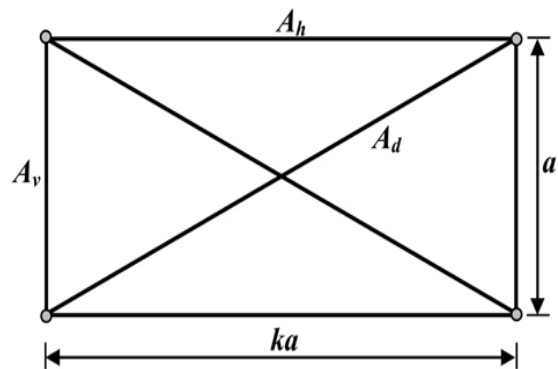


شکل ۸- روابط تنش- کرنش میلگرد

۷- تحلیل عددی تیر بتن آرمه

۷-۱- مدل‌سازی تیر آزمایش شده توسط Leonhardt

به منظور نشان دادن اثر چسبندگی- لغزش بر عملکرد تیرهای بتن آرمه، تیر آزمایش شده توسط Leonhardt [۲۳] با همان مشخصات هندسی و مصالح، با استفاده از تحلیل غیر خطی عددی و با مدل شبکه‌ای و در نظر گرفتن رفتارهای مصالح شرح داده شده در فوق، مدل‌سازی و نحوه انتشار ترک (زاویه، فاصله و تعداد ترک‌ها) بررسی شده است. به طوری که اعضای خرپایی مدل شبکه‌ای توسط المان‌های دو بعدی Wire مدل-



شکل ۶- الگوی المان‌های خرپایی برای مسائل تنش صفحه‌ای [۱۷]

۶- مدل‌های مصالح

المان‌های خرپایی بتن در کشش، از شکل (۷) تبعیت می‌کنند که در آن از مدل Bazant و Oh [۲۲] استفاده شده است. این مدل یکی از ساده‌ترین مدل‌های ترک مجازی است که در آن کرنش کششی شکست، توسط معادله (۲۰) مشخص می‌شود.

$$\varepsilon = \frac{2G_f}{f_t \cdot b} \quad (20)$$

در معادله بالا، G_f انرژی شکست بر حسب Nmm/mm^2 ،

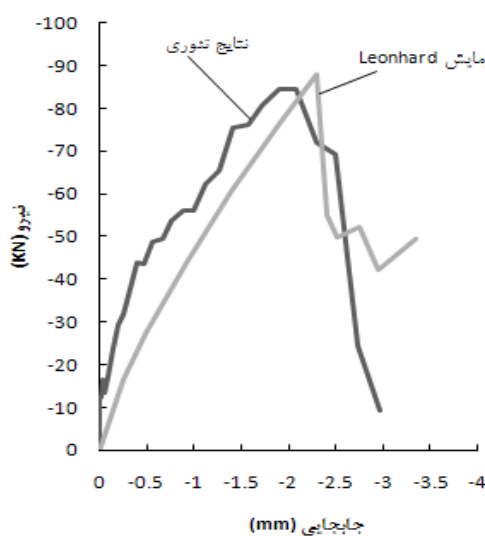
f_t تنش کششی بتن بر حسب N/mm^2 (MPa) و b طول المان بر حسب mm است. بعد از این که کرنش (ε) بزرگ‌تر از کرنش الاستیک (ε_e) شد (آغاز ترک خوردگی)، مصالح تغییر شکل پلاستیک از خود نشان می‌دهد و در نهایت در کرنش نهایی (ε_{II}) عضو خرپایی می‌شکند. در مدل کششی بتن، فرض شده است که مسیر باربرداری به موازات شیب اولیه بوده و مسیر بارگذاری مجدد، همان مسیر باربرداری را دنبال می‌کند.

انرژی شکست بتن، مقدار انرژی لازم برای انتشار یک ترک کششی در واحد سطح است که برابر با سطح زیر منحنی تنش- کرنش کششی بتن می‌باشد. شکل و بافت سطحی سنگدانه‌ها تأثیر زیادی در مقاومت کششی دارند و حتی اثرات محیطی، به طور قابل توجهی مقدار آن را کاهش می‌دهند. در صورت نبود اطلاعات تجربی، انرژی شکست را می‌توان با استفاده از معادله (۲۱) محاسبه کرد که توسط CEB-FIP 1990 [۱۲] ارائه شده است.

$$G_f = G_{Fo} \left(\frac{f_{cm}}{f_{cmo}} \right)^{0.7} \quad (21)$$

$\nu = 0.2$. برای میلگردهای طولی و عرضی: مدول یانگ $E_s = 2e^5 MPa$ ، تنش تسلیم $\sigma_y = 560 MPa$ ، وزن مخصوص $\rho = 7.85e^{-2} MN/m^3$ ، ضریب پواسون $\nu = 0.3$ و برای صفحات فولادی: مدول یانگ $E_s = 2.1e5 MPa$ ، وزن مخصوص $E_s = 2.1e5 MPa$ ، ضریب پواسون $\nu = 0.3$.

به منظور تأیید توانایی مدل شبکه‌ای در مدل کردن ترک خوردگی اعضای بتن‌آرمه، منحنی بار-جابجایی به دست آمده توسط آزمایش تجربی Leonhard با نتایج تئوری حاصل از برنامه‌ی ABAQUS، به صورت شکل (۱۰) مقایسه و صحت مدل‌سازی تأیید شده است.



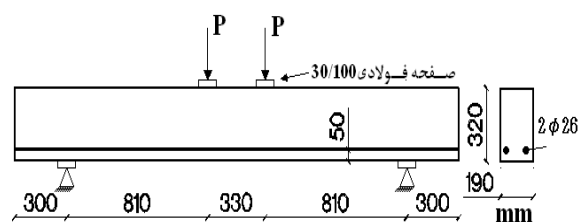
شکل ۱۰- منحنی بار-جابجایی

۷-۲- مطالعه رفتار تیر بتن آرمه، بدون میلگرد عرضی

در تیر بتنی مورد مطالعه، میلگردهای عرضی به کار گرفته نشده‌اند و دهانه برش نسبی، a/d ، از $2/5$ بزرگ‌تر است و پیش‌بینی می‌شود که گسیختگی برشی در آن رخ دهد. در هر چهار مدل چسبندگی- لغزش به کار گرفته شده، ابتدا ترک‌های خمشی قائم ایجاد می‌شوند و به دنبال آن ترک‌ها در اثر وجود برش به سمت افق مایل می‌شوند، در نهایت ترک‌های مایل خمش- برش به وجود می‌آیند و تیر به صورت برشی گسیخته می‌شود که به آن اصطلاحاً گسیختگی ناشی از کشش قطری گفته می‌شود.

در شکل (۱۱) نحوه انتشار ترک برای هر چهار مدل چسبندگی- لغزش نشان داده شده است. در مدل Farra، ترک-های خمشی میانی کم‌ترین و در مدل Haskett بیش‌ترین ارتفاع را نسبت به بقیه مدل‌ها دارند و نیز در مدل Den و Bigaj خرابی ایجاد شده در بالای تیر بیشتر از مابقی مدل‌ها می‌باشد.

سازی و رفتار غیر خطی بتن در نرم‌افزار با کاربرد مدل ترکیبی پلاستیک- خسارت بتن یا Concrete Damaged Plasticity تعریف شده که پیچیده‌ترین و پرکاربردترین مدل رفتاری می‌باشد. در این مدل ساختاری، مقدار زاویه اتساع بتن (Ψ) (زاویه اتساع داخلی نسبت کرنش حجمی به کرنش برشی مصالح می‌باشد) بر روی پاسخ بتن شبیه‌سازی شده تأثیرگذار می‌باشد. در این تحقیق، Ψ برابر با ۳۶ انتخاب شده است. این نکته قابل ذکر است که زاویه اتساع می‌تواند برای بتن مابین ۲۰ تا ۴۰ درجه متغیر باشد. با افزایش این زاویه، شکل‌پذیری بتن بیشتر می‌شود. با این که بار از نوع استاتیکی است، ولی به دلیل رفتار ترد و شدیداً غیر خطی مصالح، تحلیل با استفاده از تحلیل گر نوع دینامیکی صریح^۱ به صورت شبه استاتیک انجام می‌شود. برای اتصال اعضای فولادی به بتنی یا همان مدل‌سازی المان Bond-Link، از اتصال نوع Axial در دو راستای افقی و عمودی به صورت مجزا استفاده شده است. این نوع اتصال برای مدل‌سازی فنرها، ضربه گیرها و تماس‌های نقطه به نقطه استفاده می‌شود و نوعی اتصال گره به گره می‌باشد که طی آن جابجایی نسبی در راستای خط جدا کننده دو گره اتفاق می‌افتد. کلیه اجزاء با استفاده از المان‌های Truss دو بعدی دو گرهی (T2D2) مش-بندی شده‌اند. همچنین تأثیر میلگردهای عرضی بر ترک‌های خمشی و برشی مطالعه شده است. این تیر با مقطع مستطیلی، بدون میلگرد عرضی و با وجود آن مدل‌سازی شده (شکل (۹))، و اعمال بار به صورت کنترل تغییر مکان انجام شده است تا اثرات اینرسی در طول زمان حل، قابل چشم‌پوشی باقی بمانند.



شکل ۹- نمای طولی و مقطع تیر بتن آرمه Leonhard

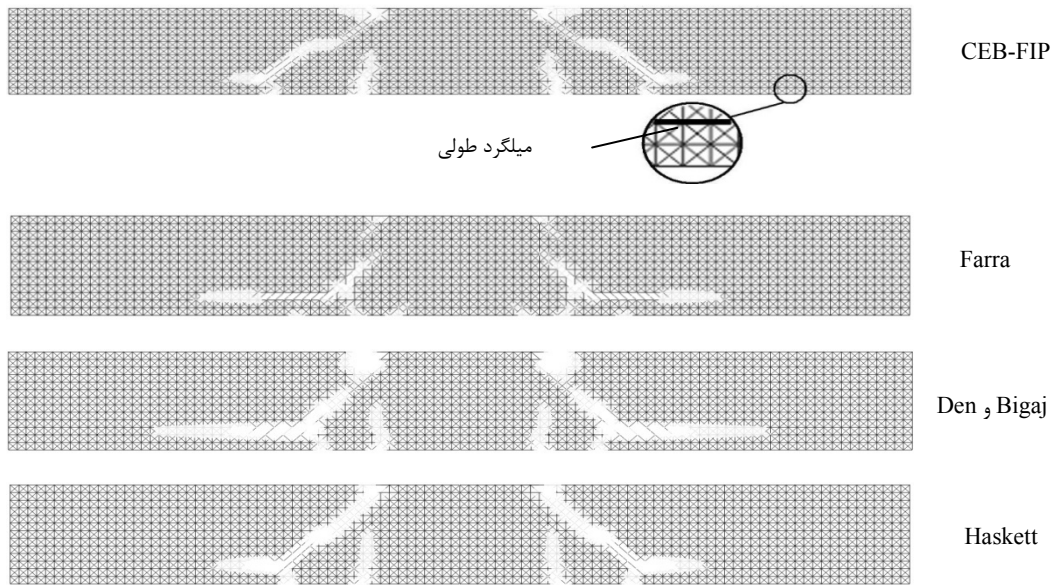
مشخصات مصالح بتنی استفاده شده عبارتند از: انرژي شکست $G_f = 6.235e^{-2} N/mm$ ، مدول یانگ $E_c = 3.172e4 MPa$ ، تنش کششی $f_t = 1.64 MPa$ ، تنش فشاری $f_c = 28.48 MPa$ ، وزن مخصوص $\rho = 2.3e^{-2} MN/m^3$ ، ضریب پواسون

و Bigaj و CEB-FIP از نظر نحوه انتشار ترک خیلی به هم نزدیک‌ترند. همچنین نتایج نشان دادند که مدل‌های مختلف چسبندگی - لغزش در نحوه انتشار ترک مؤثر می‌باشند.

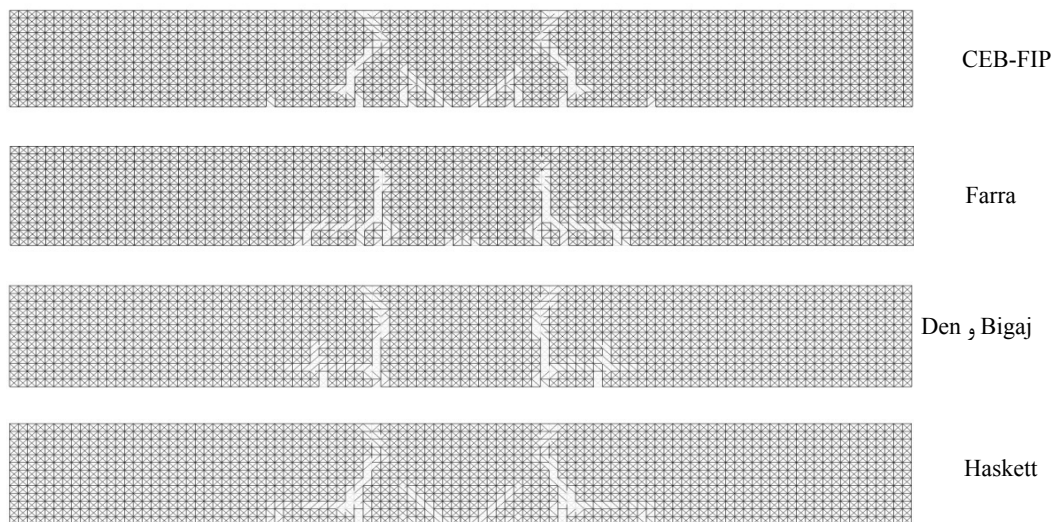
۷-۳- مطالعه رفتار تیر بتن آرمه، با میلگردهای عرضی

تیر دوم به لحاظ مشخصات مصالح و هندسه، مشابه تیر اول می‌باشد. با این تفاوت که از خاموت‌هایی با فواصل ۷/۵ سانتی-متری در آن استفاده شده است. در هر چهار مدل چسبندگی - لغزش، گسیختگی تیر به صورت خمشی رخ داده است.

ترک‌های برشی هر چهار مدل تقریباً از یک‌جا شروع شده‌اند، ولی نحوه انتشار آن‌ها متفاوت می‌باشد. در مدل Farra ترک برشی به صورت پیوسته نبوده و تمرکز تنش در آن نسبت به مدل‌های دیگر کمتر می‌باشد و همچنین در مدل Farra زاویه ترک برشی نسبت به افق بیشترین و در مدل CEB-FIP کم‌ترین مقدار را دارد. در مدل Farra ضخامت ترک‌های خمشی نسبت به مدل‌های دیگر کمتر بوده و در مدل Haskett، ضخامت ترک‌های خمشی بیشتر از مابقی مدل‌ها می‌باشد. در مدل Den و Bigaj انتشار ترک در راستای میلگرد بیشتر و در مدل CEB-FIP کمتر از مابقی مدل‌ها می‌باشد. در کل سه مدل Haskett، Den



شکل ۱۱- نحوه انتشار ترک تیر بتن آرمه بدون خاموت در زمان گسیختگی برای مدل‌های متفاوت چسبندگی - لغزش



شکل ۱۲- نحوه انتشار ترک تیر بتن آرمه تقویت شده با خاموت در زمان گسیختگی برای مدل‌های متفاوت چسبندگی - لغزش

شود.

۴- تأثیر مدل انتخابی برای چسبندگی - لغزش در عرض، فاصله، ارتفاع و زاویه ترک در اعضای بتن آرمه قابل توجه است. در چهار مدل بررسی شده، اثر چسبندگی - لغزش به شکل موضعی شدن ترک خوردگی در بتن اطراف میلگردها مشهود بود و در کل مدل CEB-FIP نحوه انتشار ترک را، هم در ترک خوردگی برشی و هم خمشی، بهتر از بقیه مدل‌ها نشان داده است.

۵- در بین مدل‌های بررسی شده، مدل Farra در شبیه‌سازی شکست تیر مدل‌سازی شده در هر دو حالت گسیختگی ناشی از ضعف برش و خمش ضعیف می‌باشد.

۶- از قابلیت‌های مهم این مدل، توانایی نشان دادن جهت ترک توسط خرابی المان است و همچنین می‌توان ترک‌های اولیه را با حذف المان تعریف کرد.

۹- مراجع

- [1] Hawkins, N. M., "The Role of Fracture Mechanics in Conventional Reinforced Concrete Design", In Shah, S. P., editor, Application of Fracture to Cementitious Composites, NATO Advanced Research Workshop, Evanston, IL, USA, 1984, pp 639-666.
- [2] ACI Committe 446, "Fracture Mechanics of Concrete: Concepts, Models and Determination of Material Properties", American Concrete Institute, 1992.
- [3] Ngo, D., Scordelis, A. C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams", Journal of ACI, 1967, 64 (3), 152-163.
- [4] Rashid, Y. R., "Ultimate Strength Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels", Nuclear Engineering and Design, 1968, 7 (4), 334-344.
- [5] Bazant, Z. P., Ozbolt, J., "Nonlocal Microplane Model for Fracture, Damage, and Size Effect in Structures", ASCE Journal of Engineering Mechanics, 1990, 116 (11), 2485-2505.
- [6] Schlangen, E., Van Mier, J. G. M., "Experimental and Numerical Analysis of Micromechanisms of Fracture of Cement-Based Composites", Cement and Concrete Composites, 1992, 14 (2), 105-118.
- [7] De Groot, A. K., Kusters G. M. A., Monnier T., "Numerical Modelling of Bond-slip Behavior", Concrete Mechanics, 1981, 26 (1B), 6-38.
- [8] SIMULIA, "ABAQUS Version 6.11-3", Dassault Systemes, 2011.

شکل (۱۲) نشان می‌دهد که مدل‌های گوناگون چسبندگی - لغزش تأثیر قابل توجهی در تعداد ترک‌های ایجاد شده، نحوه انتشار و فاصله ترک‌های تیر بتن آرمه دارند. مدل CEB-FIP و Haskett تقریباً مشابه هم می‌باشند در حالی که در مدل Den و Bigaj و Farra ترک‌های کمی در قسمت میانی دیده می‌شود. در مدل Den و Bigaj برخلاف مابقی مدل‌ها، در مرکز تیر ترکی در بتن پوششی ایجاد نشده و نیز در مدل CEB-FIP و Haskett ترک‌های ایجاد شده در بتن پوششی مرکزی به سمت بالای مقطع تیر انتشار یافته ولی در مدل Farra بالاتر از میلگرد طولی انتشار نیافته است. از طرف دیگر، در مدل Farra و مدل Bigaj ترک‌های ایجاد شده در بتن پوششی طرفین بیرونی ترک‌های اصلی بیشتر از دو مدل دیگر است و به بالای میلگرد نیز انتشار یافته‌اند. در مدل Farra و مدل Den و Bigaj ترک‌های اصلی تقریباً به صورت مستقیم هستند؛ ولی در دو مدل دیگر به صورت منحنی‌وار می‌باشند. در کل الگوی انتشار ترک با وجود میلگردهای برشی در مدل‌های Haskett و CEB-FIP نسبت به دو مدل دیگر بهتر شبیه‌سازی شده است.

۸- نتیجه‌گیری

به طور کلی هدف از طراحی یک سازه، تأمین ایمنی در مقابل فروریختگی و تضمین عملکرد مناسب در زمان بهره‌برداری است. بنابر این مدل‌سازی اعضای بتن آرمه برای پیش‌بینی دقیق مقاومت واقعی سازه و تعیین اثرات داخلی بارهای وارده بر آن ضروری است. نتایج تحقیق حاضر که شامل ارزیابی ترک - خوردگی یک تیر بتن آرمه با مدل شبکه‌ای شکل در سطح بزرگ مقیاس بر مبنای مکانیک شکست و با بررسی چهار مدل مختلف چسبندگی - لغزش، می‌باشد به صورت ذیل می‌باشند:

۱- نتایج ارزیابی نشان دادند که مدل‌های تحلیلی به کار رفته قادر به بازتولید اغلب جنبه‌های مهم انتشار ترک در اعضای بتن - آرمه تحت بارگذاری یکنواخت هستند. در ضمن این مدل‌ها می‌توانند عملکرد پسا- اوج اعضاء بتن آرمه را نیز به خوبی نشان دهند.

۲- مدل شبکه‌ای به خوبی می‌تواند در تیر تقویت شده با میلگردهای برشی، ترک‌های برشی مدل را محدود کند و بر این اساس مقاومت تغییر شکل برشی تیر را بهبود بخشد و در نتیجه گسیختگی خمشی مدل را نشان دهد.

۳- المان Bond-Link تعریف شده با روش کمینه انرژی قادر است اثر چسبندگی - لغزش را در فاصله ترک منعکس کند؛ به طوری که بتن بین ترک‌ها در الگوی نهایی ترک، باربرداری می‌

- Characteristics of Steel Reinforcing Bars", *Engineering Structures*, 2008, 30 (2), 376-383.
- [17] Hrennikoff, A., "Solutions of Problems of Elasticity by the Framework Method", *Journal of Applied Mechanics*, 8, 169-175.
- [18] Niwa, J., Choi, I. C., Tanabe, T., "Analytical Study for Shear Resisting Mechanism Using Lattice Model", *Concrete Library of JSCE*, 1995, No. 26, pp 95-109.
- [19] Chen, G., Baker, G., "Influence of Bond Slip on Crack Spacing in Numerical Modeling of Reinforced Concrete", *Journal of Structural Engineering*, 2003, 129 (11), 1514-1521.
- [20] Miki, T., "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures Subjected to Seismic Loads by Using Three-Dimensional Lattice Model", PhD Thesis, Department of Civil Engineering, University of Tokyo, 2004.
- [21] Kim, K., Bolander, J. E., Lim, Y., M., "Failure Simulation of RC Structures under Highly Dynamic Conditions using Random Lattice Models", *Computers & Structures*, 2013, 125, 127-136.
- [22] Bazant, Z. P., Oh, B. H., "Crack Band Theory for Fracture of Concrete", *International Conference on Materials and Structures RILEM*, Paris, France, February, 1983, pp 155-177.
- [23] Leonhardt, Walther, "Shear Tests on Single Span Reinforced Concrete Beams Wrester with and Without Shear Reinforcement", *German Committee for Reinforced Concrete*, 1962.
- [9] Chen, G., Baker, G., "Energy Approach to Numerical Modeling of Crack Spacing in Reinforced Concrete", *Recent advances in computational science and engineering*, H. P. Lee and K. Kumer.eds., Imperial College Press, Singapore, 2002, pp 569-572.
- [10] Chen, G., Baker, G., Hunt, G. W., "Computational Approach to Localization Using Global Energy Minimization", *Computers & Structures*, 2000, 78 (4), 529-536.
- [11] Ciampi, V., Eligehausen, R., Bertero, V. V., Popov, E. P., "Analytical Model for Deformed-Bar Bond under Generalized Excitations", *Transactions of IABSE Colloquium on Advanced Mechanics of Reinforced Concrete*, Delft, Netherlands, 1981.
- [12] CEB-FIP, "CEB-FIP Model Code 1990: Design Code", London: Telford, 1993.
- [13] Farra, B., "Influence of Concrete Strength and Bond to Reinforcement on Cracking (in French)", PhD Thesis, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1995.
- [14] Den Ujil, J., Bigaj, A. J., "A Bond Model for Ribbed Bars Based on Concrete Loaded in Compression," *Heron*, 1996, 41 (3), 201-226.
- [15] Akkermann, J., "Rotationsverhalten von Stahlbeton Rahmenecken," PhD Thesis, Institut fuer Massivbau und Baustofftechnologie, Universitaet Karlsruhe, 2001.
- [16] Haskett, M., Oehlers, D. J., Mohammed Ali, M. S., "Local and Global Bond

EXTENDED ABSTRACT

Investigation of the Effect of Bond-Slip on Cracking of RC Beams Utilizing Lattice Models

Hamid Shojaeifar ^a, Masood Farzam ^{b,*}

^a Faculty of Civil Engineering, Young Researchers and Elite Club, Maragheh Branch, Islamic Azad University, Maragheh, Iran

^b Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

Received: 26 December 2013; **Accepted:** 22 June 2014

Keywords:

Lattice model, Fracture mechanics, Crack propagation, Bond-slip relationship

1. Introduction

Cracking analysis of reinforced concrete structures is a necessary stage in their design. Determining the width of cracks and crack length is generally an empirical argument; however, analytical relations have been introduced for this purpose. Despite numerous studies in this area, provided relationships in estimating the distance of the cracks, the crack width and crack propagation mode in most situations seem insufficient. The purpose of this study is to investigate the effect of different models bond-slip behavior of reinforced concrete beams, with or without transverse bars, and also large-scale analysis is used. Bond between concrete and steel on the performance and lifetime of structures under the loading have a significant impact and weak bond can cause problems in force transfer mechanism, resulting in the increase of deformation, number of cracks, cracks width and reduces the bearing capacity of reinforced concrete members. These factors, in turn, can lead to sudden failure of members. Therefore, predicting the behavior of bond-slip in reinforced concrete structures is essential. Previously, many experimental works have been done to evaluate and understand how the crack propagation occurs. Most of these research works were done on the bond behavior of concrete specimens with steel rods buried in them. Methods proposed by researchers are only applicable to small samples and are not suitable for reinforced concrete structures. Few studies have been done to confirm and refine bond-slip models (which are obtained experimentally); however, it seems that this issue requires further studies.

In the present study, four bond-slip models (CEB-FIP, Farra, Den and Bigaj, and Haskett) in numerical analysis are applied to study their effect on the amount of crack width, crack spacing and crack propagation in reinforced concrete members. In order to show the effect of bond-slip on the performance of reinforced concrete structures, tested beam by Leonhardt [1] with the same geometry and material has been modeled in ABAQUS software [2] and crack propagation has been investigated, using nonlinear analysis and numerical lattice model. The bond-link element proposed by Ngo and Scordelis [3] has been used to model the bond between concrete and steel.

2. Methodology

2.1. Lattice model

In the past 50 years, lattice models have been used for different purposes and in different species. One recent study by Kim et al. [4] was carried out in which the fracture behavior of concrete structures was simulated using random lattice model with four-point bending test with high speed loading. In this research, a lattice model based on frame method which was proposed by Hrennikoff [5] was used. In this way, a structure was modeled with pattern of similar truss members (Fig. 1), cracking process and its propagation was shown by the failure of the concrete bar elements. According to the suggestion of Chen and Baker [6], lengths of vertical and horizontal members were equal and cross-section lateral members and diagonal members were considered equal. Each truss element consists of a two point of same levels in two directions which are perpendicular and parallel to the bar which has a nodal displacement. In the lattice model, horizontal and vertical members resist against normal stress, and diagonal

* Corresponding Author

E-mail addresses: hshojaeifar@yahoo.com (Hamid Shojaeifar), mafarzam@tabrizu.ac.ir (Masood Farzam).

members resist against shear stress. Thus, this model is expected to estimate both flexure and shear failures and shear carrying capacity of reinforced concrete members with acceptable accuracy. In addition, because the lattice model can divide a concrete member into the truss elements, the internal stresses can be easily followed.

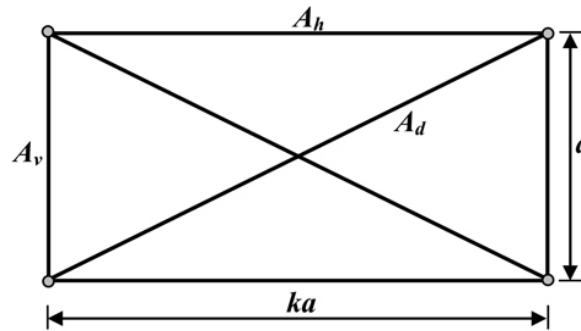


Fig. 1. Model of truss elements for plane stress problems [5]

In Fig. 1 A_h , A_v and A_d are the horizontal, vertical and diagonal cross-section of truss members, respectively, and can be determined by Eq. (1) - (3):

$$A_h = \frac{3}{8}(3 - k^2)at \tag{1}$$

$$A_d = \frac{3}{16} \frac{(1 + k^2)^{3/2}}{k} at \tag{2}$$

$$A_v = \frac{3}{16} \frac{(3k^2 - 1)}{k} at \tag{3}$$

where t is the thickness of the plate, a , is vertical member length and k , is the length ratio of vertical to horizontal member.

2.2. Bond-link element

As schematically shown in Fig. 2, a bond-link element consists of two linear springs parallel to a set of orthogonal axes ξ and η that are in angle ψ with global coordinates. Bond-link element in terms of concept composed of the two non-linear springs and the two nodes with the same coordinates that are connected to one in parallel with bar axis and another is perpendicular to it. Force component in the direction of the axis bar, the pull-out force and its perpendicular component is the radial splitting force.

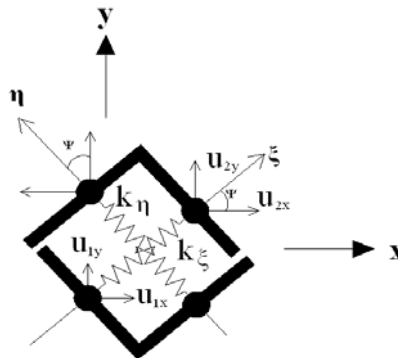


Fig. 2. Bond-link element

2.3. FE modeling

The multi-purpose FEM-based software package, ABAQUS was used for the numerical modeling and analysis. In this study, truss members of the lattice model are modeled by two-dimensional wire elements and nonlinear behavior of concrete in software is defined using Concrete Damaged Plasticity model. This model is one of the most

widely used models. Although loading is static, but due to the highly nonlinear behavior and brittle materials, explicit dynamic analysis is performed as quasi-static. To model the Bond-link elements, axial type of connection between two separate horizontal and vertical alignments is used. All the components using a two-node and two-dimensional truss element (T2D2) are meshed.

3. Results and discussion

3.1. Behavior of RC beam without transverse bar

In Farra model, middle flexural cracks have the minimum height and in Haskett model they have maximum height compared to the other models. The damage of Den and Bigaj model which is created in the top of the beam is greater than the other models. In all four models, the shear cracks begin almost together, but their propagations are different. In the Farra model, shear cracks are not continuous and stress concentration is lower than other models and also in the Farra model, shear crack angle to the horizon is the highest and in the CEB-FIP model, it is the lowest. In the Farra model, flexural cracks thickness is less than other models and the Haskett model, flexural crack thickness is greater than the other models. In the Den and Bigaj model, crack propagation along the bar is high and in the CEB-FIP model it is less than the other models. In general, in terms of crack propagation, three models of Haskett, Den and Bigaj and CEB-FIP are much closer to each other. Also results show that different models of bond-slip can affect the crack propagation.

3.2. Behavior of RC beam with transverse bar

In all bond-slip models, the flexural failure is occurs in the beam. CEB-FIP and Haskett models are nearly the same, while in Den and Bigaj and Farra models, small cracks are seen in the middle part. In Den and Bigaj model, unlike the rest of the models, crack of concrete cover was not created in the center of the beam and also in the CEB-FIP and Hasket model, cracks in concrete cover center was propagated to the top of the beam's cross section. In Farra and Den and Bigaj models, major cracks are almost straight, but in the other two models they are curved. In general, the propagation pattern of cracks with shear bars in Haskett and CEB-FIP models better simulated compared to the other two models.

4. Conclusions

The main scope of the present study includes the assessment of cracked reinforced concrete beam with a large scale lattice model based on fracture mechanics and the evaluation of four different models of bond-slip. According to the findings of this study, the following conclusions can be attained:

- The results show that the analytical model used are able to reproduce the most important aspects of crack propagation in reinforced concrete members under monotonic loading.
- Lattice model can limit the shear cracks in the reinforcement beam with shear bars properly.
- Bond-link element defined by minimum energy method is able to reflect the effect of bond-slip in the distance of cracks as the concrete between the cracks will be unloaded in the final pattern of cracks.
- In the four models studied, the effect of bond-slip was evident in the form of localized cracks in concrete around the bars. Overall, the CEB-FIP model can show crack propagation better than other models both in shear and flexural cracks.
- An important feature of this model is the ability to show the crack orientation by the element failure. It can also specify the initial cracks with element removing.

5. References

- [1] Leonhardt, Walther, "Shear Tests on Single Span Reinforced Concrete Beams Wrestle with and Without Shear Reinforcement", German Committee for Reinforced Concrete, 1962.
- [2] SIMULIA, "ABAQUS Version 6.11-3", Dassault Systemes, 2011.
- [3] Ngo, D., Scordelis, A. C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams", Journal of ACI, 1967, 64 (3), 152-163.
- [4] Kim, K., Bolander, J. E., Lim, Y., M., "Failure Simulation of RC Structures under Highly Dynamic Conditions using Random Lattice Models", Computers & Structures, 2013, 125, 127-136..
- [5] Hrennikoff, A., "Solutions of Problems of Elasticity by the Framework Method", Journal of Applied Mechanics, 8, 169-175.
- [6] Chen, G., Baker, G., "Influence of Bond Slip on Crack Spacing in Numerical Modeling of Reinforced Concrete", Journal of Structural Engineering, 2003, 129 (11), 1514-1521.