

EXTENDED ABSTRACT

Dynamic Response of a Floating Transverse Beam due to Slamming with Considering Wagner Theory

Hassan Jafarian Kafshgarkolaei, Mohammad Ali Lotfollahi-Yaghin, Alireza Mojtahedi *

Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz 5166616471, Iran

Received: 03 May 2023; Reviewed: 19 November 2023; Accepted: 25 November 2023

Keywords:

Analytical method, Dynamic response, Floating structures, Added mass, Sea waves (Slamming).

1. Introduction

To study the response of the hydrodynamic forces of the passing impact, the simplest structure, which is a beam, is selected, and its pressure and response are assumed to be two-dimensional. The Euler-Bernoulli classical beam theory is used on the assumption that the natural cross-sectional area of a plate remains flat during deformation. In the two-dimensional state, the body is assumed to enter the water surface vertically, which means that the fluid flow is symmetrical. The theory of pressure-induced wedge plate vibration model is proposed using Euler beam theory assuming boundary conditions and constant loading.

2. Wagner's classical slamming loading theory

Wagner developed the method of the theory of the wedge inserted in water, taking into account the height of the free surface. The assumptions are that the fluid is non-viscous and incompressible, and the acceleration of the fluid is much greater than gravity, so gravity can be ignored.

3. Results and discussion

3.1. Beam vibration analysis under slamming load

The equation governing the beam in local coordinates is written as equation (1).

$$I \frac{\partial^4}{\partial \eta^4} w(\eta, t) + \mu(t) \frac{\partial^2}{\partial t^2} w(\eta, t) = p(\eta, t) \quad (1)$$

The sides of the equation along the entire length of the beam are obtained as equation (2).

$$EI \sum_{i=1}^n k_{ij} T_i(t) + \mu(t) \delta_{ij} \frac{d^2}{dt^2} T_i(t) = f_j(t) k_{ij} = \int_0^L X_j(\eta) \frac{\partial^4}{\partial x^4} X_i(\eta) d\eta \quad f_i(t) = \int_0^{\eta_0} X_i(\eta) p(\eta, t) d\eta \quad (2)$$

3.2. The effect of added mass at different cross-section angles

The response of the deformation in the middle span of the double-ended joint beam with the cross-section angle $\beta=45^\circ$ and the vertical velocity of the impact is constant and equal to $V=5\text{m/s}$ in two cases without the effect of added mass and with the effect of added mass was investigated. In the case with the effect of added mass, the graph has a little more curvature, but the range of deformation in the middle of the span is the same. The bending moment in the middle span in two cases without the effect of added mass and with the effect of added mass was investigated. In this case, the effect of the added mass causes a slightly greater curvature, but the range of the bending moment in the middle of the span is the same.

The deformation of the middle span with cross section angle $\beta=15^\circ$ in two cases without the effect of added mass and with the effect of added mass was investigated. In this case, the maximum response rate has increased significantly and the graph is more curved. The bending moment in the middle span with cross section angle $\beta=15^\circ$ in two cases without the effect of added mass and with the effect of added mass was investigated. In this case, the maximum response has increased significantly and the graph is more curved.

By comparing, it can be seen that by reducing the cross-section angle, the effect of the added mass becomes more visible in the responses, and by considering the effect of the added mass, the maximum responses increase.

3.3. The effect of added mass at different speeds

The deformation response of the middle span with the section angle $\beta=15^\circ$ and the passing speed $V=10\text{m/s}$ in two cases without the effect of added mass and with the effect of added mass was investigated. As it is clear from the graphs, in the case with the effect of added mass, the graph has a greater response and increases with a more uniform slope.

The bending moment in the middle of the span with the cross-section angle $\beta=15^\circ$ and the vertical speed of the constant impact equal to $V=10\text{m/s}$ in two cases was investigated. As it is clear from the graphs, in the case with the effect of added mass, the graph has a greater response and increases with a more uniform slope.

It can also be seen in the comparison of different speeds that with the increase in speed, the effect of the added mass on the response of the structure is greater.

4. Conclusions

The effect of passing speed has been investigated, and the deformation response in the state with the effect of added mass of the maximum graph has a greater response and increases with a more uniform slope. Also, the bending moment graph has a greater maximum response and increases with a more uniform slope. With the increase in speed, the influence of the added mass on the responses of the structure is greater.

Also, the influence of the cross-section angle has been investigated, which in the case of the deformation of the middle of the span with the effect of the added mass, the maximum response rate has increased and the graph has more curvature. The bending moment diagram with the effect of added mass, the maximum amount of response increases and has more curvature. By reducing the cross-section angle, the effect of added mass becomes more visible in the responses. Also, taking into account the effect of added mass, the maximum responses increase.

The effect of passing speed has also been investigated, and the deformation response in the state with the effect of added mass of the maximum graph has a greater response and increases with a more uniform slope. Also, the bending moment graph has a greater maximum response and increases with a more uniform slope. With the increase in speed, the influence of the added mass on the responses of the structure is greater.

پاسخ دینامیکی تیر عرضی بدنه شناور تحت اثر اسلمینگ توسط تئوری کلاسیک واگنر

حسن جعفریان کفشگر کلایی¹، محمدعلی لطف‌الهی یقین²، علیرضا مجتهدی^{3*}

¹ دکتری، گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

² استاد گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

³ دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

دریافت: 1402/2/13، بازنگری: 1402/8/28، پذیرش: 1402/9/4، نشر آنلاین: 1402/9/4

چکیده

در این مقاله، اثرات نیروهای ضربه‌ای هیدرودینامیکی بر رفتار شناورهای دریایی به‌صورت ارتعاشات خمشی مورد بررسی قرار گرفته است. پاسخ تحلیلی رفتار هیدروالاستیک شناورها تحت نیروی اسلمینگ (Slamming)، با تمرکز بر بررسی نیروهای اسلمینگ و توزیع فشار آن بر روی بدنه شناورها در بُعد دو، انجام شده است. پاسخ شناورها زیر بار اسلمینگ با مطالعه تحلیلی یک تیر اویلر-برنولی (Euler-Bernoulli) به‌عنوان مقطع زیرین یک شناور و همچنین جرم افزوده اثرات اندرکنش سازه و سیال و نیروی اسلمینگ نیز توسط تابع پتانسیل سرعت در نظر گرفته شده است. روش حل مسئله از طریق بسط سری چندجمله‌ای به‌صورت تحلیلی تبیین شده و نتایج نشان داده‌اند که کاهش زاویه مقطع جرم افزوده منجر به بیشتر شدن تأثیر آن در پاسخ‌های سازه می‌شود. همچنین، در نتیجه در نظر گرفتن جرم افزوده، بیشینه پاسخ‌ها افزایش می‌یابد. افزایش سرعت نیز منجر به افزایش تأثیر جرم افزوده بر پاسخ‌های سازه می‌شود. همچنین نتایج نشان می‌دهد که با افزایش سرعت، تأثیرات جرم افزوده بر روی پاسخ‌های سازه بیشتر می‌شود.

کلیدواژه‌ها: روش تحلیلی، پاسخ دینامیکی، سازه شناور، جرم افزوده، نیروی امواج دریا (اسلمینگ).

1- مقدمه

بررسی رفتار الاستیک و دینامیکی شناورها و سازه‌های هیدروالاستیک دریایی امری اساسی است.

برای مطالعه پاسخ نیروهای هیدرودینامیکی ضربه عبوری، یک سازه ساده، یعنی یک تیر، به‌عنوان مدل انتخاب شده و واکنش آن به‌صورت دوبعدی در نظر گرفته شده است. از تئوری کلاسیک اویلر-برنولی برای تیر بهره برده شده که فرض می‌شود در تغییر شکل، سطح مقطع طبیعی صفحه‌ای باقی می‌ماند. این مدل‌سازی در حالت دوبعدی انجام شده که بدنه به‌صورت عمودی به سطح آب وارد می‌شود و به این معنی است که جریان سیال متقارن است. مدل‌سازی ارتعاشات صفحه ناشی از فشار با استفاده از تئوری تیر اویلر با در نظر گرفتن شرایط مرزی و بارگذاری ثابت ارائه شده

تأثیر ضربات امواج دریایی بر بدنه شناورها، معمولاً به‌عنوان اسلمینگ شناور شناخته می‌شود، یک مسئله پیچیده است که برای طراحی سازه‌های شناور در سرعت‌های بالا اهمیت دارد. در شرایط آب و هوایی سخت دریا، شناورها به‌صورت دائمی با امواج آب در تماس هستند که این واقعه منجر به ضربات امواج یا اسلمینگ بر سازه می‌شود.

تحقیقات آکادمیک، به‌خصوص در زمینه تعاملات انعطاف‌پذیر سیال و سازه، در دهه‌های اخیر در کاربردهای عملی بسیاری مورد استفاده قرار گرفته است. پیش‌بینی فشارهای ضربه‌ای هیدرودینامیک به‌عنوان یک شاخص مهم برای طراحی سازه‌های شناور دریایی با سرعت بالا بسیار حائز اهمیت است. بنابراین،



است و معادله حرکت برای تیر با در نظر گرفتن اینرسی چرخشی کوچک، به دست آمده است.

2- مرور بر ادبیات فنی

Wagner (1932) جریان سیال را با استفاده از تابع پتانسیل به دست آورد. در حالت سیال تراکم ناپذیر چرخش جریان برابر صفر بوده و به کمک معادله لاپلاس جریان سیال با استفاده از معادله اندازه حرکت به دست آمد. همچنین نیروی هیدرودینامیک را با انتگرال گیری از فشار روی سطح بدنه شناور و اعمال شرایط مرزی به دست آورد.

Korobkin (2004) یک مدل ریاضیاتی به منظور پیش بینی توزیع فشار هیدرودینامیک وارده بر بدنه شناور در معرض ضربه سیال پرداخت، که معیاری جهت طراحی شناورهای دریایی می باشد. توجه ویژه مدل تحلیلی بر مبنای پتانسیل سرعت با استفاده از تئوری کلاسیک واگنر¹ بود. فرمول مورد استفاده با کمک تئوری واگنر نیروی بیشتری نسبت به موارد محاسبه شده بر بدنه شناورها ارائه داد. به منظور بهبود پیش بینی در معادله برنولی از مرتبه بالاتری در مدل واگنر استفاده شد. نتایج نشان داد که مدل واگنر با داده های آزمایشگاهی در زوایای مقطع خاص سازگاری داشت.

Wang و Soare (2013) به بررسی نیروی اسلمینگ با زاویه های متفاوت با استفاده از کدهای اجزای محدودی پرداختند. آن ها در مدل سازی خود اندرکنش سازه- سیال با فرمول بندی اوپلری- لاگرانژی و روش پنالتی و مقایسه آن با کارهای آزمایشگاهی و محاسبات عددی دیگر را ارائه دادند. در فرمول بندی اوپلری- لاگرانژی در نرم افزار اجزای محدود با توجه به فرمول بندی اوپلری چند ماده ای بین بدنه و سیال، مش بندی ها اجازه حرکت داشته و در مرحله بعد وضعیت المان متغیر به مش بندی مرجع قبلی برمی گردد. نیروهای پیش بینی شده در روش اجزای محدود با محاسبات حاصل از المان مرزی به خصوص در زاویه های کم، تطابق خیلی خوبی داشت. اما نتایج آزمایشگاهی به دلیل اختلاف بین تاریخچه زمانی سرعت ضربات، با نتایج کار آن ها در زوایای مقطع کم، یکسان نبود.

Lv و Grenstedt (2013) در مورد اسلمینگ با بررسی تحلیلی و در فاز نخست آن تحقیقی ارائه دادند که با استفاده از تیر الاستیک خطی اوپلر- برنولی به عنوان سازه و نیروی اسلمینگ به صورت یک فشار اولیه با شدت زیاد به همراه یک فشار کوچک تر و ثابت که با سرعت ثابت در طول تیر در حال عبور بوده را مدل سازی کردند. مسئله با استفاده از تبدیل انتگرال سینوسی

فوریه در فضا و تبدیل انتگرال لاپلاس- کارسن² در زمان حل شد. تغییر شکل و لنگر خمشی به عنوان توابعی از زمان در مکان، سرعت های مختلف و سختی خمشی به کار رفته است. همچنین با توجه به اهمیت فشار با شدت زیاد که همواره با اسلمینگ همراه می باشد مورد مطالعه قرار گرفت، که در سرعت های پایین کمتر از نصف سرعت مشخصه شناور نیروی اسلمینگ تأثیر کمی داشته، هر چند در نیروهای با سرعت بالاتر بیشتر از سه برابر سرعت مشخصه شناور تأثیر آن قابل ملاحظه و در حدود 30 تا 40 درصد است.

Lv و Grenstedt (2015) یک مطالعه تحلیلی دیگر در مورد نیروهای اسلمینگ بر روی شناورها ارائه دادند. تفاوت اصلی در این تحقیق مرحله ارتعاش بعد از آن می باشد. تغییر شکل و لنگر خمشی به عنوان توابعی از زمان و مکان برای سختی و خمشی اسلمینگ های با سرعت های متفاوت ارائه شد. لنگر خمشی و تغییر شکل بیشینه تقریباً در هنگام عبور نیروی اسلمینگ در مقایسه با کوچک ترین دوره تناوب طبیعی قابل مقایسه است. در سرعت های اسلمینگ زیاد پاسخ ها کمتر بوده و پاسخ حداکثر بعد از عبور اسلم از روی تیر یعنی فاز ارتعاش اتفاق می افتد. همچنین فشار اولیه حداکثر مورد مطالعه قرار گرفت و مشخص گردید که همیشه منجر به پاسخ حداکثر سازه نشده و نیروی نهایی حداکثر اسلم بر پاسخ سازه تأثیر بسزایی دارد.

Hassanabadi و همکاران (2013) یک روش جدید تحلیل ارتعاش تیر نازک با ضخامت غیر یکنواخت با استفاده از بسط سری چند جمله ای متعامد³ ارائه دادند. قابلیت OPSEM در ارزیابی فرکانس های ارتعاش آزاد و شکل مدهای تیر اوپلر- برنولی با ضخامت متغیر شامل تیرهای پیوسته چند دهانه با شرایط مرزی مختلف مورد مطالعه قرار گرفت. همچنین تحلیل دینامیکی تیر با بستر قابل انعطاف مانند تیر دو سر آزاد بر روی بستر الاستیک نیز مورد توجه قرار گرفت.

Ebrahimi و همکاران (2015) رفتار دینامیکی تیر چند دهانه پیوسته تحت تأثیر جرم نوسانگر را مورد مطالعه قرار دادند. ضریب بزرگنمایی دینامیکی به صورت گسترده برای نوسانگرهای با جرم، سختی و سرعت های مختلف مورد بررسی قرار گرفت. در حالت مفروض، نتایج موجود با پاسخ های منتشر شده مدل نیروی متحرک و جرم متحرک قبلی سازگاری نزدیکی داشت. همچنین نشان داده شد که پاسخ ارتعاش سازه در اثر سختی جرم های نوسانگر می تواند به طور قابل توجهی تغییر کند.

Lotfollahi-Yaghin و همکاران (2015) حداکثر پاسخ دینامیکی تیر اوپلر- برنولی در معرض جرم متحرک را به طور گسترده برای شرایط مرزی مختلف مورد بررسی قرار دادند. پاسخ

3. OPSEM

1. Wagner

2. Laplace-Carsen

که در آن C_1, \dots, C_4 ثابت‌های انتگرال و \sinh و \cosh به ترتیب توابع سینوس و کسینوس هایپربولیک³ هستند. پاسخ برای رابطه (2) رفتار سینوسی داشته و برای مسئله ارتعاش بدون میرایی رابطه (4) را داریم (Qatu و Leissa، 2011).

$$T(t) = D_1 \sin \omega t + D_2 \cos \omega t \quad (4)$$

که در آن D_1 و D_2 ثابت‌های دیگر انتگرال‌گیری می‌باشند. هنگامی که رابطه (3) در رابطه (4) ضرب شود $w(x, t)$ به دست می‌آید و هشت ثابت انتگرال‌گیری ترکیبی نیز نتیجه می‌شود. همچنین با تعمیم معادله حرکت (1) برای ارتعاش اجباری تیر با مقطع یکنواخت و میرایی معادله (5) به دست می‌آید (Qatu، 2011).

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} = P \quad (5)$$

که در آن $p = p(x, t)$ یک نیروی گسترده (با واحد نیروی بر طول) و C ضریب میرایی ویسکوز (با واحد نیرو در زمان بر طول مربع) وابسته به پارامترهایی مانند ویسکوزیته اطراف مقطع عرضی تیر می‌باشد. با استفاده از روش برهم‌نهی توابع ویژه، فرض می‌شود که تابع بارگذاری به صورت اندیسی با رابطه (6) بیان می‌شود (Jafarian و همکاران، 2019).

$$P(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} p_i(t) X_i(x) \quad (6)$$

که در آن X_i تابع ویژه ارتعاش آزاد نامیرا برای X_i امین مد مسئله ارتعاش تیر می‌باشد. با ضرب دو طرف رابطه (6) در یک تابع ویژه X_j همچنین با انتگرال‌گیری در طول تیر و استفاده از خاصیت تعامد (یعنی انتگرال ضرب داخلی آن‌ها صفر می‌باشد) و توسعه معادله (1)، فرمول برای تعیین $p_i(t)$ به دست می‌آید.

3-2- تئوری کلاسیک بارگذاری اسلیمینگ واگنر

Wagner (1932) روش تئوری گوه وارده شده در آب را با در نظر گرفتن ارتفاع سطح آزاد توسعه داد. فرضیات بدین صورت بوده که سیال به صورت غیرلزج و تراکم‌ناپذیر و همچنین شتاب سیال نیز از گرانش خیلی بزرگتر بوده، بنابراین گرانش را می‌توان نادیده گرفت. در این حالت جریان به صورت معادله (7) توصیف می‌شود (Korobkin، 2004).

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (7)$$

$y < 0$

تیر با استفاده از روش عددی بسط سری چندجمله‌ای متعامد به دست آمد. تأکید شد که حداکثر مطلق پاسخ دینامیکی تیر لزوماً در وسط دهانه اتفاق نمی‌افتد و بنابراین تحلیل‌های مرسوم نیازمند اصلاحات گردید. همچنین مطالعات گسترده پارامتریک با در نظرگیری سرعت و جرم متحرک ورودی با روش مرسوم مورد بررسی دقیق قرار گرفت.

Jafarian و همکاران (2019) یک شیوه جدید از روش گسترش سری چندجمله‌ای‌های متعامد برای تجزیه و تحلیل ارتعاشات پانل‌های بدنه پایین ناشی از حرکت بارهای ضربه‌ای سیال ارائه دادند. در مدل ریاضی ارائه شده مرحله ابتدایی اسلیمینگ، تیر اوپلر-برنولی الاستیک خطی با ضخامت یکنواخت در نظر گرفته شده، رفتار ساختاری پانل پایین را بیان می‌کند. این چارچوب توسعه یافته پدیده گیبس¹ را ارائه و تغییر شکل تیر و لنگر خمشی را با انتگرال‌گیری مستقیم ارائه می‌کند. راه حل پیشنهادی از نظر تعداد توابع شکل، نرخ همگرایی بالاتری را نسبت به روش مرسوم نشان می‌دهد.

3- معادلات حاکم و روش تحقیق

3-1- معادلات حرکت ارتعاش عرضی تیر

معادله حرکت ارتعاش عرضی تیر در حالت بدون میرایی از معادله (1) به دست می‌آید (Qatu و Leissa، 2011).

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P \quad (1)$$

که در آن ρ جرم در واحد حجم، A سطح مقطع، EI صلبیت خمشی (به عنوان مدول یانگ² مصالح و I معرف ممان اینرسی سطح مقطع با توجه به محور خنثی) می‌باشد. در این حالت از معادله حرکت برای مقطع عرضی متغیر تیر با سطح مقطع $A = A(x)$ و $I = I(x)$ و همچنین برای تیر غیرهمگن با $E = E(x)$ و $\rho = \rho(x)$ نیز کاربردی می‌باشد. البته تئوری تیر اوپلر-برنولی استاندارد تنها به مواد الاستیک خطی محدود می‌شود.

پاسخ معادله دیفرانسیل برای ارتعاش آزاد، با استفاده از روند جداسازی متغیرها جواب معادله (1) به صورت رابطه (2) فرض می‌شود. (Qatu و Leissa، 2011)

$$w(x, t) = XT \quad (2)$$

بنابراین پاسخ رابطه (2) به صورت رابطه (3) تبدیل می‌شود (Qatu و Leissa، 2011).

$$X(x) = C_1 \sin ax + C_2 \cos ax + C_3 \sinh ax + C_4 \cosh ax \quad (3)$$

$$L(t) = \frac{\pi}{2 \tan \beta} \int_0^t V(\tau) d\tau \quad (16)$$

4- تحلیل معادلات و ارائه نتایج

4-1- تحلیل ارتعاش تیر تحت بار اسلمینگ به روش

چندجمله‌ای متعامد یکه پایه OPSEM

اگر $w(x, t)$ توابع سری چندجمله‌ای متعامد یکه پایه¹ برای تیر نازک باشند، می‌توان تابع $w(x, t)$ را به صورت یکسری نامتناهی از توابع چندجمله‌ای متعامد یکه $X_i(x)$ در نظر گرفته و برای میدان تغییر مکانی تیر به صورت رابطه (17) به کار گرفت (Hassanabadi و همکاران، 2013).

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n T_i(t) X_i(x) \quad (17)$$

به منظور تأثیر جرم افزوده و اصلاح مقدار جرم در معادلات ارتعاش، جرم افزوده سیال در عرض واحد تیر به صورت رابطه (18) در نظر گرفته می‌شود.

$$\mu_0 = \frac{m_b}{L} = \rho A \quad (18)$$

که در آن μ_0 جرم واحد طول تیر در حالت خشک، m_b جرم تیر در حالت خشک، L ، ρ و A به ترتیب طول تیر، جرم حجمی تیر و مساحت مقطع تیر را نشان می‌دهد. همچنین جرم افزوده سیال در واحد طول تیر و متغیر با زمان به صورت رابطه (19) می‌باشد.

$$\mu_a(t) = \frac{m_0(t)}{L} \quad (19)$$

در آن $\mu_a(t)$ جرم افزوده سیال در واحد طول تیر و متغیر با زمان و $m_0(t)$ جرم سیال افزوده به تیر و متغیر با زمان را نشان می‌دهد. همچنین جرم واحد طول تیر با در نظر گرفتن جرم افزوده متغیر با زمان به صورت رابطه (20) می‌باشد.

$$\mu(t) = \mu_0 + \mu_a(t) \quad (20)$$

که در آن $\mu(t)$ جرم واحد طول تیر با در نظر گرفتن جرم افزوده متغیر با زمان، μ_0 جرم واحد طول تیر در حالت خشک و μ_a جرم سیال افزوده به تیر در واحد طول و متغیر با زمان را نشان می‌دهد. معمولاً ضربه اسلمینگ سطح آب به قسمت پایین شناورها به صورت ورود یک گوه به داخل آب فرض می‌شود. نیمه یک گوه متقارن در شکل (1) نشان داده شده است.

بنابراین پتانسیل سرعت بر روی سطح بدنه به صورت رابطه (8) نوشته می‌شود. (Korobkin, 2004)

$$\phi = -V\sqrt{(L^2 - x^2)} \quad (8)$$

$$|x| \leq L(t)$$

توزیع فشار از طریق معادله برنولی به صورت رابطه (9) به دست می‌آید (Korobkin, 2004).

$$\frac{P - P_0}{\rho} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \vec{v} \cdot \vec{v} - gy + C \quad (9)$$

که در آن هنگامی که V ثابت باشد نادیده گرفته می‌شود و در غیر این صورت رابطه (10) را داریم (Korobkin, 2004).

$$\vec{v} \cdot \vec{v} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^2 \quad (10)$$

بنابراین با جای گذاری در رابطه (9) داریم (Korobkin, 2004).

$$\begin{aligned} \frac{P - P_0}{\rho} &= -\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 \\ &= V \frac{L}{\sqrt{(L^2 - x^2)}} \frac{dL}{dt} \\ &\quad + \sqrt{(L^2 - x^2)} \frac{dV}{dt} \\ &\quad - \frac{1}{2} V^2 \frac{x^2}{L^2 - x^2} \end{aligned} \quad (11)$$

ارتفاع سطح آزاد به صورت رابطه (12) به دست می‌آید (Korobkin, 2004).

$$\eta(t) = \int_0^t \frac{Vx}{\sqrt{(L^2 - x^2)}} dt \quad (12)$$

همچنین به صورت رابطه (13) فرض می‌شود (Korobkin, 2004).

$$u(L) = V \frac{dt}{dL} \quad (13)$$

بنابراین رابطه (12) به صورت رابطه (14) تبدیل می‌شود (Korobkin, 2004).

$$\eta(t) = \eta_b(x) = \int \frac{u(L)x}{\sqrt{(x^2 - c^2(t))}} dL \quad (14)$$

برای یک گوه با زاویه مقطع β به صورت رابطه (15) دست می‌آید (Korobkin, 2004).

$$\beta_b = x \tan \beta \quad (15)$$

بنابراین برای عرض خیس بر حسب زمان به صورت رابطه (16) داریم (Korobkin, 2004).

$$M(\eta, t) = EI \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} w(\eta, t) \quad (22)$$

سیال به صورت ایده آل و تراکم ناپذیر با عمق نامحدود فرض شده و کشش سطحی و گرانش نادیده گرفته می شوند. بنابراین فشار $P(y, z, t)$ بر اساس پتانسیل سرعت φ به صورت رابطه (23) بیان شود (Korobkin, 2004).

$$P(y, z, t) = -\rho_w \left(\frac{\partial}{\partial t} \varphi + \frac{1}{2} |\nabla \varphi|^2 \right) \quad (23)$$

که در آن ρ_w دانسیته سیال می باشد. پارامتر طول نیمه تر $c(t)$ با استفاده از تئوری واگنر و در نظر گرفتن شکل قسمت زیرین مقطع عرضی $z = f(y)$ به صورت رابطه (24) به دست می آید (Korobkin, 2004).

$$\int_0^{\pi/2} f[c(t) \sin \theta] d\theta = \frac{\pi}{2} h(t) \quad (24)$$

برای یک گوه شکل تابع $c(t)$ به صورت رابطه (25) نوشته می شود (Wang و Soares, 2018).

$$c(t) = \frac{\pi h(t)}{2 \tan \beta} \quad (25)$$

همچنین پتانسیل سرعت به صورت رابطه (26) به دست می آید (Korobkin, 2004).

$$\varphi \approx -\frac{d}{dt} h(t) \sqrt{c^2(t) - h^2(t)} \quad , \quad |x| < c(t) \quad (26)$$

با در نظر گرفتن $s(t) = c(t)/\cos \beta$ و $v = V/\cos \beta$ توزیع فشار بر اساس تئوری کلاسیک واگنر با فرض بدنه صلب به صورت رابطه (27) به دست می آید (Jafarian و همکاران, 2019).

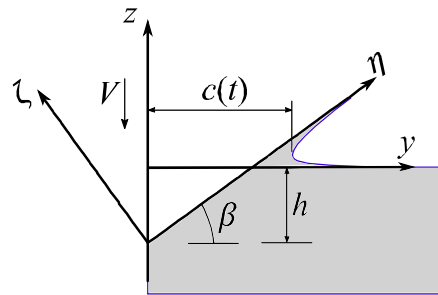
$$p(\eta, t) = \begin{cases} -\rho_w \left[\frac{vs(t)}{\sqrt{s^2(t) - \eta^2}} \frac{ds(t)}{dt} - \frac{1}{2} \frac{v^2 \eta^2}{s^2(t) - \eta^2} \right] & , \quad \eta \leq \eta_0 \\ 0 & , \quad \eta > \eta_0 \end{cases} \quad (27)$$

$$\eta_0 = \frac{\sqrt{2}}{v} \sqrt{-s^2(t) \left(\frac{ds(t)}{dt} \right)^2 + \sqrt{s^4(t) \left(\frac{ds(t)}{dt} \right)^4 + 2v^2 s^4(t) \left(\frac{ds(t)}{dt} \right)^2}}$$

ضریب متغیر با زمان $T_i(t)$ به صورت رابطه (28) فرض می شود (Hassanabadi و همکاران, 2013).

$$w(\eta, t) = \sum_{i=1}^n T_i(t) X_i(\eta) \quad (28)$$

تابع شکل $X_i(\eta)$ بر پایه رابطه (29) در طول تیر L به صورت متعامد می باشند (Hassanabadi و همکاران, 2013).



شکل 1- سیستم مختصات و شکل شماتیک ضربه اسلیمینگ به بدنه

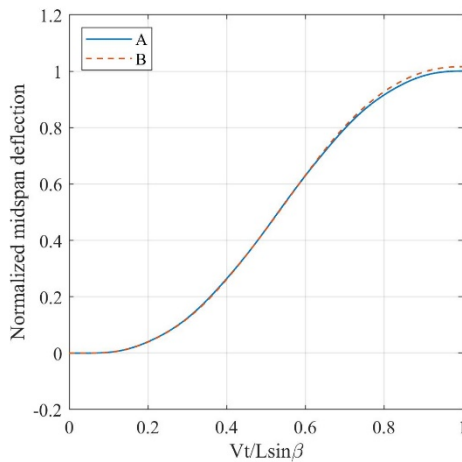
فرض می گردد که سطح آب در ابتدا به صورت آرام و مسطح بوده و مبدأ مختصات کلی $y-z$ بر روی سطح آب قرار دارد و مبدأ مختصات محلی $\eta-\zeta$ به انتهای تیر متصل می باشد. همچنین تیر در ابتدا به صورت دو سر مفصل فرض شده و گوه با سرعت ثابت V و به طور عمودی در آب وارد می شود و در زمان ابتدا ($t=0$) بدنه گوه سطح آب را لمس می کند. β و h به ترتیب به معنی زاویه مقطع و عمق آب می باشند. طول نیمه تر $c(t)$ تصویر افقی سطح تیر بر روی بدنه می باشند. معادله حاکم بر تیر در مختصات محلی به صورت معادله (21) نوشته می شود (Jafarian و همکاران, 2019).

$$EI \frac{\partial^4}{\partial \eta^4} w(\eta, t) + \mu(t) \frac{\partial^2}{\partial t^2} w(\eta, t) = p(\eta, t) \quad (21)$$

که در آن $E, I, w, \mu(t), t$ و p به ترتیب مدول یانگ، ممان اینرسی، تغییر شکل تیر، جرم واحد طول تیر با در نظر گرفتن جرم افزوده متغیر با زمان، زمان و فشار اسلیمینگ می باشد. لنگر خمشی $M(\eta, t)$ به صورت رابطه (22) به دست می آید (Jafarian و همکاران, 2019).

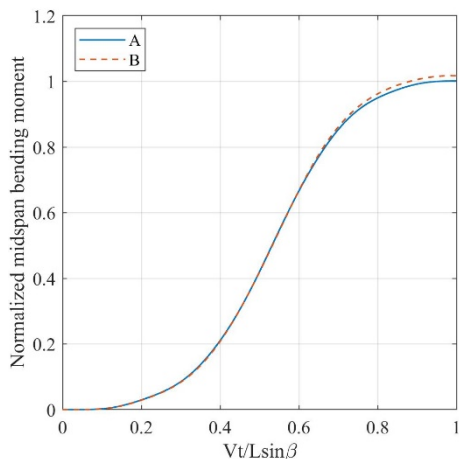
برای پرهیز از فشار منفی غیرمنطقی یک ضریب اصلاح در معادله فشار معرفی شده است (Pu و همکاران, 2019). در اینجا فرض می شود در معادله (27) برای $\eta \leq \eta_0$ به کار رفته که در آن η_0 یک مختصات در $p(\eta, t) = 0$ می باشد.

برای حل معادله (21) در ابتدا یک سری بسط یافته برای تغییر شکل تیر $w(\eta, t)$ به صورت چند جمله ای متعامد $X_i(\eta)$ با



شکل 2- پاسخ تغییر شکل وسط دهانه در $\beta = 45^\circ$ و $V = 5\text{ m/s}$ بدون تأثیر جرم افزوده (A)، (ب) با تأثیر جرم افزوده (B)

لنگر خمشی وسط دهانه تیر دو سر مفصل با زاویه مقطع $\beta = 45^\circ$ و سرعت عمودی ضربه ثابت و برابر $V = 5\text{ m/s}$ در دو حالت بدون تأثیر جرم افزوده و با تأثیر جرم افزوده در شکل (3) نشان داده شده است. در این حالت نیز تأثیر جرم افزوده موجب انحنای کمی بیشتر نمودار شده اما محدوده لنگر خمشی وسط دهانه یکسان می‌باشد.



شکل 3- پاسخ لنگر خمشی وسط دهانه در $\beta = 45^\circ$ و $V = 5\text{ m/s}$ بدون تأثیر جرم افزوده (A)، (ب) با تأثیر جرم افزوده (B)

در ادامه به منظور بررسی تأثیر زاویه مقطع، سایر پارامترها را ثابت نگه داشته و میزان زاویه مقطع نسبت به افق را به $\beta = 15^\circ$ می‌رسانیم. بدین منظور تغییر شکل وسط دهانه با سرعت عمودی

$$\int_0^L X_i(\eta)X_j(\eta) d\eta = \delta_{ij} \quad (29)$$

که در آن δ_{ij} بر پایه تابع دلتا کرونوکر⁸ می‌باشد. با جایگذاری $w(\eta, t)$ در معادله (21) با سری‌های بسط یافته رابطه (28) و با ضرب طرفین نتایج معادلات در $X_j(\eta)$ و در نهایت با انتگرال‌گیری طرفین معادله در طول کل تیر به صورت معادله (30) به دست می‌آید (Hassanabadi و همکاران، 2013).

$$\begin{aligned} EI \sum_{i=1}^n k_{ij} T_i(t) + \mu(t) \delta_{ij} \frac{d^2}{dt^2} T_i(t) &= f_j(t) k_{ij} \\ &= \int_0^L X_j(\eta) \frac{\partial^4}{\partial x^4} X_i(\eta) d\eta f_i(t) \\ &= \int_0^{\eta_0} X_i(\eta) p(\eta, t) d\eta \end{aligned} \quad (30)$$

در این قسمت، یک رویکرد متفاوت بر پایه مفهوم همگرایی سریع تر سری‌ها معرفی می‌شود. بعد از دستیابی به پاسخ معادله (30)، جمله دوم معادله (21) می‌تواند با $\mu(t) \frac{\partial^2}{\partial t^2} w(\eta, t)$ جایگزین شده و جمله اینرسی می‌تواند از مشتق‌گیری آزاد شود.

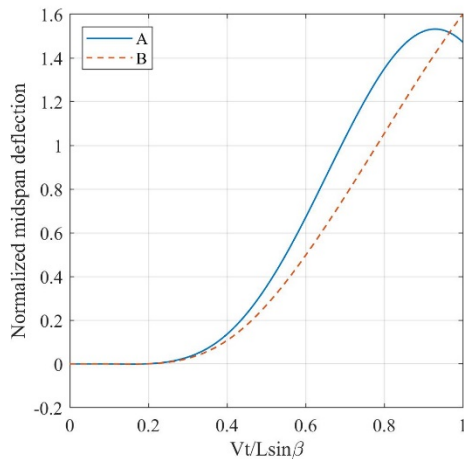
4-2- تأثیر جرم افزوده در زوایای مقطع مختلف

در این قسمت، به تأثیر جرم افزوده در دو زاویه مقطع مختلف پرداخته می‌شود. بدین منظور پاسخ تغییر شکل و لنگر خمشی وسط دهانه تیر دو سر مفصل برای زاویه مقطع $\beta = 45^\circ$ و $\beta = 15^\circ$ با سرعت عبور $V = 5\text{ m/s}$ در دو حالت بدون تأثیر جرم افزوده و با تأثیر جرم افزوده بررسی می‌شود. در تمامی حالت‌ها دهنه به طول $L = 0.5\text{ m}$ به عنوان نمایانگر یک نوار از پانل زیرین فلزی با عرض واحد، ضخامت 6 mm ، مدول یانگ $E = 200\text{ GPa}$ ، چگالی $\rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ، چگالی آب $\rho_w = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ فرض شده و تیر در ابتدا در حالت ساکن است. همچنین محور افقی زمان عبور فشار هیدرودینامیک و محور عمودی در حالت نرمالایز شده (نسبت بیشینه دینامیکی بر روی بیشینه استاتیکی) را نشان می‌دهد. پاسخ تغییر شکل وسط دهانه تیر دو سر مفصل با زاویه مقطع $\beta = 45^\circ$ و سرعت عمودی ضربه ثابت و برابر $V = 5\text{ m/s}$ در دو حالت بدون تأثیر جرم افزوده و با تأثیر جرم افزوده در شکل (2) نشان داده می‌شود. همان‌طور که از روی نمودارها مشخص است در حالت با تأثیر جرم افزوده نمودار کمی انحنای بیشتری داشته اما محدوده تغییر شکل وسط دهانه یکسان می‌باشد.

با مقایسه شکل‌ها مشاهده می‌شود که با کاهش زاویه مقطع تأثیر جرم افزوده در پاسخ‌ها بیشتر نمایان می‌شود و با در نظر گرفتن تأثیر جرم افزوده بیشینه پاسخ‌ها افزایش می‌یابد.

3-4- تأثیر جرم افزوده در سرعت‌های مختلف

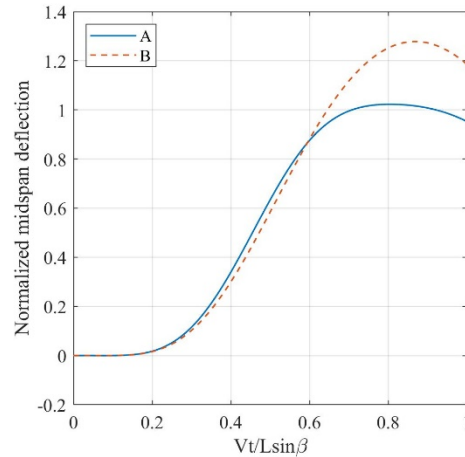
در این قسمت به بررسی تأثیر سرعت عبور با ثابت در نظر گرفتن سایر پارامترها و افزایش سرعت عبور آب به مقدار $V = 10\text{m/s}$ پرداخته می‌شود. بدین منظور پاسخ تغییر شکل لنگر خمشی وسط دهانه تیر دو سر مفصل برای زاویه مقطع $\beta = 15^\circ$ با سرعت عبور $V = 10\text{m/s}$ در دو حالت بدون تأثیر جرم افزوده و با تأثیر جرم افزوده بررسی می‌شود. پاسخ تغییر شکل وسط دهانه با زاویه مقطع $\beta = 15^\circ$ و سرعت عبور $V = 10\text{m/s}$ در دو حالت بدون تأثیر جرم افزوده و با تأثیر جرم افزوده در شکل (8) نشان داده می‌شود. همان‌طور که از روی نمودارها مشخص است در حالت با تأثیر جرم افزوده نمودار بیشینه پاسخ بیشتری دارد و با شیب یکنواخت‌تری افزایش پیدا می‌کند.



شکل 6- پاسخ تغییر شکل وسط دهانه در $\beta = 15^\circ$ و $V = 10\text{m/s}$ (الف) بدون تأثیر جرم افزوده (A)، (ب) با تأثیر جرم افزوده (B)

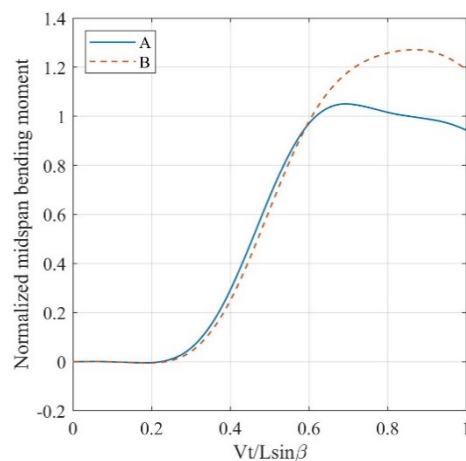
لنگر خمشی وسط دهانه با زاویه مقطع $\beta = 15^\circ$ و سرعت عمودی ضربه ثابت و برابر $V = 10\text{m/s}$ در دو حالت بدون تأثیر جرم افزوده و با تأثیر جرم افزوده نیز در شکل (7) نشان داده شده است. همان‌طور که از روی نمودارها مشخص است در حالت با تأثیر جرم افزوده نمودار بیشینه پاسخ بیشتری دارد و با شیب یکنواخت‌تری افزایش پیدا می‌کند. همچنین در مقایسه سرعت‌های مختلف دیده می‌شود که با افزایش سرعت میزان تأثیرگذاری جرم افزوده بر روی پاسخ‌های سازه بیشتر می‌باشد.

ضربه ثابت و برابر $V = 5\text{m/s}$ اما با زاویه مقطع $\beta = 15^\circ$ در دو حالت بدون تأثیر جرم افزوده و با تأثیر جرم افزوده در شکل (4) نشان داده می‌شود. همان‌گونه که از روی شکل مشخص است در این حالت میزان ماکزیمم پاسخ افزایش چشمگیری پیدا کرده و نمودار انحنای بیشتری دارد.



شکل 4- پاسخ تغییر شکل وسط دهانه در $\beta = 15^\circ$ و $V = 5\text{m/s}$ (الف) بدون تأثیر جرم افزوده (A)، (ب) با تأثیر جرم افزوده (B)

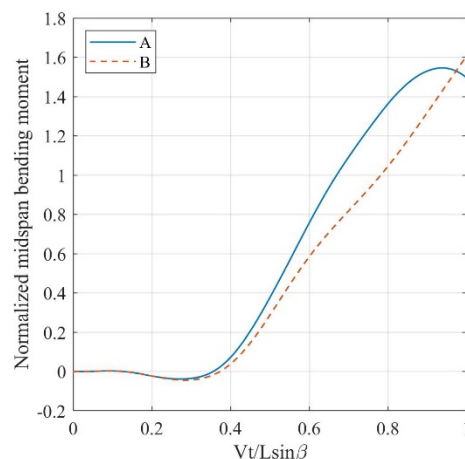
لنگر خمشی وسط دهانه با زاویه مقطع $\beta = 15^\circ$ و سرعت عمودی ضربه ثابت و برابر $V = 5\text{m/s}$ در دو حالت بدون تأثیر جرم افزوده و با تأثیر جرم افزوده نیز در شکل نشان داده شده است. در این حالت نیز میزان بیشینه پاسخ افزایش چشمگیری پیدا کرده و نمودار انحنای بیشتری دارد.



شکل 5- پاسخ لنگر خمشی وسط دهانه در $\beta = 15^\circ$ و $V = 5\text{m/s}$ (الف) بدون تأثیر جرم افزوده (A)، (ب) با تأثیر جرم افزوده (B)

6- مراجع

- Ebrahimi M, Gholampour S, Kafshgarkolaei HJ, Nikbin IM, "Dynamic behavior of a multispan continuous beam traversed by a moving oscillator", *Acta Mechanica*, 2015, 226 (12), 4247-4257. <https://doi.org/10.1007/s00707-015-1474-4>
- Hassanabadi ME, Nikkhoo A, Amiri JV, Mehri B, "A new Orthonormal Polynomial Series Expansion Method in vibration analysis of thin beams with non-uniform thickness", *Applied Mathematical Modelling*, 2013, 37 (18), 8543-8556. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.03.069>
- Jafarian Kafshgarkolaei, HJ, Lotfollahi-Yaghin MA, Mojtahedi A, "A modified orthonormal polynomial series expansion tailored to thin beams undergoing slamming loads", *Ocean Engineering*, 2019, 182, 38-47. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2019.04.060>
- Korobkin A, "Analytical models of water impact", *European Journal of Applied Mathematics*, 2004, 15 (6), 821. <https://doi.org/10.1017/S0956792504005765>
- Leissa AW, Qatu MS, "Vibration of Continuous Systems", McGraw-Hill. <https://doi.org/10.1002/9781119424284>
- Lotfollahi-Yaghin MA, Kafshgarkolaei HJ, Allahyari H, Ghazvini T, "On the absolute maximum dynamic response of a beam subjected to a moving mass", *Structural Engineering and Mechanics*, 2015, 54 (1), 55-67. <https://doi.org/10.12989/sem.2015.54.1.055>
- Lv J, Grenestedt JL, "Some analytical results for the initial phase of bottom slamming", *Marine Structures*, 2013, 34, 88-104. <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2013.08.004>
- Lv J, Grenestedt JL, "Analytical study of the responses of bottom panels to slamming loads", *Ocean Engineering*, 2015, 94, 116-125. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2014.11.009>
- Wagner H, "Über Stoß- und Gleitvorgänge an der Oberfläche von Flüssigkeiten", *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 1932, 12 (4), 193-215. <https://doi.org/10.1002/zamm.19320120402>
- Wang S, Soares CG, "Slam induced loads on bow-flared sections with various roll angles", *Ocean Engineering*, 2013, 67, 45-57. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2013.04.009>
- Wang S, Soares CG, "Simplified approach to dynamic responses of elastic wedges impacting with water", *Ocean Engineering*, 2018, 150, 81-93. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2017.12.043>
- Yu P, Ong MC, Li H, "Effects of added mass and structural damping on dynamic responses of a 3D wedge impacting on water", *Applied Sciences*, 2018, 8 (5), 802. <https://doi.org/10.3390/app8050802>



شکل 7- پاسخ لنگر خمشی وسط دهانه در $\beta = 15^\circ$ و $V = 10\text{m/s}$ (الف: بدون تأثیر جرم افزوده (A)، ب) با تأثیر جرم افزوده (B)

5- نتیجه گیری

در این مقاله، تأثیر جرم افزوده در دو شرایط زاویه مختلف مقطع بر روی رفتار تغییر شکل و لنگر خمشی وسط دهانه تیر دو سر مفصل، به صورت جامع مورد بررسی قرار گرفت. در این تحقیق، از دو شرایط، یکی شامل تأثیر جرم افزوده و دیگری بدون تأثیر جرم افزوده، برای بررسی پاسخها استفاده شد. نتایج نشان دادند که در حالت با تأثیر جرم افزوده، تغییر شکل‌های بیشتری را نمایان می‌کنند اما محدوده تغییر شکل وسط دهانه یکسان است؛ یعنی در محدوده مشخصی می‌ماند. در مورد لنگر خمشی، تأثیر جرم افزوده باعث افزایش انحنا می‌شود اما محدوده این انحنا ثابت است و در بازه‌ای خاص قابل مشاهده است. تحلیل زاویه مقطع نشان داد که در حالت با تأثیر جرم افزوده، میزان بیشینه تغییر شکل و انحنای نمودارها افزایش پیدا می‌کند. همچنین در لنگر خمشی با تأثیر جرم افزوده، افزایش بیشینه پاسخ و انحنای نمودار مشاهده شده است. با کاهش زاویه مقطع، تأثیر جرم افزوده بر پاسخها بیشتر مشخص می‌شود. ضمناً با در نظر گرفتن جرم افزوده، بیشینه پاسخها افزایش می‌یابد. همچنین، تأثیر سرعت عبور نیز بررسی شد که نشان داد حالت با تأثیر جرم افزوده، بیشینه تغییر شکل و لنگر خمشی بیشتری دارد و شیب یکنواخت تری نشان می‌دهد. افزایش سرعت منجر به افزایش تأثیرگذاری جرم افزوده بر پاسخهای سازه می‌شود.