

## EXTENDED ABSTRACT

# Investigating the Rate of Flow Energy Loss in Zigzag Weirs Using Methods Based on Soft Computing

Hamidreza Abbaszadeh, Reza Tarinejad \*

Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz 5166616471, Iran

Received: 23 May 2023; Reviewed: 23 July 2023; Accepted: 19 August 2023

### Keywords:

Zigzag weir, Energy loss, Artificial neural network, Support vector machine, Random Forest algorithm.

## 1. Introduction

In a significant number of past studies, the discharge coefficient of labyrinth weirs has been investigated, the study on energy loss of labyrinth weirs has been done in a limited way and except for a few types of research has not been done extensively yet. Therefore, considering the uncertainty governing the problem in this research, it seems necessary to conduct new research in the field of intelligent modeling and soft computing of the relative energy loss in labyrinth weirs in different plan forms. For this purpose, in the present study, the energy loss of labyrinth weirs with a triangular and trapezoidal plan has been investigated based on experimental data using intelligent models of Artificial Neural Networks (ANN), Support Vector Machine (SVM), and Random Forest (RF) algorithm.

## 2. Methodology

### 2.1. Experimental study

In this research, the research data of Mohammadzadeh-Habili et al. (2018) have been used. The experiments were carried out in a channel 8 meters long, 0.4 meters wide, and 0.6 meters depth. The experiments were carried out in the range of head from 0.009 to 0.114 meters. Labyrinth weirs with triangular and trapezoidal single and double-cycle plans were used at the weir height of 0.12 meters. A magnetic flowmeter with an error of  $\pm 0.5\%$  was used to measure the flow.

### 2.2. Support Vector Machine

The Support Vector Machine model (SVM) was used as a supervised learning model for classification and estimation (Vapnik, 1995). The SVM is an impressive learning machine that uses the principle of induction of structural error minimization and leads to a general optimal solution.

### 2.3. Artificial Neural Network

An Artificial Neural Network method (ANN) generally consists of input, hidden and output layers. A neuron can be a non-linear mathematical function, as a result, a neural network formed by the community of these neurons can also be a completely complex and non-linear system. In the neural network, each neuron acts independently and the overall behavior of the network is the result of the behavior of many neurons. It is

possible to design a data structure that acts like a neuron-using computer programming. By creating a network of these interconnected artificial neurons and creating a training algorithm for the network and applying these algorithms, it can be trained.

#### 2.4. Random Forest

Random forest is a supervised learning algorithm. As the name suggests, this algorithm creates a random forest. The work of making a forest using trees is often done by bagging. The main idea of the bagging method is that the combination of learning models increases the overall results of the model.

### 3. Results and discussion

Here, the values for the RF model are within the relative error range of  $\pm 9.36\%$ . The value of RMSE and Mean RE% for this model is 0.0193 and 1.91%, respectively. For the SVM-RBF model, the data are within the relative error range of  $\pm 5.34\%$ . This model has provided favorable results compared to the RF model. The RMSE and Mean RE% for the SVM-RBF model are 0.0153 and 1.38%, respectively. The results of the ANN-MLP method have statistically better results compared to the previous two models and are close to the experimental results. For the ANN-MLP method, the data are within the percentage relative error range of  $\pm 2.80\%$ . The values of the above statistical indicators are 0.0070 and 0.73% for this model, respectively. The correlation coefficient for the above models in the test phase is 0.898, 0.907, and 0.969, respectively. The comparison of the relative energy loss obtained from different models and the experimental results indicates a better overlap of the data in the ANN method with the experimental results.

### 4. Conclusions

In the current research, modern data mining methods of support vector machine (SVM), artificial neural network (ANN), and random forest (RF) were used in predicting the relative energy loss of labyrinth weirs. For all the mentioned models, 70% of the data were randomly used for the training phase and 30% for the test phase. In the SVM model, the results of the examination of different kernels showed that the radial basis function (RBF) kernel has favorable results compared to other Polynomial, Linear, and Sigmoid kernels compared to the experimental results. The statistical indices of correlation coefficient (R), root mean square error (RMSE), mean percentage relative error (Mean RE%), and Kling Gupta Efficiency (KGE) for the SVM-RBF model in the test phase are 0.907, 0.0153, 1.38% and 0.744, respectively. In the ANN method with MLP and RBF networks, the ANN-MLP method has more accurate results than the other type of network. So, for the ANN-MLP method,  $R=0.969$ ,  $RMSE=0.007$ ,  $Mean\ RE\%=0.73\%$  and  $KGE=0.969$ . The results in the random forest model have provided weaker results compared to the other two models. ANN-MLP method has better results compared to SVM and RF models and is closer to experimental results.

## بررسی میزان افت انرژی جریان در سرریزهای زیگزاگی با استفاده از روش‌های مبتنی بر محاسبات نرم

حمیدرضا عباس‌زاده<sup>1</sup>، رضا تارینژاد<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

<sup>2</sup> استاد دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

دریافت: 1402/3/2، بازنگری: 1402/5/1، پذیرش: 1402/5/28، نشر آنلاین: 1402/5/28

### چکیده

هدف از پژوهش حاضر بررسی میزان افت انرژی نسبی (EDR) در سرریزهای کنگره‌ای با پلان مثلثی و دوزنقه‌ای در ابعاد مختلف با استفاده از مدل ماشین بردار پشتیبان (SVM)، الگوریتم جنگل تصادفی (RF) و روش شبکه عصبی مصنوعی (ANN) است. از مجموعه داده‌های آزمایشگاهی 70% برای مرحله آموزش و 30% برای مرحله آزمون مورد استفاده قرار گرفتند. در مدل SVM، نتایج کرنل‌های مختلف نشان داد که کرنل تابع پایه شعاعی (RBF) نتایج بهتری در پیش‌بینی افت انرژی نسبی سرریز کنگره‌ای در مقایسه با کرنل‌های چندجمله‌ای (Polynomial)، خطی (Linear) و سیگموئید (Sigmoid) دارد. نتایج شاخص‌های آماری ضریب همبستگی (R)، میانگین درصد خطای نسبی (Mean RE%)، خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) و شاخص کلینگ گوپتا (KGE) برای مدل SVM-RBF در مرحله آزمون به ترتیب 0/907، 1/38%، 0/0153 و 0/744 است. در روش ANN شبکه چند لایه پرسپترون (MLP) نتایج دقیق‌تری در مقایسه با شبکه RBF دارد. نتایج شاخص‌های فوق در مرحله آزمون برای روش ANN-MLP به ترتیب 0/969، 0/73%، 0/007 و 0/968 است. همچنین این نتایج برای مدل RF به ترتیب 0/878، 1/78%، 0/0192 و 0/362 است. بررسی نتایج نشان داد که روش ANN عملکرد مطلوبی نسبت به سایر مدل‌های SVM و RF دارد.

**کلیدواژه‌ها:** سرریز زیگزاگی، افت انرژی، شبکه عصبی مصنوعی، ماشین بردار پشتیبان، الگوریتم جنگل تصادفی.

### 1- مقدمه

خطی بیشتر است کاربردی‌تر است. امروزه از سرریزهای غیرخطی مانند مثلثی، دوزنقه‌ای، مورب و سهمی استفاده می‌شود. این سرریزها معمولاً در یک یا چند چرخه سیکل ساخته می‌شوند. اولین مطالعات در مورد سرریزهای کنگره‌ای توسط Hay و Tylor (1970) انجام شد. آن‌ها نمودارهایی را برای طراحی سرریز ارائه کردند. Tullis و همکاران (2007) به بررسی سرریز کنگره‌ای پلان دوزنقه‌ای با زوایای رأس 6 تا 18 پرداختند. آن‌ها ضریب‌دبی را تابعی از هد بالادست، ارتفاع سرریز، طول تاج سرریز و زاویه رأس عنوان کردند. Kumar و همکاران (2011) ضریب‌دبی سرریز کنگره‌ای پلان مثلثی را بررسی نمودند. نتایج آن‌ها نشان داد که با کاهش زاویه رأس سرریز طول ناحیه تداخل افزایش و ضریب دبی کاهش می‌یابد.

زمانی که بحث سازه‌های کنترل کننده جریان باشد یکی از مهم‌ترین نوع این سازه‌ها سرریزها خواهند بود. سرریزها یکی از رایج‌ترین سازه‌های هیدرولیکی برای اندازه‌گیری جریان، تنظیم سطح آب و کنترل جریان کانال‌های آبیاری و زهکشی هستند. یکی از راه‌های افزایش کارایی آن‌ها استفاده از سرریزهای کنگره‌ای است. مقدار جریان گذرنده از روی سرریزها در زمان پیک سیلاب در مدت زمان کمی عبور می‌کند لذا وجود یک سرریز با ضریب آبگذری بالا ضروری است. از آنجایی که ظرفیت آبگذری سرریزها تابعی از طول تاج و هد بالادست است، با تغییر هندسه پلان سرریزها از خطی به غیرخطی (افزایش طول تاج) در عرض ثابت کانال، ظرفیت آبگذری افزایش می‌یابد. بدین منظور از سرریزهای کنگره‌ای که مقدار جریان عبوری از آن‌ها به نسبت سرریزهای



سرریزهای کنگره‌ای می‌توانند انرژی جریان را بین 85% تا 70% در محدوده  $0/1 \leq h_0/P \leq 1$  تلف کنند.

Idrees و Al-Ameri (2023) به بررسی ویژگی‌های جریان و اتلاف انرژی بر روی شکل جدیدی از سرریزهای کنگره‌ای دوزنقه‌ای پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که سرریز کنگره‌ای دوزنقه‌ای باعث افزایش میزان افت انرژی تا بیش از 92% می‌گردد. در تعداد قابل توجهی از مطالعات گذشته به بررسی ضریب‌دبی سرریزهای کنگره‌ای پرداخته شده است، مطالعه در زمینه استهلاک انرژی سرریزهای کنگره‌ای به صورت محدود انجام شده و جز چند تحقیق (Mohammadzadeh-Habili و همکاران، 2018؛ Haghiabi و همکاران 2022) به صورت گسترده هنوز صورت نپذیرفته است. بنابراین با توجه به عدم قطعیت حاکم بر مسئله در این تحقیقات، انجام پژوهش‌های جدید در زمینه مدل‌سازی هوشمند و محاسبات نرم میزان افت انرژی نسبی در سرریزهای زیگزاگی در شکل‌های مختلف پلان ضروری به نظر می‌رسد. بدین منظور در پژوهش حاضر با استفاده از مدل‌های هوشمند شبکه عصبی مصنوعی (ANN)، ماشین بردار پشتیبان (SVM) و الگوریتم جنگل تصادفی (RF) به بررسی افت انرژی نسبی سرریزهای زیگزاگی با پلان مثلثی و دوزنقه‌ای براساس داده‌های آزمایشگاهی پرداخته شده است.

## 2- مواد و روش‌ها

در پژوهش حاضر از داده‌های تحقیق Mohammadzadeh-Habili و همکاران (2018) استفاده شده است. آزمایش‌ها در کانالی به طول 8 متر، عرض 0/4 متر و ارتفاع 0/6 متر صورت پذیرفته است. آزمایش‌ها در بازه هد بالای تاج سرریز 0/009 الی 0/114 متر انجام یافته است. سرریز زیگزاگی با پلان مثلثی و دوزنقه‌ای تک و دوپل سیکل در ارتفاع سرریز 0/12 متر مورد استفاده قرار گرفته بودند. به منظور اندازه‌گیری دبی از یک فلومتر مغناطیسی با خطای  $\pm 0/5\%$  استفاده شده بود. میزان افت انرژی نسبی جریان در سرریز کنگره‌ای مطابق رابطه (1)، محاسبه می‌گردد (Mohammadzadeh-Habili و همکاران، 2018؛ Haghiabi و همکاران 2022).

$$E_0 = y_0 + \frac{q^2}{2gy_0^2} \quad (1)$$

$$E_1 = y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} \quad (2)$$

$$EDR = \frac{\Delta E}{E_0} = \frac{E_0 - E_1}{E_0} \quad (3)$$

Monjezi و همکاران (2018) به بررسی آزمایشگاهی ضریب آبگذری جریان در سرریزهای کنگره‌ای قوسی با پلان مثلثی پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که قوسی کردن سرریزها منجر به افزایش راندمان سرریزهای قوسی خطی تا 21% و سرریز قوسی کنگره‌ای تا 57% می‌شود.

Azimi و Hakim (2019) جریان عبوری از یک سرریز کنگره‌ای مستطیلی را مطالعه و مناسب بودن آن را برای نسبت  $h_0/P < 0.4$ ، هد جریان بالای تاج سرریز و  $P$  ارتفاع سرریز نشان دادند. همچنین نتایج آن‌ها نشان داد که در شرایط غوطه‌وری، سرریز کنگره‌ای مستطیلی نسبت به سرریز خطی حساس‌تر بوده و بازده آن نسبت به سرریز خطی 10% کاهش می‌یابد.

Ayaz و Mansoor (2021) به بررسی ضریب‌دبی سرریز پلان مثلثی با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی پرداختند. این مدل ضریب‌دبی را با خطای در محدوده  $\pm 2/5$  درصد از خط توافق پیش‌بینی می‌کند. در نتیجه خطای پیش‌بینی ضریب‌دبی را تا 64 درصد کاهش می‌دهد. Samadi و همکاران (2022) تأثیر پارامترهای هندسی سرریز کنگره‌ای بر پارامترهای هیدرولیکی را بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که افزایش تعداد سیکل‌ها منجر به کاهش دبی و ضریب‌دبی می‌گردد.

یکی دیگر از ویژگی‌های سرریزها توانایی آن‌ها در اتلاف انرژی جریان است. برآورد این ویژگی به محاسبه مقدار انرژی جریان در روی سرریز کمک می‌کند که برای طراحی دال بتنی پائین‌دست ضروری است. مکانیسم اتلاف انرژی جریان در بسیاری از سازه‌های هیدرولیکی مانند سرریزهای پلکانی، سرریزهای اوجی، جام پرتابی و غیره بررسی شده است (Roushangar و همکاران، 2018؛ Parsaie و Haghiabi، 2019؛ Nouri و همکاران، 2020؛ Zhou و همکاران، 2021؛ Salmasi و همکاران، 2021؛ Salmasi و همکاران، 2022؛ Abraham، 2022؛ Biabani و همکاران، 2022؛ Salmasi و همکاران، 2023). Abraham (2018) میزان اتلاف انرژی رژیم جریان بر روی سرریزهای کنگره‌ای را بررسی کردند. نتایج حاصل از تحقیق آن‌ها نشان داد که میزان اتلاف انرژی در سرریز کنگره‌ای به صورت خطی با افزایش عمق بحرانی کاهش می‌یابد.

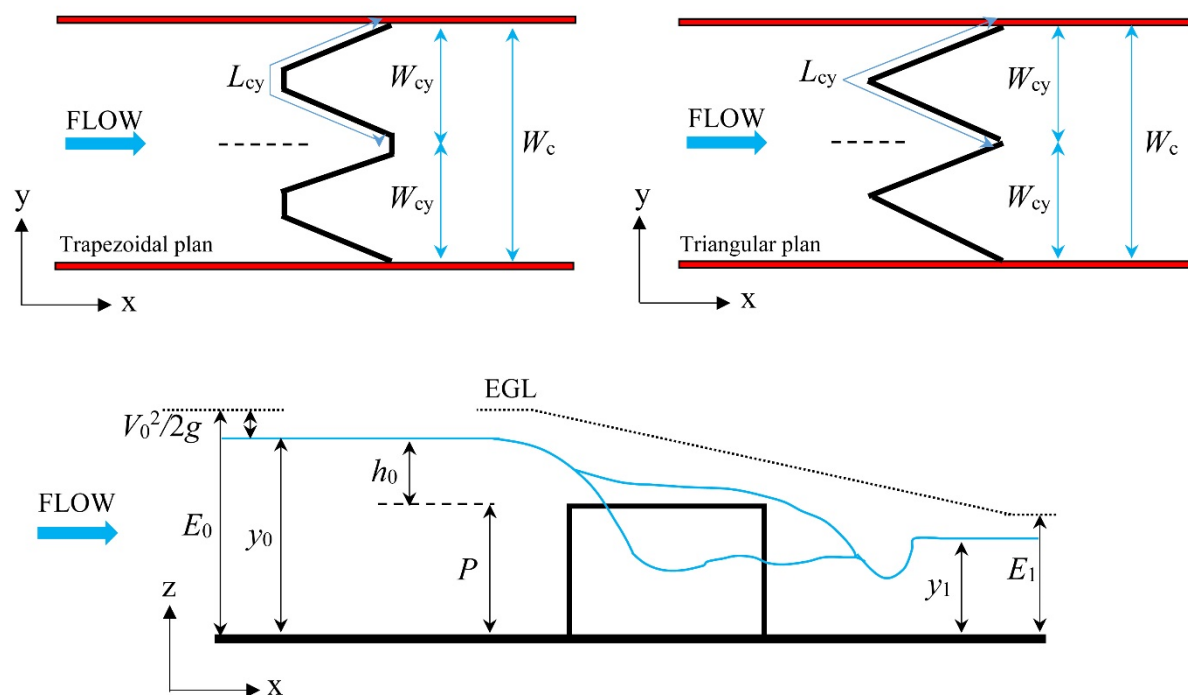
Ghaderi و همکاران (2020) به بررسی عددی ضریب‌دبی و افت انرژی نسبی جریان در سرریزهای کنگره‌ای پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که ضریب‌دبی سرریزهای کنگره‌ای بین 0/4 تا 0/8 با در نظر گرفتن  $0/15 \leq h_0/P \leq 0/7$  تغییر می‌کند. همچنین انرژی جریان بین 0/6 تا 0/3 از بین می‌رود. Haghiabi و همکاران (2022) به بررسی افت انرژی نسبی سرریزهای کنگره‌ای با شکل‌های مختلف پلان پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که

$$f_2\left(EDR, \frac{W_c}{P}, \frac{W_{cy}}{P}, \frac{L_{cy}}{P}, \frac{h_0}{P}, Fr\right) = 0 \quad (5)$$

در رابطه (5)،  $Fr$  بیانگر عدد بی بعد فرود است. با توجه به این که جریان زیربحرانی است بنابراین می توان از تأثیر عدد فرود چشم پوشی نمود (Haghiabi و همکاران، 2022). طبق تئوری White پارامترهای بی بعد را می توان از هم کم، با هم جمع، به هم ضرب و یا بر هم تقسیم نمود (White، 2016؛ Daneshfaraz و همکاران، 2023a) مطابق رابطه (6) مهم ترین پارامترهای تأثیرگذار بر افت انرژی نسبی عبارتند از (Haghiabi و همکاران، 2022):

$$EDR = \frac{\Delta E}{E_0} = f_3\left(\frac{h_0}{P}, \frac{W_c}{W_{cy}}, \frac{L_{cy}}{W_{cy}}\right) \quad (6)$$

در شکل (1) شماتیک سرریز کنگره ای پلان مثلثی و دوزنقه ای آورده شده است.



شکل 1- شماتیک سرریز با پلان مثلثی و دوزنقه ای

بهینه کلی می گردد. در مدل رگرسیون SVM تابعی مرتبط با متغیر وابسته  $Y$  که خود تابعی از چند متغیر مستقل  $X$  است، برآورد می شود (Daneshfaraz و همکاران، 2023b). مشابه سایر مسائل رگرسیونی فرض می شود رابطه میان متغیرهای مستقل و وابسته با تابع جبری مانند  $f(x)$  به علاوه مقداری اغتشاش (خطای مجاز  $\varepsilon$ ) مشخص شود (Norouzi و همکاران، 2021).

در روابط فوق  $E_0$  و  $E_1$  به ترتیب انرژی مخصوص جریان در مقاطع 0 و 1  $(L)$ ،  $y_0$  و  $y_1$  به ترتیب عمق جریان در مقاطع 0 و 1  $(L)$ ،  $q$  دبی در واحد عرض جریان  $(L^2T^{-1})$ ،  $g$  شتاب گرانش زمین  $(LT^{-2})$  و  $\Delta E$  افت انرژی  $(L)$  است. پارامترهای مؤثر بر افت انرژی نسبی جریان عبارتند از:

$$f_1(EDR, W_c, W_{cy}, L_{cy}, P, V_0, h_0, g, \rho) = 0 \quad (4)$$

در رابطه (4)،  $W_c$  عرض کانال  $(L)$ ،  $W_{cy}$  میزان عرض یک سیکل سرریز  $(L)$ ،  $L_{cy}$  طول یک سیکل سرریز  $(L)$ ، ارتفاع سرریز  $P$   $(L)$ ،  $h_0$  بیانگر عمق جریان بالای سرریز  $(L)$  و  $\rho$  جرم مخصوص آب  $(ML^{-3})$  است. با استفاده از روش  $\pi$ -باکینگهام و در نظر گرفتن  $g$  و  $V_0$  به عنوان پارامترهای تکراری، پارامترهای بی بعد به صورت رابطه (5) ارائه گردید:

## 1-2- ماشین بردار پشتیبان (SVM)

ماشین بردار پشتیبان به عنوان یکی از روش های یادگیری با نظارت، برای طبقه بندی و پیش بینی مورد استفاده قرار می گیرد. (Vapnik، 1995). ماشین بردار پشتیبان یک سیستم یادگیری کارآمد بر مبنای تئوری بهینه سازی مقید است که از اصل استقرای کمینه سازی خطای ساختاری استفاده کرده و منجر به یک جواب

به طور مستقل عمل می کند و رفتار کلی شبکه، برآیند رفتار نورون های متعدد است. با استفاده از دانش برنامه نویسی رایانه می توان ساختار داده ای طراحی کرد که همانند یک نورون عمل نماید (Al-Bulushi و همکاران، 2012). سپس با ایجاد شبکه ای از این نورون های مصنوعی به هم پیوسته، ایجاد یک الگوریتم آموزشی برای شبکه و اعمال این الگوریتم به شبکه آن را آموزش داد.

### 2-3- الگوریتم جنگل تصادفی

جنگل تصادفی یک الگوریتم یادگیری نظارت شده محسوب می شود. همان طور که از نام آن مشهود است، این الگوریتم جنگلی را به طور تصادفی می سازد. کار ساخت جنگل با استفاده از درخت ها اغلب اوقات به روش کیسه گذاری (Bagging) انجام می شود. ایده اصلی روش کیسه گذاری آن است که ترکیبی از مدل های یادگیری، نتایج کلی مدل را افزایش می دهد. به بیان ساده، جنگل تصادفی چندین درخت تصمیم ساخته و آن ها را با یکدیگر ادغام می کند تا پیش بینی های صحیح تر و پایدارتری حاصل شوند (Sun و همکاران، 2020). یکی از مزایای جنگل تصادفی قابل استفاده بودن آن، هم برای مسائل دسته بندی و هم رگرسیون است که غالب سیستم های یادگیری ماشین کنونی را تشکیل می دهند. جنگل تصادفی، به عنوان یک مدل یادگیری ماشین نظارت شده، یاد می گیرد که در فاز آموزش یا برازش مدل، داده ها را به خروجی ها نگاشت کند. در طول آموزش، داده ها به مدل باید می شوند که مرتبط با دامنه مسئله هستند و مقداری که مدل باید بیاموزد تا بتواند پیش بینی کند (Jahed Armaghani و همکاران، 2020). مدل، روابط میان داده ها و مقادیری که کاربر می خواهد آن ها را پیش بینی کند، می آموزد.

### 2-4- شاخص های آماری

در پژوهش حاضر برای ارزیابی کارایی روش های به کار برده شده برای پیش بینی افت انرژی نسبی از شاخص های آماری درصد خطای نسبی (RE%)، خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) و شاخص کلینگ گوپتا (KGE) استفاده شده است.

$$RE\% = \frac{EDR_{Obs} - EDR_{cat}}{EDR_{Obs}} \times 100 \quad (14)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (EDR_{Obs} - EDR_{cat})^2}{n}} \quad (15)$$

$$KGE = 1 - \sqrt{(R-1)^2 + (\beta-1)^2 + (\gamma-1)^2} \quad (16)$$

$$\beta = \frac{EDR_{cat}}{EDR_{Obs}}, \gamma = \frac{CV_{cat}}{CV_{Obs}} = \frac{\sigma_{cat}/EDR_{cat}}{\sigma_{cat}/EDR_{Obs}}$$

$$f(x) = W^T \phi(X) + b \quad (7)$$

$$Y = f(x) + noise \quad (8)$$

چنانچه  $W$  بردار ضرایب و  $b$  ثابت مشخصه های تابع رگرسیونی و  $\phi$  نیز تابع کرنل باشد، آنگاه هدف پیدا کردن فرم تابعی برای  $f(x)$  است. این مهم با آموزش مدل SVM توسط مجموعه ای از نمونه ها (مجموعه آموزش) محقق می شود. تابع SVM رگرسیونی را می توان به فرم زیر بازنویسی کرد:

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \bar{a}_i \phi(X_i)^T \phi(X) + b \quad (9)$$

پارامتر  $\bar{a}_i$  بیانگر میانگین ضرایب لاگراژ است. محاسبه  $\phi(X)$  در فضای مشخصه آن ممکن است بسیار پیچیده باشد. برای حل این مشکل روند معمول در مدل SVM رگرسیون انتخاب یک تابع کرنل است. انتخاب کرنل برای SVM به حجم داده های آموزشی و ابعاد بردار ویژگی بستگی دارد. به عبارت دیگر، باید با توجه به این پارامترها تابع کرنلی را انتخاب نمود که توانایی آموزش برای ورودی های مسئله را داشته باشد. در عمل چهار نوع کرنل خطی (Linear)، کرنل چندجمله ای (Polynomial)، کرنل سیگموئید (Sigmoid) و کرنل پایه شعاعی (RBF) به کار گرفته می شوند (Abbaszadeh و Hassanzadeh، 2023).

$$K(X_i, X_j) = (X_i, X_j) \quad (10)$$

$$K(X_i, X_j) = (1 + (X_i, X_j))^d \quad (11)$$

$$K(X_i, X_j) = \tanh(-a(X_i, X_j) + C) \quad (12)$$

$$K(X_i, X_j) = \exp(-\|X - X_i\|^2 / \sigma^2) \quad (13)$$

در معادلات بالا  $C$  عددی صحیح و مثبت است، که عامل تعیین جرمه در هنگام رخ دادن خطای آموزش مدل می باشد.

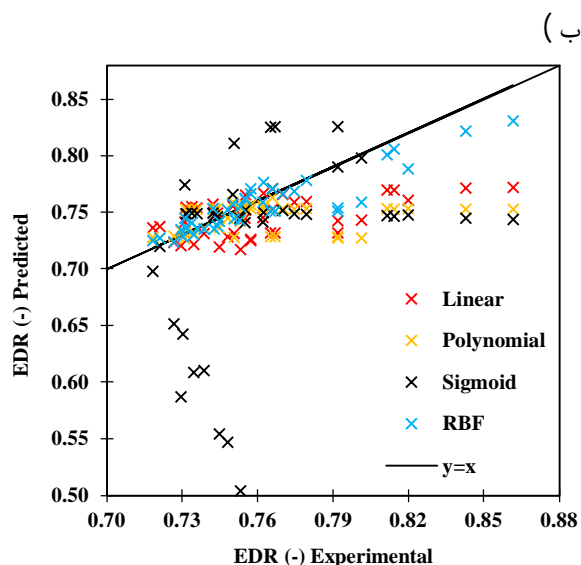
### 2-2- شبکه عصبی مصنوعی (ANN)

یک شبکه عصبی مصنوعی در حالت کلی از سه لایه ورودی، لایه پنهان و لایه خروجی تشکیل می شود. نورون کوچک ترین واحد پردازشگر اطلاعات است که اساس عملکرد شبکه های عصبی را تشکیل می دهد. یک شبکه عصبی مجموعه ای از نورون هاست که با قرار گرفتن در لایه های مختلف، معماری خاصی را بر مبنای ارتباطات بین نورون ها در لایه های مختلف تشکیل می دهد. نورون می تواند یک تابع ریاضی غیرخطی باشد، در نتیجه یک شبکه عصبی که از اجتماع این نورون ها تشکیل می شود، نیز می تواند یک سامانه کاملاً پیچیده و غیرخطی باشد. در شبکه عصبی هر نورون

ماشین بردار پشتیبان انتخاب گردید (جدول (1)). نحوه انتخاب بهترین کرنل بدین صورت بود که شاخص‌های آماری  $R$ ،  $RMSE$ ،  $Mean RE$  و  $KGE$  مناسبی در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی داشته باشد. مقادیر افت انرژی نسبی آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده برای کرنل‌های مختلف در شکل (2-الف) و (2-ب) و بازای داده‌های مختلف در مرحله آموزش و آزمون در شکل (2-پ) نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد کرنل RBF دقت بالایی در مقایسه با سایر کرنل‌ها داشته و افت انرژی نسبی را با دقت بالایی پیش‌بینی کرده است. مطابق شکل (2-ت) و (2-ث) نتایج شاخص‌های آماری برای کرنل RBF در مرحله آموزش  $R=0/952$ ،  $RMSE=0/0076$ ،  $Mean RE=0/0078$  و  $KGE=0/865$  است. همچنین برای مرحله آزمون مقادیر این شاخص‌ها به ترتیب  $0/907$ ،  $0/0153$ ،  $0/0138$  و  $0/744$  است. با توجه به شکل (2-ج) و (2-چ)، ملاحظه می‌گردد که برای کرنل برتر، در مرحله آموزش و آزمون دامنه وسیعی از داده‌ها در باند خطای نسبی  $\pm 3\%$  قرار دارند به طوری که در مرحله آموزش و آزمون به ترتیب 100 و 96 درصد داده‌ها در باند خطای  $\pm 3\%$  قرار دارند که این موضوع بیانگر دقت بالای حل است.

جدول 1- نتایج شاخص‌های آماری کرنل‌های مختلف در مدل

شاخص‌های آماری	SVMM			
	Linear	Polynomial	RBF	Sigmoid
R (test)	0/530	0/239	0/907	0/292
KGE (test)	0/308	0/007	0/744	-0/912
RMSE (test)	0/032	0/036	0/015	0/099
Mean RE% (test)	3/150	2/937	1/38	8/564



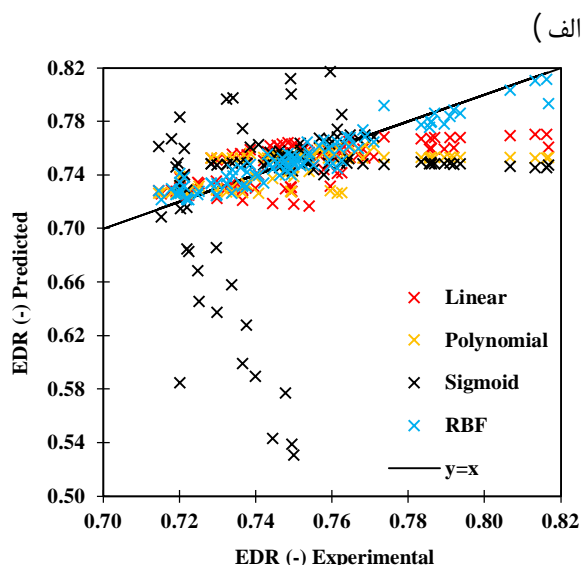
$$R = \frac{[\sum_{i=1}^n (EDR_{Obs\ i} - \overline{EDR_{Obs}}) \times (EDR_{Cal\ i} - \overline{EDR_{Cal}})]}{\sum_{i=1}^n (EDR_{Obs\ i} - \overline{EDR_{Obs}}) \sum_{i=1}^n (EDR_{Cal\ i} - \overline{EDR_{Cal}})}$$

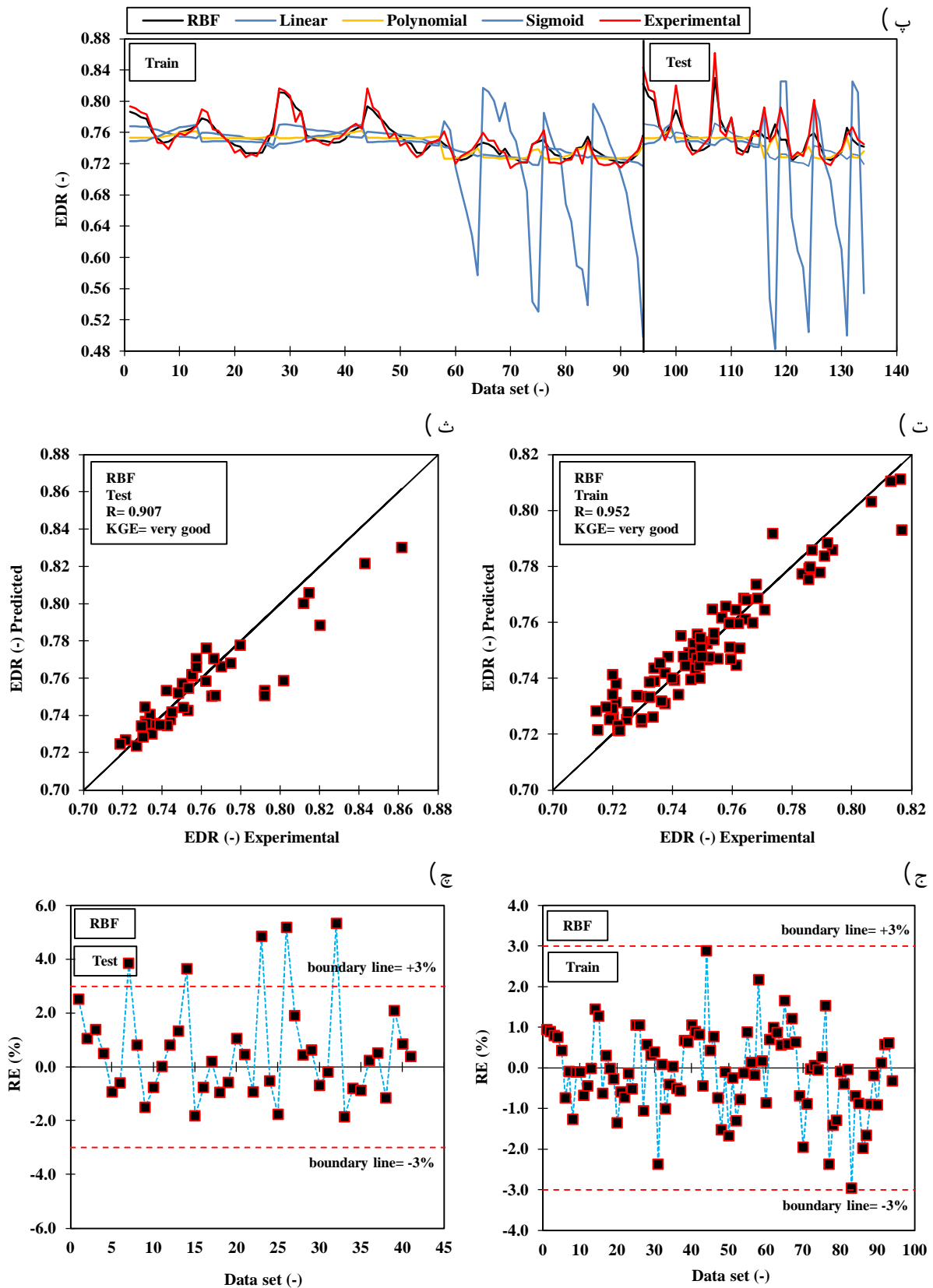
$0.7 < KGE < 1$  Very good  
 $0.6 < KGE < 0.7$  Good  
 $0.5 < KGE \leq 0.6$  Satisfactory  
 $0.4 < KGE \leq 0.5$  Acceptable  
 $KGE \leq 0.4$  Unsatisfactory

در روابط بالا،  $Obs$  و  $Cal$  به ترتیب بیانگر نتایج مشاهداتی و محاسباتی و  $n$  تعداد کل داده‌ها می‌باشند. مقادیر روابط (14) و (15) هرچه به عدد صفر نزدیک باشد، بیانگر دقت بالای حل مدل مورد نظر خواهند بود. در رابطه (16)،  $R$  ضریب همبستگی،  $\beta$  نسبت میانگین داده‌های محاسباتی به میانگین داده‌های مشاهداتی و  $\gamma$  بیانگر نسبت انحراف استاندارد مقادیر محاسباتی به انحراف استاندارد مقادیر مشاهداتی می‌باشند (Abbaszadeh و همکاران، 2024). شاخص آماری  $KGE$  بر اساس تقسیم‌بندی این شاخص به خیلی خوب، خوب، رضایت بخش، قابل قبول و غیررضایت بخش، می‌تواند بیانگر دقت حل باشد (Daneshfaraz و همکاران، 2022).

### 3- نتایج و بحث

پارامترهای بی‌بعد مختلف به عنوان ورودی مدل‌های مختلف و افت انرژی نسبی به عنوان خروجی و ویژگی هدف در نظر گرفته شد و سعی گردید امکان کاربرد روش‌های نوین داده‌کاوی در تخمین میزان افت انرژی نسبی مورد ارزیابی قرار گیرد. برای پیش‌بینی افت انرژی نسبی توسط روش‌های داده‌کاوی در حالت کلی تعداد 70% داده‌ها برای مرحله آموزش و 30% داده‌ها برای مرحله آزمون انتخاب گردید. مطابق جدول (1)، از میان کرنل‌های Linear، Polynomial، RBF و Sigmoid، کرنل RBF با توجه به نتایج مطلوب شاخص‌های آماری آن به عنوان کرنل برتر برای مدل



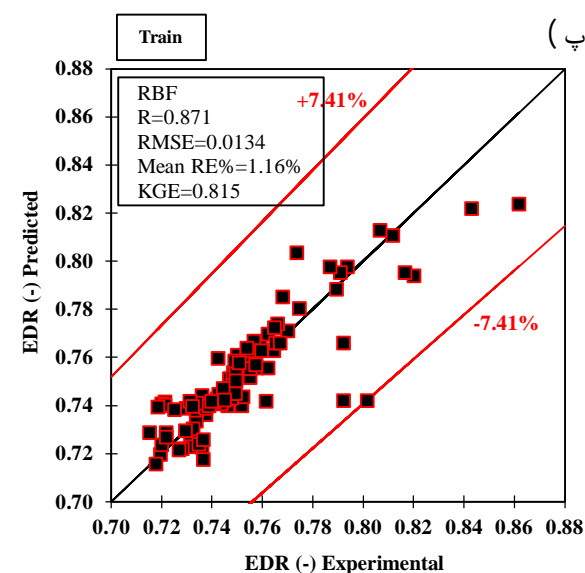
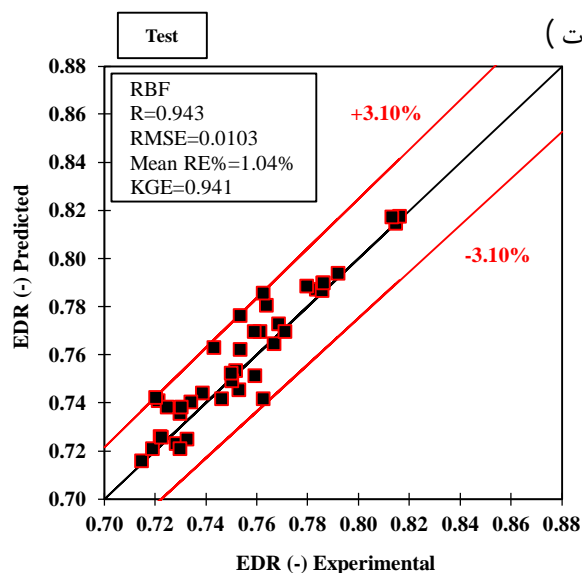
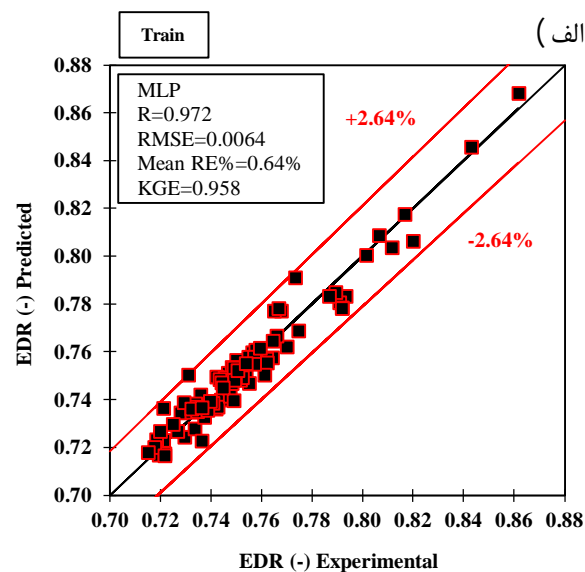
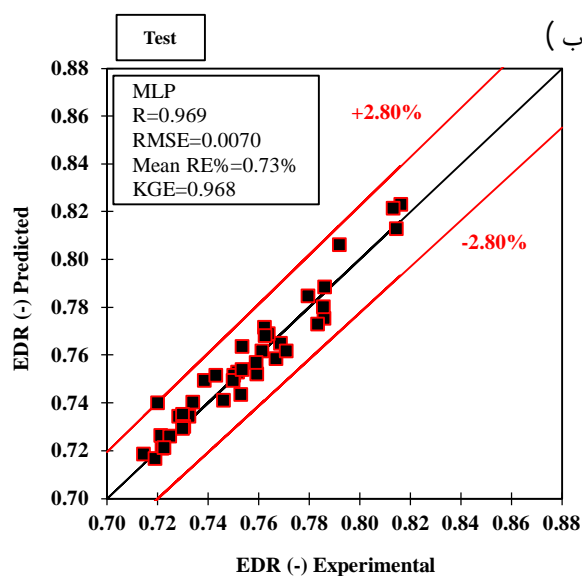


شکل 2- میزان افت انرژی نسبی آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده

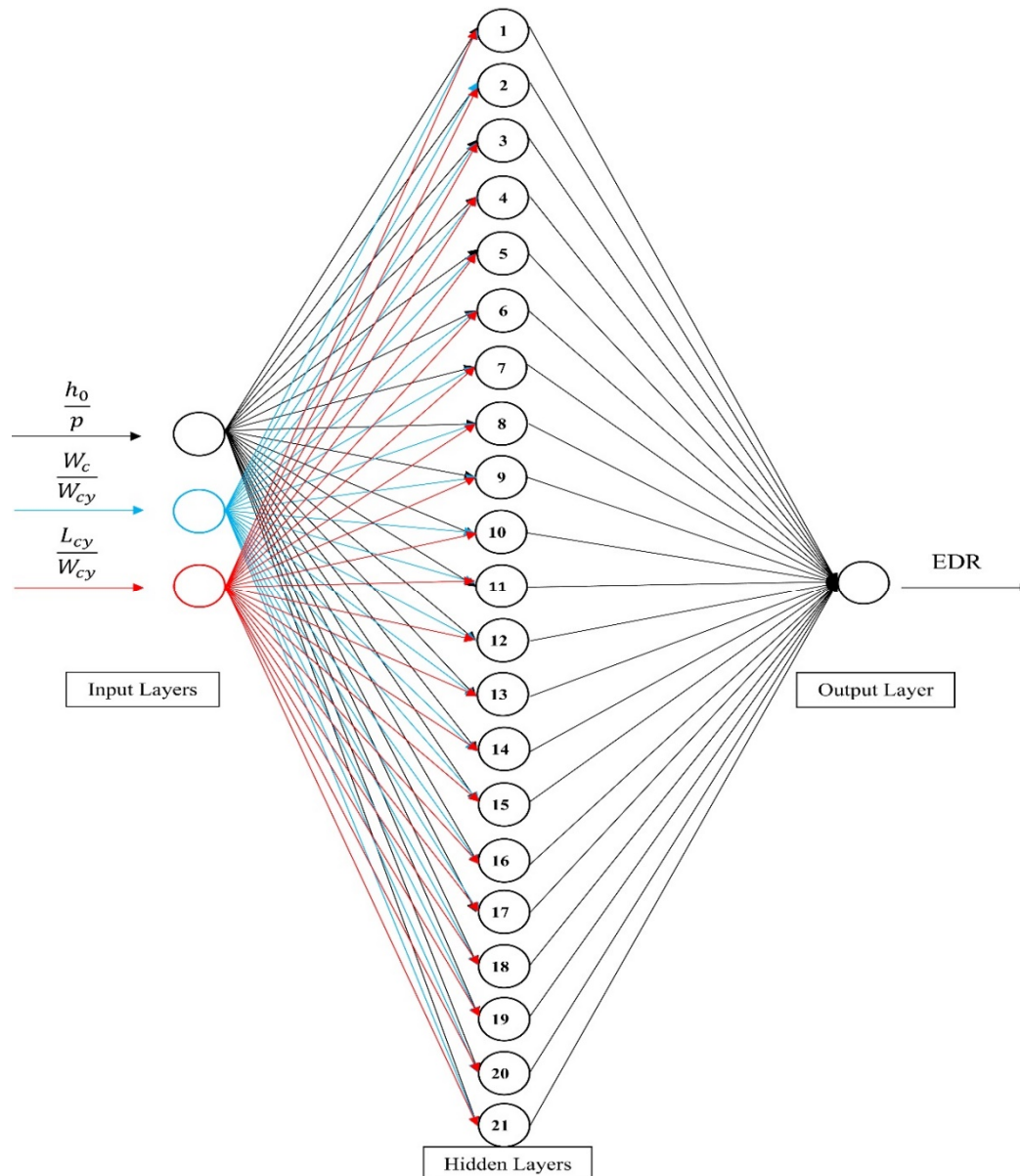


در روش ANN نیز همانند مدل SVM، 70 درصد داده‌ها برای آموزش و مابقی برای آزمون به صورت تصادفی توسط نرم‌افزار انتخاب شدند. حداقل و حداکثر تعداد لایه‌های مخفی به ترتیب 3 و 21 انتخاب شد تا عملیات بیشتری به منظور پیدا کردن بهترین مدل انجام گیرد. مطابق شکل (3) دقت حل در شبکه نوع MLP در مقایسه با شبکه نوع RBF افزایش یافته است. نتایج شاخص‌های آماری R، RMSE، Mean RE و KGE برای شبکه نوع MLP در مرحله آموزش به ترتیب 0/972، 0/0064، 0/0064 و 0/958 است این مقادیر برای مرحله آزمون نیز به ترتیب 0/969، 0/0070، 0/0116، 0/0134، 0/871، 0/815 و 0/943 است. برای مرحله آزمون به ترتیب برابر با 0/943، 0/0103، 0/0104 و 0/941 است. در شبکه MLP و RBF داده‌ها در بازه درصد خطای نسبی  $\pm 2/80\%$  و  $\pm 3/10\%$  در مرحله آزمون قرار گرفته‌اند. بنابراین با توجه به نتایج فوق روش ANN-MLP به‌عنوان مدل برتر در این مرحله شناخته شد. در شکل (4) معماری مدل شبکه عصبی مصنوعی برای مدل برتر متشکل از 5 متغیر ورودی، 21 لایه پنهان و یک متغیر خروجی ارائه شده است.

در روش ANN نیز همانند مدل SVM، 70 درصد داده‌ها برای آموزش و مابقی برای آزمون به صورت تصادفی توسط نرم‌افزار انتخاب شدند. حداقل و حداکثر تعداد لایه‌های مخفی به ترتیب 3 و 21 انتخاب شد تا عملیات بیشتری به منظور پیدا کردن بهترین مدل انجام گیرد. مطابق شکل (3) دقت حل در شبکه نوع MLP در مقایسه با شبکه نوع RBF افزایش یافته است. نتایج شاخص‌های آماری R، RMSE، Mean RE و KGE برای شبکه نوع MLP در مرحله آموزش به ترتیب 0/972، 0/0064، 0/0064 و 0/958 است این مقادیر برای مرحله آزمون نیز به ترتیب 0/969، 0/0070، 0/0116، 0/0134، 0/871، 0/815 و 0/943 است. برای مرحله آزمون به ترتیب برابر با 0/943، 0/0103، 0/0104 و 0/941 است. در شبکه MLP و RBF داده‌ها در بازه درصد خطای نسبی  $\pm 2/80\%$  و  $\pm 3/10\%$  در مرحله آزمون قرار گرفته‌اند. بنابراین با توجه به نتایج فوق روش ANN-MLP به‌عنوان مدل برتر در این مرحله شناخته شد. در شکل (4) معماری مدل شبکه عصبی مصنوعی برای مدل برتر متشکل از 5 متغیر ورودی، 21 لایه پنهان و یک متغیر خروجی ارائه شده است.



شکل 3- افت انرژی نسبی آزمایشگاهی در برابر افت انرژی نسبی پیش‌بینی شده در مرحله آموزش و آزمون: (الف) و (ب) در شبکه MLP، (پ) و (ت) در شبکه RBF در روش ANN

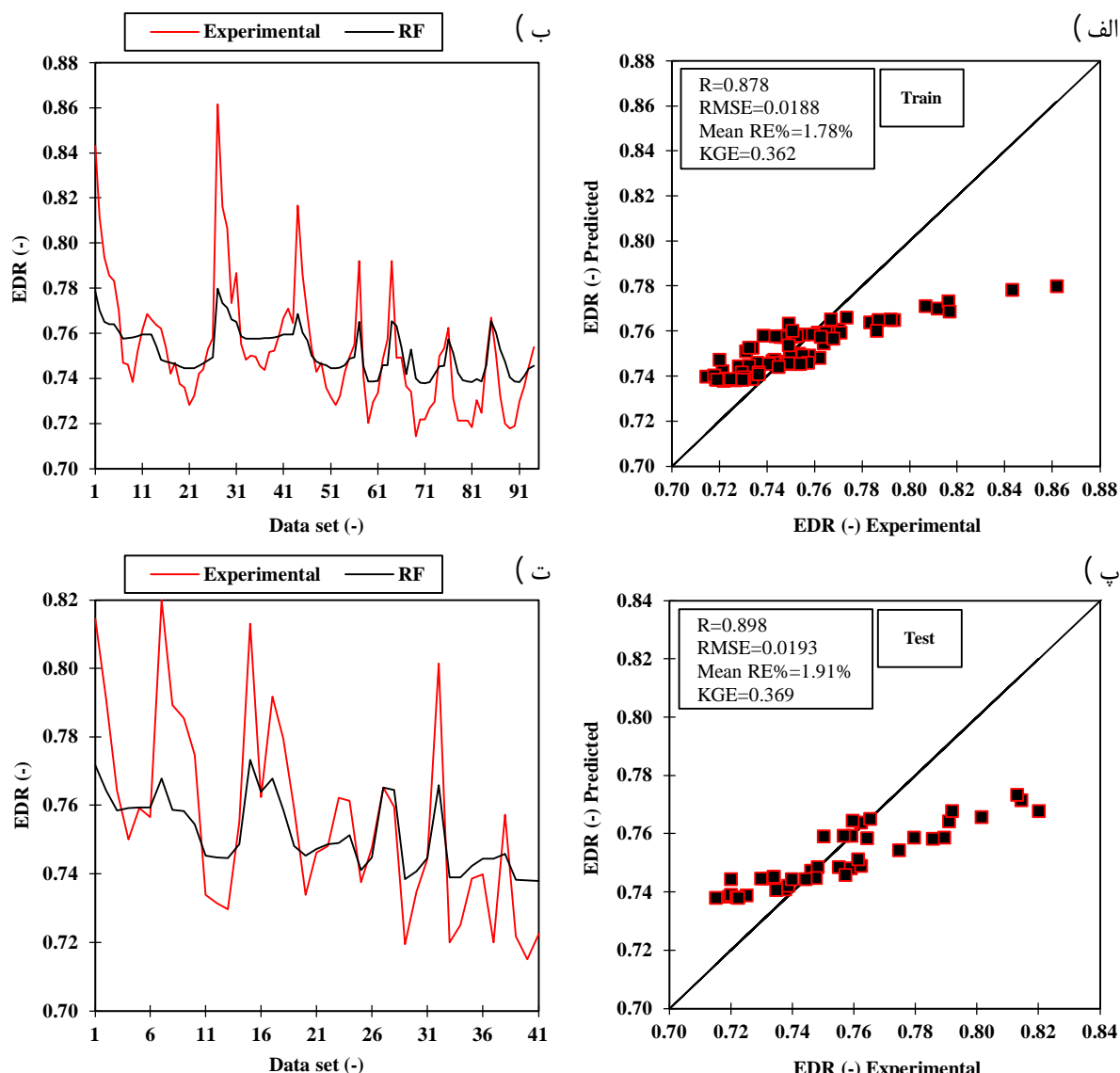


شکل 4- معماری مدل ANN

رضایت بخش قرار دارد که حاکی از عدم توانایی مناسب این مدل در پیش بینی میزان افت انرژی نسبی است. در شکل (5-ب) و (5-ت) هم پوشانی داده های آزمایشگاهی و پیش بینی شده به ازای داده های مختلف در مرحله آموزش و آزمون نشان داده شده است که اختلاف چشم گیری بایکدیگر دارند.

به منظور انتخاب برترین مدل از میان مدل های ANN، SVM و RF نتایج برترین های هر گروه در شکل (6) نشان داده شده است. مطابق شکل (6-الف) مشاهده می گردد که برای مدل RF مقادیر در بازه خطای نسبی  $\pm 9/36\%$  قرار دارند. مقدار RMSE و Mean RE% برای این مدل به ترتیب 0/0193 و 1/91% است. برای مدل SVM-RBF داده ها در بازه خطای نسبی  $\pm 5/34\%$  قرار دارند.

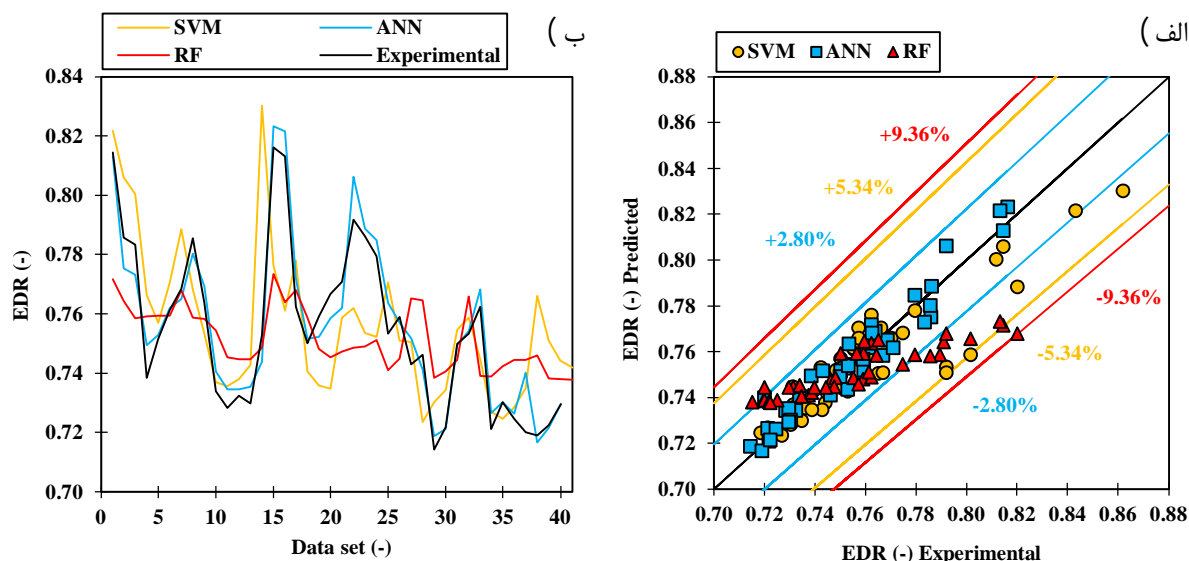
در شکل (5-الف) و (5-پ) نمودار پراکندگی داده ها در مرحله آموزش و آزمون برای مدل RF آورده شده است. نتایج شاخص های آماری R، RMSE، Mean RE و KGE برای مرحله آموزش به ترتیب 0/878، 0/0188، 0/0178 و 0/362 است. برای مرحله آزمون نیز به ترتیب برابر با 0/898، 0/0193، 0/0191 و 0/369 است. با این که مقدار میانگین خطای نسبی در مدل RF در مرحله آموزش و آزمون به ترتیب 0/0178 و 0/0191 است ولی صرف نتیجه این شاخص نمی توان تصمیم گیری نمود. علت این مقادیر را می توان به داده های نزدیک آزمایشگاهی به هم اشاره نمود به طوری که میزان افت انرژی نسبی در بازه 0/714 تا 0/862 قرار دارند. بنابراین این نتایج، نتایج مناسبی نیستند. میزان شاخص کلینگ گوپتا برای این مدل کم تر از 0/4 بوده و در قسمت غیر قابل



شکل 5- مقایسه افت انرژی نسبی آزمایشگاهی و مدل RF در مرحله: الف) و ب) آموزش، پ) و ت) آزمون

نزدیکی رأس‌های بالادست و مابین سیکل‌های سرریز پلان مثلثی و دوزنقه‌ای. بر اساس تحقیق Crookston و Tullis (2012) و Mohammadzadeh-Habili و همکاران (2018)، جریان برخوردی به سرریز، یک وضعیت پرش هیدرولیکی محلی موضعی در نزدیکی رأس‌های بالادست ایجاد می‌کند که منجر به اتلاف انرژی می‌شود. دوم، جریان متلاطم، منجر به تشکیل استخر جلوی سرریز می‌شود. در یک سرریز زیگزاگی جریان برگشتی ناشی از برخورد جریان ریزشی با بستر کانال، منجر به تشکیل جریان گردابی در استخر پشت جت ریزشی و به عبارتی دیگر در جلوی سرریز می‌شود. جریان گردشی در استخر بخش زیادی از انرژی را از طریق جریان گردابی آشفته اتلاف می‌کند. ثالثاً، به دلیل برخورد جریان‌های فوق بحرانی در قاعده کانال، یک پرش هیدرولیکی در پائین‌دست سرریز زیگزاگی صورت می‌گیرد.

این مدل در مقایسه با مدل RF نتایج مطلوبی را ارائه داده است. به طوری که میزان RMSE و Mean RE% برای مدل مذکور به ترتیب 0/0153 و 1/38% است. روش ANN-MLP در مقایسه با دو مدل قبلی نتایج بهتری از نظر آماری دارد و به نتایج آزمایشگاهی نزدیک است. برای روش ANN-MLP داده‌ها در بازه درصد خطای نسبی  $\pm 2/80$  قرار گرفته‌اند. مقادیر شاخص‌های مذکور برای این مدل به ترتیب 0/0070 و 0/73% است. مقدار ضریب همبستگی برای مدل‌های فوق در مرحله آزمون به ترتیب 0/898، 0/907 و 0/969 است. مقایسه افت انرژی نسبی حاصل از مدل‌های مختلف و نتایج آزمایشگاهی حاکی از هم‌پوشانی بهتر داده‌ها در روش ANN با نتایج آزمایشگاهی است (شکل 6-ب)). افت انرژی زیاد سرریزهای زیگزاگی را می‌توان به سه فرآیند اصلی نسبت داد: اول، برخورد یا برهم کنش جریان ریزشی در



شکل 6- الف) مقادیر افت انرژی نسبی آزمایشگاهی در برابر پیش‌بینی شده، ب) مقایسه مقادیر افت انرژی نسبی به‌ازای داده‌های مختلف در مرحله آزمون

نتایج شاخص‌های آماری Mean RE% برای روابط فوق به ترتیب 1/86% و 2/12% است. میزان RMSE نیز به ترتیب 0/017 و 0/019 است. برای روابط بالا KGE در محدوده very good قرار دارد. نتایج شاخص‌های آماری مذکور بیانگر آن است که روابط فوق از دقت بالایی در پیش‌بینی میزان افت انرژی برخوردار هستند به طوری که برای روابط بالا به ترتیب بیش از 82% و 83% داده‌ها در محدوده خطای نسبی  $\pm 3\%$  قرار دارند.

### 3- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر از روش‌های نوین داده‌کاوی ماشین بردار پشتیبان (SVM)، شبکه عصبی مصنوعی (ANN) و جنگل تصادفی (RF) در پیش‌بینی میزان افت انرژی سرریزهای زیگزاگی استفاده شد. برای تمامی مدل‌های مذکور به صورت تصادفی 70% داده‌ها برای مرحله آموزش و 30% برای مرحله آزمون مورد استفاده قرار گرفتند. در مدل SVM نتایج بررسی کرنل‌های مختلف نشان داد که کرنل تابع پایه شعاعی (RBF) در مقایسه با کرنل‌های چندجمله‌ای (Polynomial)، خطی (Linear) و سیگموئید (Sigmoid) نتایج مطلوبی در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی دارد. شاخص‌های آماری ضریب همبستگی (R)، خطای جذر میانگین مربعات (RMSE)، میانگین درصد خطای نسبی (Mean RE%) و شاخص کلینگ گوپتا (KGE) برای مدل SVM-RBF در مرحله آزمون به ترتیب 0/907، 0/0153، 1/38% و 0/744 است. در روش ANN با شبکه‌های MLP و RBF، روش ANN-MLP نتایج دقیق‌تری نسبت به نوع شبکه دیگر دارد. به طوری که برای روش ANN-MLP  $R=0/969$ ،  $RMSE=0/007$ ،  $Mean RE%=0/73$

در طول پرش هیدرولیکی، بخش قابل توجهی از انرژی اتلاف می‌گردد. با افزایش دبی جریان، عملکرد سرریزهای کنگره‌ای کاهش می‌یابد (Haghiabi و همکاران، 2022). دلیل اصلی این امر، پر کردن فضای بین چرخه‌های سیکل سرریز توسط جریان است. به عبارت دیگر، با افزایش دبی جریان، فرصت تخلیه جریان از فضای بین چرخه‌های سیکل سرریز از بین می‌رود. بیشترین میزان افت انرژی مربوط به سرریزهای تک سیکل است. با افزایش این میزان روند یکسانی را طی می‌کنند. همچنین دلیل این که سرریز پلان دوزنقه‌ای عملکرد کم‌تری نسبت به سرریز پلان مثلثی در اتلاف انرژی دارد به کاهش افت هد به دلیل تغییر ناگهانی خطوط جریان ورودی و خروجی مربوط می‌شود (Haghiabi و همکاران، 2022).

در پژوهش حاضر با بهره‌گیری از Solver در نرم‌افزار اکسل به ترتیب روابطی به منظور پیش‌بینی میزان افت انرژی سرریزهای زیگزاگی پلان مثلثی و پلان دوزنقه‌ای در محدوده تحقیق حاضر ارائه گردیده است:

$$EDR = -5.10 \left(\frac{h_0}{p}\right)^{0.004} + 1.30 \left(\frac{L_{cy}}{W_{cy}}\right)^{-0.044} + 4.58 \left(\frac{W_c}{W_{cy}}\right)^{0.0045} \quad (17)$$

$$EDR = -1.72 \left(\frac{h_0}{p}\right)^{0.012} + 0.094 \left(\frac{L_{cy}}{W_{cy}}\right)^{-0.825} + 2.418 \left(\frac{W_c}{W_{cy}}\right)^{0.004} \quad (18)$$

- Ghaderi A, Daneshfaraz R, Dasineh M, Di Francesco S, "Energy dissipation and hydraulics of flow over trapezoidal-triangular labyrinth weirs", *Water*, 2020, 12 (7), 1992. <https://doi.org/10.3390/w12071992>
- Haghiabi AH, Nou MRG, Parsaie A, "The energy dissipation of flow over the labyrinth weirs", *Alexandria Engineering Journal*, 2022, 61 (5), 3729-3733. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.08.075>
- Hassanzadeh Y, Abbaszadeh H, "Investigating Discharge Coefficient of Slide Gate-Sill Combination Using Expert Soft Computing Models", *Journal of Hydraulic Structures*, 2023, 9 (1), 63-80.
- Hay N, Taylor G, "Performance and design of labyrinth weirs", *Journal of the Hydraulics Division*, 1970, 96 (11), 2337-2357. <https://doi.org/10.22055/jhs.2023.43683.1251>
- Idrees AK, Al-Ameri R, "Investigation of flow characteristics and energy dissipation over new shape of the trapezoidal labyrinth weirs", *Flow Measurement and Instrumentation*, 2023, 89, 102276. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2022.102276>
- Jahed Armaghani D, Asteris PG, Askarian B, Hasanipanah M, Tarinejad R, Huynh VV, "Examining hybrid and single SVM models with different kernels to predict rock brittleness", *Sustainability*, 2020, 12 (6), 2229. <https://doi.org/10.3390/su12062229>
- Kumar S, Ahmad Z, Mansoor T, "A new approach to improve the discharging capacity of sharp-crested triangular plan form weirs", *Flow Measurement and Instrumentation*, 2011, 22 (3), 175-180. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2011.01.006>
- Mohammadzadeh-Habili J, Heidarpour M, Samiee S, "Study of energy dissipation and downstream flow regime of labyrinth weirs", *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, 2018, 42, 111-119. <https://doi.org/10.1007/s40996-017-0088-6>
- Monjezi R, Heidarnejad M, Masjedi A, Purmohammadi MH, Kamanbedast A, "Laboratory investigation of the discharge coefficient of flow in arced labyrinth weirs with triangular plans", *Flow Measurement and Instrumentation*, 2018, 64, 64-70. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2018.10.011>
- Norouzi R, Sihag P, Daneshfaraz R, Abraham J, Hasannia V, "Predicting relative energy dissipation for vertical drops equipped with a horizontal screen using soft computing techniques", *Water Supply*, 2021, 21 (8), 4493-4513. <https://doi.org/10.2166/ws.2021.193>
- Nouri M, Sihag P, Salmasi F, Kisi O, "Energy loss in skimming flow over cascade spillways: Comparison of artificial intelligence-based and regression methods", *Applied Sciences*, 2020, 10 (19), 6903. <http://dx.doi.org/10.3390/app10196903>
- Parsaie A, Haghiabi AH, "The hydraulic investigation of circular crested stepped spillway", *Flow Measurement and Instrumentation*, 2019, 70, 101624. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2019.101624>
- KGE=0/969 است. نتایج در مدل RF در مقایسه با دو مدل دیگر نتایج ضعیفتری را ارائه داده است. روش ANN-MLP در مقایسه با مدل های SVM و RF نتایج بهتری دارد و به نتایج آزمایشگاهی نزدیکتر است. روابط غیرخطی رگرسیون چندجمله‌ای با دقت بالا، به منظور پیش‌بینی میزان افت انرژی سرریزهای زیگزاگی پلان مثلی و ذوزنقه‌ای ارائه شد که با اطمینان بالا می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند.
- به منظور تحقیق‌های آتی، پیشنهاد می‌گردد که مدل‌های مختلف هوش مصنوعی و مدل‌های هیبریدی مورد بررسی قرار گیرد و با نتایج پژوهش حاضر مقایسه شود.

#### 4- مراجع

- Abbaszadeh H, Daneshfaraz R, Norouzi R, "Experimental investigation of hydraulic jump parameters in sill application mode with various synthesis", *Journal of Hydraulic Structures*, 2023, 9 (1), 18-42. <https://doi.org/10.22055/jhs.2023.43208.1245>
- Al-Bulushi NI, King PR, Blunt MJ, Kraaijveld M, "Artificial neural networks workflow and its application in the petroleum industry", *Neural Computing and Applications*, 2012, 21, 409-421. <https://doi.org/10.1007/s00521-010-0501-6>
- Ayaz M, Mansoor T, "Development of ANN model for discharge prediction and optimal design of sharp-crested triangular plan form weir for maximum discharge using linked ANN-optimization model", *Water Supply*, 2021, 21 (6), 3027-3041. <http://dx.doi.org/10.2166/ws.2021.067>
- Azimi AH, Hakim SS, "Hydraulics of flow over rectangular labyrinth weirs", *Irrigation Science*, 2019, 37 (2), 183-193. <https://doi.org/10.1007/s00271-018-0616-6>
- Biabani R, Salmasi F, Nouri M, Abraham J, "Flow over embankment gabion weirs in free flow conditions", *Journal of Hydro-Environment Research*, 2022, 44, 65-76. <https://doi.org/10.1016/j.jher.2022.08.001>
- Crookston BM, Tullis BP, "Labyrinth weirs: nappe interference and local submergence", *Journal of Irrig Drain Engineering*, 2012, 138, 757-765. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)IR.1943-4774.0000466](https://doi.org/10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0000466)
- Daneshfaraz R, Norouzi R, Abbaszadeh H, Azamathulla HM, "Theoretical and experimental analysis of applicability of sill with different widths on the gate discharge coefficients", *Water Supply*, 2022, 22 (10), 7767-7781. <https://doi.org/10.2166/ws.2022.354>
- Daneshfaraz R, Norouzi R, Ebadzadeh P, Di Francesco S, Abraham JP, "Experimental Study of Geometric Shape and Size of Sill Effects on the Hydraulic Performance of Sluice Gates", *Water*, 2023a, 15 (2), 314. <https://doi.org/10.3390/w15020314>
- Daneshfaraz R, Santos CAG, Norouzi R, Kashani MH, AmirRahmani M, Band SS, "Prediction of Drop Relative Energy Dissipation Based on Harris Hawks Optimization Algorithm", *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, 2023b, 47 (2), 1197-1210. <https://doi.org/10.1007/s40996-022-00987-7>

- Roushangar K, Akhgar S, Salmasi F, "Estimating discharge coefficient of stepped spillways under nappe and skimming flow regime using data driven approaches", *Flow Measurement and Instrumentation*, 2018, 59, 79-87.  
<https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2017.12.006>
- Salmasi F, Sattari MT, Nurcheshmeh M, "Genetic programming approach for estimating energy dissipation of flow over cascade spillways", *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, 2021, 45, 443-455.  
<https://doi.org/10.1007/s40996-020-00541-3>
- Salmasi F, Abraham J, "Effect of slope on energy dissipation for flow over a stepped spillway", *Water Supply*, 2022, 22 (5), 5056-5069.  
<https://doi.org/10.2166/ws.2022.193>
- Salmasi F, Abraham J, "Hydraulic characteristics of flow over stepped and chute spillways (case study: Zirdan Dam)", *Water Supply*, 2023, 23 (2), 851-866.  
<https://doi.org/10.2166/ws.2023.011>
- Samadi A, Salmasi F, Arvanaghi H, Mousaviraad M, "Effects of Geometrical Parameters on Labyrinth Weir Hydraulics", *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 2022, 148 (10), 06022006.  
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)IR.1943-4774.0001695](https://doi.org/10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0001695)
- Sun D, Lonbani M, Askarian B, Jahed Armaghani D, Tarinejad R, Thai Pham B, Huynh VV, "Investigating the applications of machine learning techniques to predict the rock brittleness index", *Applied Sciences*, 2020, 10 (5), 1691.  
<https://doi.org/10.3390/app10051691>
- Tullis BP, Young JC, Chandler MA, "Head-discharge relationships for submerged labyrinth weirs", *Journal of Hydraulic Engineering*, 2007, 133 (3), 248-254. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2007\)133:3\(248\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2007)133:3(248))
- Vapnik VN, "The nature of statistical learning theory", Springer-Verlag, New York, 1995.
- White Frank M, "Fluid Mechanics (8th ed)", Secacus, United State: McGraw Hill Education, 2016
- Zhou Y, Wu J, Ma F, Qian S, "Experimental investigation of the hydraulic performance of a hydraulic-jump-stepped spillway", *KSCE Journal of Civil Engineering*, 2021, 25, 3758-3765.  
<https://doi.org/10.1007/s12205-021-1709-y>