

## طول وصله در تیرهای بتنی مسلح به آرماتورهای پلیمری الیافی (FRP)

مهراوه رخشانی مهر<sup>۱</sup>، محمدرضا اصفهانی<sup>۲</sup> و سیدروح<sup>۳\*</sup> موسوی

<sup>۱</sup> استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه الزهرا تهران

<sup>۲</sup> استاد گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

<sup>۳</sup> استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی شهید نیکبخت، دانشگاه سیستان و بلوچستان

### چکیده

تعیین مقاومت پیوستگی و طول وصله آرماتورهای پلیمری الیافی (FRP) از جمله مسائل مورد بحث پژوهشگران در سال‌های اخیر است. در این مقاله، رابطه‌ای برای تعیین طول وصله آرماتورهای FRP وصله شده در تیرهای بتن‌آرمه ارائه می‌شود. بدین منظور ابتدا به کمک نتایج آزمایش‌های بیرون کشیدگی سایر محققین، روابطی برای تعیین مقاومت پیوستگی موضعی و مدول تغییر مکان آرماتورهای FRP ارائه می‌شود. سپس به کمک نتایج آزمایش‌های وصله کششی در تیرها، رابطه‌ای برای تعیین مقاومت پیوستگی در طول وصله آرماتور FRP به دست می‌آید. در این رابطه، اثر توزیع واقعی تنش پیوستگی در طول وصله وارد محاسبات شده است. رابطه مقاومت پیوستگی پیشنهادی در مقایسه با سایر روابط موجود و ضوابط آیین‌نامه‌ای همبستگی خوبی با نتایج آزمایش دارد. با توجه به دقت مناسب رابطه مقاومت پیوستگی پیشنهادی، می‌توان از آن برای تعیین طول وصله آرماتورهای FRP استفاده نمود. رابطه پیشنهادی برای تعیین طول وصله با روابط آیین‌نامه‌ها مقایسه شده است. **واژگان کلیدی:** آرماتور پلیمری الیافی (FRP)، تیر بتن‌آرمه، مقاومت پیوستگی، طول وصله.

### ۱- مقدمه

پیوستگی بین بتن و آرماتور تأمین‌شده، در نتیجه در هنگام طراحی وصله آرماتورهای FRP، باید علاوه بر توجه به عدم پارگی آرماتورها، از شکل‌پذیری حاصل از پیوستگی بین بتن و آرماتور نیز اطمینان حاصل شود [۳]. آیین‌نامه ACI 440.1R-03 [۴] برای تعیین طول مهار<sup>۱</sup> آرماتورهای FRP، رابطه زیر را پیشنهاد کرده است:

$$l_{bf} = \frac{d_b f_{fu}}{18.5} \quad (1)$$

این رابطه برای نمونه‌هایی که در آن‌ها شکل شکست بیرون کشیدگی<sup>۲</sup> حاکم باشد، مناسب است. در این رابطه  $l_{bf}$  طول مهار،  $d_b$  قطر آرماتور بر حسب mm و  $f_{fu}$  مقاومت کششی طراحی آرماتور بر حسب MPa است. برای تعیین طول وصله کششی، طول حاصل از رابطه (۱) بسته به نوع وصله در ضرایب ۱/۳ یا ۱/۶ ضرب می‌شود. در حالت شکست شکافت<sup>۳</sup>، آیین‌نامه ACI 440.1R-03 [۴] رابطه زیر را برای تعیین طول مهار ارائه کرده است:

$$l_{bf} = K_2 \frac{d_b^2 f_{fu}}{\sqrt{f'_c}} \quad (2)$$

فولاد یکی از بهترین مصالح مسلح‌کننده بتن به شمار می‌آید. آرماتورهای فولادی جز در شرایطی که در برابر حملات محیطی قرار می‌گیرند، کارایی بسیار خوبی دارند. استفاده از آرماتورهای غیر فلزی مانند آرماتورهای پلیمری الیافی (FRP) یکی از روش‌های مقابله با مسأله خوردگی است [۱].

یکی از بحث‌های مهمی که در طراحی آرماتورهای FRP باید مورد توجه قرار گیرد، تعیین طول وصله است. برای طراحی وصله در آرماتورهای FRP باید اطلاعات کافی درباره پیوستگی این نوع آرماتور با بتن در دست باشد [۲].

از آن‌جا که خصوصیات آرماتورهای FRP با آرماتورهای فولادی کاملاً متفاوت است، از روابط مربوط به پیوستگی آرماتورهای فولادی نمی‌توان برای طراحی وصله آرماتورهای FRP استفاده کرد. تفاوت اساسی بین فولاد و FRP مربوط به مکانیسم شکست پیوستگی این دو ماده است. رابطه تنش- کرنش فولاد دارای یک ناحیه خطی و پس از آن یک ناحیه غیرخطی بزرگ است. این ناحیه غیرخطی (پلاستیک) به شکل‌پذیری حاصل از پیوستگی بین فولاد و بتن در دوره بارگذاری کمک می‌کند. در حالی که رابطه تنش-کرنش آرماتورهای FRP دارای ناحیه غیرخطی (پلاستیک) نیست. بنابراین شکل‌پذیری سیستم سازه‌ای ساخته شده از آرماتورهای FRP باید از

1- Development length  
2- Pullout  
3- Splitting

Darwin و همکاران [۷] نشان دادند روابطی که برای طول وصله و طول مهاری مقادیر یکسانی ارائه می‌کنند و برای تعیین طول وصله کششی نیاز به استفاده از ضرایب  $1/3$  یا  $1/6$  نیست، نسبت به سایر روابط برتری دارند.

رابطه (۱) فقط برای نمونه‌های دارای شکل شکست بیرون کشیدگی مناسب است. علاوه بر این، اثر مقاومت فشاری بتن در این رابطه در نظر گرفته نشده است. آیین‌نامه ACI 440.1R-03 [۴] برای تعیین طول وصله در نمونه‌های با شکل شکست شکافت رابط (۲) را که تابعی از قطر آرماتور، مقاومت کششی نهایی آرماتور و مقاومت فشاری بتن است، ارائه نموده است. در این رابطه  $K_2$  یک ثابت تجربی است که به کمک نتایج آزمایش تعیین می‌شود. تاکنون برای ضریب  $K_2$  توسط محققان مختلف مقادیر متفاوتی ارائه شده است [۳].

برای تعیین طول وصله کششی به کمک رابطه (۳) باید ضرایب  $K_1$  تا  $K_5$  را تعیین نمود. تعیین این ضرایب کار مشکلی است تا جایی که در آیین‌نامه مربوطه [۵] پیشنهاد شده طول مهاری اسمی توسط کارخانه سازنده آرماتورها تعیین شود [۸]. در رابطه (۴) از اثر دورگیری حاصل از آرماتورگذاری جانبی صرف نظر شده است. علاوه بر این در این آیین‌نامه توزیع تنش پیوستگی در طول آرماتور یکنواخت فرض شده است.

هدف از این مقاله ارائه رابطه‌ای برای تعیین طول وصله آرماتورهای FRP است. به این منظور، ابتدا رابطه‌ای برای محاسبه تنش پیوستگی آرماتورهای FRP در نمونه‌های تیری وصله‌دار به کمک نتایج آزمایش تیری موجود ارائه می‌شود. در این رابطه اثر پارامترهای مختلف مؤثر بر پیوستگی آرماتورهای FRP مانند قطر آرماتور، اثر ضخامت پوشش بتن و همچنین اثر توزیع واقعی تنش در طول وصله به کمک تئوری تغییر مکان Tepfers [۹] وارد محاسبات شده است. سپس به کمک رابطه تنش پیوستگی پیشنهادی، رابطه‌ای برای تعیین طول وصله در آرماتورهای FRP ارائه می‌شود.

## ۲- پیوستگی موضعی بین بتن و آرماتورهای FRP

نیروی عکس‌عملی بین بتن و آرماتور دارای دو مؤلفه تماسی و قائم می‌باشد که مؤلفه قائم باعث شکافت پوشش بتن می‌گردد. Tepfers [۹] مؤلفه قائم نیروی عکس‌عملی و بتن اطراف آن را به صورت استوانه ضخیم تحت فشار مدل‌سازی کرد. Teffers [۹] نشان داد، اگر زاویه بین نیروی عکس‌عمل و آرماتور  $\alpha$  باشد، رابطه زیر بین تنش پیوستگی موضعی  $u_c$  و تنش شعاعی شکافت استوانه  $f_b$  برقرار است.

که مقدار  $K_2$  یک ثابت تجربی است و به کمک نتایج آزمایش به دست می‌آید. برای تعیین طول وصله کششی، بسته به نوع وصله طول حاصل از رابطه (۲) در ضرایب  $1/3$  یا  $1/6$  ضرب می‌شود.

آیین‌نامه کانادا CAN/CSA-S806-02 [۵] برای تعیین طول مهاری آرماتورهای FRP رابطه زیر را پیشنهاد نموده است:

$$l_d = 1.15 \frac{k_1 k_2 k_3 k_4 k_5}{d_{cs}} \frac{f_f}{\sqrt{f'_c}} A_b \quad (3)$$

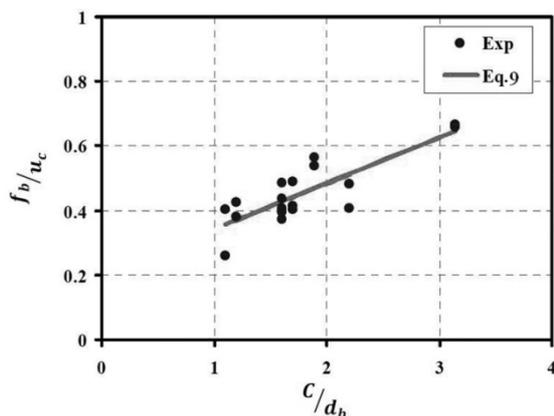
در این رابطه  $l_d$  طول مهاری بر حسب  $A_b$ ، mm سطح مقطع یکی از آرماتورهای وصله شده بر حسب  $f_f$ ، mm<sup>2</sup> تنش طراحی آرماتور،  $k_1$  ضریب اثر موقعیت قرارگیری آرماتور در مقطع عرضی،  $k_2$  ضریب اثر چگالی بتن،  $k_3$  ضریب اثر اندازه آرماتور،  $k_4$  ضریب اثر نوع الیاف،  $k_5$  ضریب اثر سطح ظاهری آرماتور و  $d_{cs}$  کمترین مقدار بین سطح خارجی بتن تا مرکز آرماتور و دو سوم فاصله مرکز تا مرکز آرماتورهای وصله شده است. عبارت  $d_{cs}$  نباید از  $2/5$  برابر  $d_b$  بیشتر شود. طول حاصل از رابطه (۳) به منظور تعیین طول وصله کششی، در ضریب  $1/6$  ضرب می‌شود.

در آیین‌نامه ACI 440.1R-06 [۶] برای تعیین رابطه طول وصله از روش متفاوتی نسبت به ACI 440.1R-03 [۴] استفاده شده است. این رابطه بر اساس میانگین تنش پیوستگی ارائه شده و توزیع غیر یکنواخت تنش پیوستگی در طول وصله را در نظر نمی‌گیرد [۳]:

$$l_d = \left( \frac{\alpha f_{fr} - 340}{0.083 \sqrt{f'_c}} - \frac{C}{13.6 + \frac{C}{d_b}} \right) d_b \quad (4)$$

که در این رابطه  $\alpha$  ضریب اثر آرماتور فوقانی،  $f_{fr}$  مقاومت کششی طراحی آرماتور،  $f'_c$  مقاومت بتن برحسب مگاپاسکال،  $d_b$  قطر آرماتور برحسب میلی‌متر،  $C$  کمترین فاصله بین پوشش جانبی تا مرکز آرماتور، پوشش تحتانی تا مرکز آرماتور و نصف فاصله بین آرماتورهای وصله شده است. برای تعیین طول وصله کششی، طول حاصل از این رابطه در ضریب  $1/3$  ضرب می‌شود.

همان‌طور که نشان داده شد، در روابط آیین‌نامه‌ای (۱) تا (۴) به منظور تعیین طول وصله کششی ابتدا طول مهاری اسمی به کمک هر یک از روابط فوق تعیین شده و سپس طول محاسبه شده در ضرایب  $1/3$  یا  $1/6$  ضرب می‌شود.



شکل ۱- رابطه بین  $f_b/u_c$  و  $C/d_b$

مقدار  $f_b$  از رابطه (۶) و  $u_c$  از روی نتایج آزمایش‌های بیرون کشیدگی دارای شکل شکست شکافت جمع‌آوری شده از مراجع [۱۱] تا [۱۳] به دست آمده‌اند. به کمک این نمودار بهترین رابطه خطی بین  $f_b/u_c$  و  $C/d_b$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{f_b}{u_c} = 0.198 + 0.143 \frac{C}{d_b} \quad (۹)$$

با جایگزین کردن  $f_b$  از رابطه (۹) در رابطه (۶)، رابطه زیر برای تعیین مقاومت پیوستگی موضعی (مقاومت پیوستگی طول‌های کوتاه) آرماتورهای FRP به دست می‌آید:

$$u_c = 4.2 \frac{\frac{C}{d_b} + 0.5}{\frac{C}{d_b} + 1.4} f_{ct} \quad (۱۰)$$

در جدول (۱) روابط پیشنهادی (۹) و (۱۰) با نتایج آزمایش مقایسه شده‌اند.

جدول ۱- مقایسه روابط پیشنهادی با نتایج آزمایش

| مرجع | تعداد | شاخص‌های آماری | $\left(\frac{f_b}{u_c}\right)_{exp}$<br>Eq.9 | $\left(u_c\right)_{exp}$<br>Eq.10 |
|------|-------|----------------|--|-----------------------------------|
| [۱۱] | ۴     | میانگین        | ۰/۹۱۴  | ۱/۰۹۹                             |
|      |       | انحراف معیار   | ۰/۰۷۴  | ۰/۰۹                              |
| [۱۲] | ۵     | میانگین        | ۱/۰۶   | ۰/۹۶۸                             |
|      |       | انحراف معیار   | ۰/۱۹۹  | ۰/۱۶۹                             |
| [۱۳] | ۱۱    | میانگین        | ۱/۰۴۴  | ۰/۹۶۸                             |
|      |       | انحراف معیار   | ۰/۱۱۱  | ۰/۱۰۵                             |
| کل   | ۲۰    | میانگین        | ۰/۹۹۴  | ۱/۰۲۲                             |
|      |       | انحراف معیار   | ۰/۱۲۶  | ۰/۱۳۸                             |

$$u_c \tan \alpha = f_b \quad (۵)$$

در این رابطه  $u_c$  تنش پیوستگی در هنگام ترک خوردن پوسته بتن،  $\alpha$  زاویه شکافت و  $f_b$  تنش شعاعی شکافت است. مقدار تنش شکافت  $f_b$  در شرایط مختلف بارگذاری و پوشش‌های متفاوت بین حالت الاستیک نیمه ترک خورده (رابطه (۶)) و کاملاً پلاستیک (رابطه (۷)) تغییر می‌کند [۹]:

$$f_b = \frac{\left(C + \frac{d_b}{2}\right)}{1.664 d_b} f_{ct} \quad \begin{array}{l} \text{مرحله الاستیک نیمه} \\ \text{ترک خورده} \end{array} \quad (۶)$$

$$f_b = \frac{2C}{d_b} f_{ct} \quad \text{مرحله پلاستیک} \quad (۷)$$

که در این رابطه‌ها،  $C$  حداقل مقدار بین  $C_x$ ،  $C_y$  و  $(C_s + d_b)/2$  است.  $C_x$  پوشش جانبی آرماتور،  $C_y$  پوشش تحتانی آرماتور،  $C_s$  فاصله بین دو آرماتور وصله شده مجاور در مقطع عرضی،  $d_b$  قطر آرماتور و  $f_{ct}$  مقاومت کششی بتن است.

Tepfers [۹] نشان داد به دلیل وجود برخی تغییر شکل‌های پلاستیک در بتن و اثر دورگیری ناشی از بتن اطراف استوانه ضخیم، نتایج از حالت الاستیک نیمه ترک خورده فاصله می‌گیرند. Rangan و Esfahani [۱۰] تئوری استوانه ضخیم نیمه ترک خورده Tepfers را به منظور در نظر گرفتن اثر تغییر شکل‌های پلاستیک بتن و دورگیری ناشی از بتن اطراف استوانه ضخیم به صورت زیر در نظر گرفتند:

$$\frac{\tan \alpha}{p} = \frac{f_b}{u_c} \quad (۸)$$

ضریب  $p$  تأثیر تغییر شکل پلاستیک بتن کششی در حلقه‌های بتنی ترک خورده و ترک نخورده و همچنین تأثیر دورگیری بتن اطراف استوانه ضخیم در اعضای سازه‌ای را در محاسبات وارد می‌کند.

به منظور تعیین رابطه بین  $f_b/u_c$  و  $C/d_b$ ، نسبت  $f_b/u_c$  در برابر  $C/d_b$  برای نتایج مختلف آزمایشگاهی در شکل (۱) ترسیم می‌شود.

در جدول (۱) مقدار میانگین و انحراف معیار نسبت  $f_b/u_c$  حاصل از آزمایش به مقادیر  $f_b/u_c$  حاصل از رابطه پیشنهادی (۹) ارائه شده است. مقدار میانگین این نسبت ۰/۹۹۴ و انحراف معیار آن ۰/۱۲۶ به دست آمده است. علاوه بر این در این جدول نسبت مقاومت پیوستگی موضعی حاصل از نتایج آزمایش به مقدار حاصل از رابطه (۱۰) نشان داده شده است. مقدار میانگین این نسبت ۱/۰۲۲ و انحراف معیار آن ۰/۱۳۸ به دست آمده است.

**۳- توزیع تنش پیوستگی در طول وصله آرماتورهای FRP**

رابطه (۱۰) برای محاسبه تنش پیوستگی در نمونه‌هایی که در آن‌ها طول مهاری کوتاه بوده و توزیع تنش در طول پیوستگی غالباً یکنواخت است، مناسب می‌باشد. در وصله‌هایی که در عمل به کار برده می‌شوند، تنش پیوستگی در طول وصله یکنواخت نیست [۱۴]. توزیع تنش پیوستگی در طول یک وصله و همچنین تنش پیوستگی موضعی  $u_c$  (مقاومت پیوستگی حداکثر) و تنش پیوستگی معادل یکنواخت  $u_{ave}$  در شکل (۲) به نمایش در آمده است.

و  $A_b$  سطح مقطع آرماتور فولادی،  $E_s$  مدول الاستیسیته فولاد،  $\sigma_{so}$  تنش کششی آرماتور فولادی،  $L$  طول وصله،  $K$  مدول تغییر مکان و  $d_b$  قطر آرماتور فولادی است. بر اساس یافته‌های Tepfers [۹] مقدار  $K$  (مدول تغییر مکان) در آرماتورهای فولادی متناسب با مقاومت فشاری بتن است یعنی  $K=rf_c'$  که مقدار  $r$  به نوع آج‌های آرماتور وابسته است و  $f_c'$  مقاومت فشاری بتن بر حسب مگاپاسکال است. رابطه (۱۱) که به تئوری Tepfers معروف است، به کمک تئوری مدول تغییر مکان به دست آمده است. Aly [۱۵] نشان داد رابطه (۱۱) برای تعیین توزیع تنش پیوستگی در آرماتورهای FRP نیز صادق است.

Rangan و Esfahani [۱۴] برای وارد کردن اثر توزیع واقعی تنش پیوستگی و تفاوت بین طول وصله نمونه‌های بیرون کشیدگی و تیری وصله‌دار به کمک رابطه (۱۱) و با استفاده از فرضیات مناسب نشان دادند رابطه زیر بین مقاومت پیوستگی موضعی  $u_c$  و تنش پیوستگی معادل یکنواخت  $u_m$  در وصله وجود دارد:

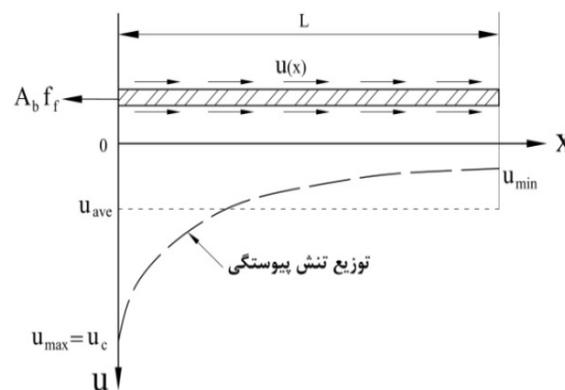
$$\frac{\omega}{\psi} = \frac{u_c}{u_m} \left( 1 + \frac{1}{M} \right) \quad (12)$$

که در رابطه فوق،  $u_c$  مقاومت پیوستگی موضعی (رابطه (۱۰))،  $u_m$  تنش پیوستگی معادل یکنواخت و نسبت  $\omega/\psi$  اختلاف بین نمونه‌های بیرون کشیدگی و تیری وصله‌دار و اثر سایر عوامل پیش‌بینی نشده را وارد محاسبات می‌نماید. نسبت  $\omega/\psi$  به کمک نتایج آزمایش تعیین می‌شود. مقدار  $M$  توزیع تنش پیوستگی در طول وصله را وارد محاسبات می‌کند. هر چه مقدار  $M$  بیشتر باشد، توزیع تنش پیوستگی در طول وصله غیر یکنواخت‌تر خواهد شد. مقدار  $M$  را می‌توان به کمک رابطه زیر تعیین نمود [۱۴]:

$$M = \cos h \left( j \frac{L}{2} \right) \quad (13)$$

در این رابطه،  $L$  طول وصله است و مقدار  $z$  را می‌توان به کمک رابطه (۱۱) تعیین کرد. با جایگزین کردن مقدار  $A_b = \pi d_b^2 / 4$  در رابطه (۱۱) مقدار  $z$  برای آرماتور FRP به صورت زیر در خواهد آمد:

$$j^2 = \frac{K \pi d_b}{A_b E_{frp}} \rightarrow j = \sqrt{\frac{4K}{d_b E_{frp}}} \quad (14)$$



شکل ۲- توزیع تنش پیوستگی در طول آرماتور

Rangan و Esfahani [۱۴] برای وارد کردن اثر توزیع واقعی تنش در آرماتورهای فولادی از تئوری Tepfers [۹] استفاده کردند. Tepfers [۹] نشان داد رابطه توزیع تنش پیوستگی در طول وصله یک آرماتور فولادی به صورت زیر است:

$$u(x) = a \cos h(jx) \quad (11)$$

که در این رابطه

$$a = \frac{j \sigma_{so} A_b}{2 \pi d_b} \times \frac{1}{\sin h \left( \frac{jL}{2} \right)}, \quad j^2 = \frac{K \pi d_b}{A_b E_s}$$

Pilakoutas [۱۷] با بررسی نمودارهای تنش پیوستگی-لغزش آرماتورهای CFRP و GFRP نشان دادند که معمولاً در آرماتورهای FRP لغزش آرماتور بلافاصله پس از از بین رفتن چسبندگی شیمیایی بین بتن و آرماتور اتفاق می‌افتد. آن‌ها نشان دادند که مقاومت پیوستگی حاصل از چسبندگی شیمیایی بین بتن و آرماتورهای FRP تابعی از قطر آرماتور است [۱۷]. Achillides و Pilakoutas [۱۷] نشان دادند با افزایش قطر آرماتور مقاومت پیوستگی میانگین کاهش می‌یابد.

Hao و همکاران [۱۸] نشان دادند منحنی پیوستگی-لغزش در آرماتورهای GFRP تحت تأثیر قطر آرماتور قرار دارد و با افزایش قطر آرماتور علاوه بر این که مقاومت پیوستگی کاهش می‌یابد لغزش آرماتور نیز افزایش می‌یابد. Lee و همکاران [۱۹] نشان دادند توزیع غیر خطی تنش در طول آرماتورهای FRP به قطر آرماتور وابسته است.

Achillides و Pilakoutas [۱۷]، Lee و همکاران [۱۹]، Banea و همکاران [۲۰] و Davalos و همکاران [۲۱] نشان دادند در بتن با مقاومت بیشتر از ۳۰ مگاپاسکال، مقاومت پیوستگی آرماتورهای FRP تحت اثر مقاومت بتن قرار ندارد؛ بلکه تحت تأثیر مقاومت برشی بین الیاف و رزین قرار داشته و مقاومت برشی بین الیاف و رزین تابعی از قطر آرماتور است. آن‌ها نشان دادند در بتن با مقاومت کمتر، بتن جلوی آج‌های آرماتور شکافت خورده و در نتیجه در نمونه‌های بتنی با مقاومت پایین، مقاومت بتن در پیوستگی بین بتن و FRP مؤثر است.

#### ۴-۲- مقدار مدول تغییر مکان $K$

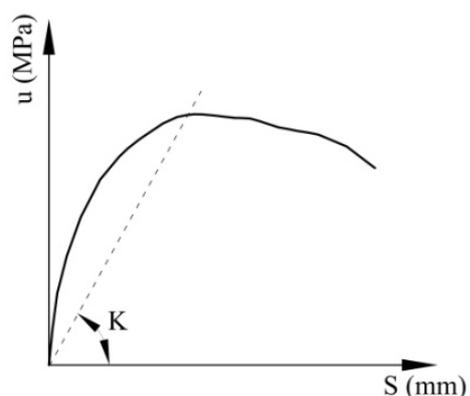
به منظور تعیین مقدار  $K$  در آرماتورهای FRP، نمودارهای تنش پیوستگی-لغزش مربوط به نمونه‌های بیرون کشیدگی دارای شکل شکست بیرون کشیدگی از مراجع [۱۶]، [۱۹]، [۲۰] و [۲۲] جمع‌آوری شده و مدول وتری هر یک از این منحنی‌ها با استفاده از روش‌های ریاضی تعیین می‌شوند. با توجه به آنچه در رابطه با تأثیر مقاومت بتن و قطر آرماتور بر رفتار پیوستگی بین آرماتورهای FRP و بتن مورد بحث قرار گرفت و با توجه به حد مقاومتی ۳۰ مگاپاسکال بر رفتار پیوستگی، در شکل (۴) مقدار  $K$  در نمونه‌های با مقاومت فشاری بیشتر از ۳۰ مگاپاسکال در برابر قطر آرماتور و در نمونه‌های با مقاومت فشاری کمتر از ۳۰ مگاپاسکال در شکل (۵) در برابر مقاومت فشاری بتن ترسیم شده است.

با قرار دادن رابطه (۱۴) در رابطه (۱۳)، رابطه زیر برای تعیین  $M$  در آرماتورهای FRP به دست می‌آید:

$$M = \cos h \left( L \sqrt{\frac{K}{d_b E_{frp}}} \right) \quad (15)$$

که در این رابطه،  $K$  مدول تغییر مکان،  $d_b$  قطر یک آرماتور وصله شده،  $E_{frp}$  مدول الاستیسیته آرماتور FRP و  $L$  طول وصله است. رفتار پیوستگی در نمونه‌های ساخته شده از آرماتورهای FRP با نمونه‌های فولادی کاملاً متفاوت است. بنابراین، نمی‌توان از روابط مربوط به فولاد برای تعیین مقدار  $K$  در نمونه‌های ساخته شده از آرماتورهای FRP استفاده کرد. مقدار  $K$  یا مدول تغییر مکان را می‌توان از روی رابطه تنش پیوستگی-لغزش در یک آزمایش بیرون کشیدگی با طول پیوستگی کم که دارای شکل شکست بیرون کشیدگی باشد، به دست آورد. نحوه تعیین مقدار مدول تغییر مکان  $K$  با استفاده از نمودار تنش پیوستگی-لغزش در شکل (۳) نشان داده شده است. در این شکل شیب خطی که از مبدأ به نقطه اوج منحنی تنش پیوستگی-لغزش متصل شده است به عنوان مدول تغییر مکان تعریف می‌شود. این خط به مدول وتری تغییر مکان معروف است [۹، ۱۴ - ۱۶].

در ادامه به بررسی پارامترهای مهم مؤثر بر رفتار پیوستگی در آرماتورهای FRP پرداخته و سپس رابطه‌ای برای تعیین مقدار  $K$  در آرماتورهای FRP ارائه خواهد شد.



شکل ۳- نحوه تعیین مدول تغییر مکان  $K$

#### ۴- تعیین مدول تغییر مکان $K$

##### ۴-۱- بررسی پارامترهای مؤثر بر پیوستگی

مکانیسم شکست پیوستگی در آرماتورهای FRP با آرماتورهای فولادی کاملاً متفاوت است. Achillides و

با توجه به شکل (۵) در این محدوده مقاومتی، برای  $K$  مقدار ثابت ۴۲ کیلونیوتن بر میلی‌متر مکعب به دست می‌آید:

$$K = 42 \quad (f'_c) \leq 30 \text{ MPa} \quad (17)$$

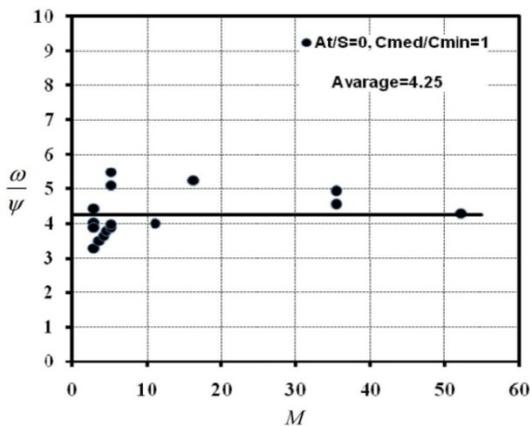
می‌توان از روابط (۱۶) و (۱۷) برای تعیین توزیع تنش پیوستگی آرماتورهای FRP به کمک رابطه (۱۱) استفاده کرد.

#### ۵- مقاومت پیوستگی وصله‌های بدون آرماتور جانبی

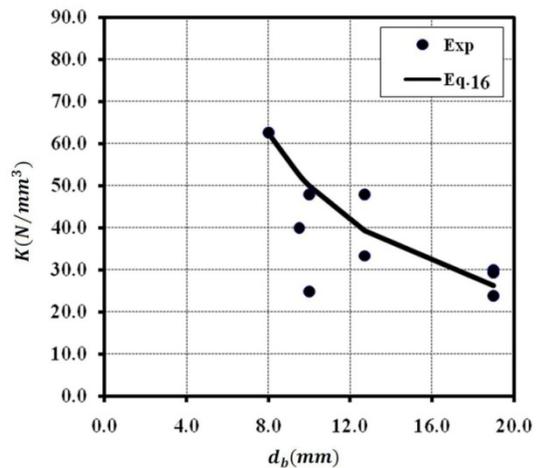
برای تعیین نسبت  $\omega/\psi$  در رابطه (۱۲) از نتایج آزمایشگاهی استفاده می‌شود. به کمک رابطه (۱۲) و نتایج آزمایش نمونه‌های بدون آرماتور جانبی با نسبت  $C_{med}/C=1$  از مراجع [۱]، [۱۶] و [۲۳]، مقدار  $\omega/\psi$  محاسبه می‌شود که مقدار میانه بین  $C_x$ ،  $C_y$  و  $(C_s+d_b)/2$  است.  $C$  حداقل بین این سه مقدار،  $C_x$  پوشش جانبی آرماتورها،  $C_y$  پوشش تحتانی آرماتورها و  $C_s$  فاصله بین دو آرماتور وصله شده مجاور در مقطع عرضی است.

در شکل (۶)، نسبت  $\omega/\psi$  برای نمونه‌های بدون آرماتور جانبی در محل وصله، در برابر مقدار  $M$  ترسیم شده است. شکل (۶) نشان می‌دهد نسبت  $\omega/\psi$  را می‌توان مقدار ثابت ۴/۲۵ فرض کرد. با جایگذاری این مقدار در رابطه (۱۲) و ساده‌سازی، رابطه بین تنش پیوستگی معادل یکنواخت و تنش پیوستگی موضعی از رابطه (۱۸) به دست می‌آید.

$$u_m = 0.24 u_c \left(1 + \frac{1}{M}\right) \quad (18)$$



شکل ۶- رابطه بین  $\omega/\psi$  و  $M$  در نمونه‌های با  $C_{med}/C=1$

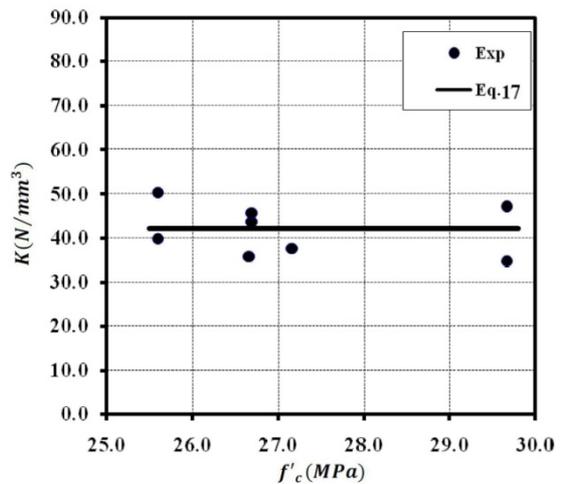


شکل ۴- مقایسه رابطه (۱۶) با نتایج آزمایش

در شکل (۴) ملاحظه می‌شود با افزایش قطر آرماتور مقدار  $K$  کاهش می‌یابد. این مطلب مشابه یافته‌های Aly [۱۶] است. Aly نشان داد در نمونه‌های با مقاومت ۴۰ مگاپاسکال با افزایش قطر آرماتور مقدار  $K$  به صورت خطی کاهش می‌یابد. به کمک این نمودار بهترین رابطه بین  $K$  و قطر آرماتور به صورت زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{500}{d_b} \quad (f'_c) \geq 30 \text{ MPa} \quad (16)$$

در رابطه فوق،  $d_b$  قطر آرماتور بر حسب mm است. در نمونه‌های با مقاومت کمتر از ۳۰ مگاپاسکال نمودار مقدار  $K$  در برابر مقاومت بتن در شکل (۵) رسم شده است.



شکل ۵- مقایسه رابطه (۱۷) با نتایج آزمایش

تنش پیوستگی محاسبه شده به کمک رابطه اصلاحی بیشترین همبستگی را با نتایج آزمایش داشته باشد. با جایگذاری  $u_{test}$  به جای  $u_m$  در رابطه (۱۹) و حل رابطه و درون‌یابی نتایج، بهترین مقدار برای  $\beta$  مساوی ۰/۸۵ به دست می‌آید. با جایگذاری ۰/۸۵ به جای  $\beta$ ، رابطه (۱۹) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$u_m = 0.24 u_c \left( 1 + \frac{1}{M} \right) \left( 0.85 + 0.15 \frac{C_{med}}{C} \right) \quad (20)$$

از این رابطه می‌توان برای تعیین مقاومت پیوستگی در محل وصله در نمونه‌های بدون آرماتور جانبی استفاده کرد. در جدول (۲) مقایسه‌ای بین نتایج مقاومت پیوستگی حاصل از رابطه (۲۰) و نتایج آزمایش بدون آرماتور جانبی در محل وصله [۱]، [۱۶]، [۲۳] و سایر روابط موجود انجام شده است.

رابطه (۱۸) با فرض  $C_{med}/C=I$  به دست آمده است. Rangan و Esfahani [۱۴] نشان دادند که توزیع تنش پیوستگی تحت تأثیر نسبت  $C_{med}/C$  قرار دارد. پارامتر  $C_{med}/C$  به عنوان ضریب اصلاحی برای وارد کردن اثر  $C_{med}/C$  در نظر گرفته می‌شود. پس از اعمال این ضریب در سمت راست رابطه (۱۸)، این رابطه به صورت پارامتری زیر نوشته می‌شود:

$$u_m = 0.24 u_c \left( 1 + \frac{1}{M} \right) \left( \beta + (1 - \beta) \frac{C_{med}}{C} \right) \quad (19)$$

در این رابطه  $M$  از رابطه (۱۳) و  $u_c$  به کمک رابطه (۱۰) تعیین می‌شود. برای تعیین مقدار  $\beta$  از نتایج آزمایش نمونه‌های بدون آرماتور جانبی و با نسبت  $C_{med}/C \geq I$  استفاده می‌شود. به کمک نتایج آزمایش ضریب  $\beta$  به گونه‌ای تعیین می‌شود که مقادیر

جدول ۲- مقایسه رابطه (۲۰) با نتایج آزمایش و سایر آیین‌نامه‌ها

| ۱  | ۲          | ۳                          | ۴                              | ۵            | ۶  | ۷         | ۸                              | ۹                          | ۱۰                          | ۱۱                         | ۱۲        |   |
|--|------------|----------------------------|--------------------------------|--------------|--|-----------|--------------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|-----------|---|
| $\beta$  | Beam No.   | $\frac{u_{test}}{u_{[6]}}$ | $\frac{u_{test}}{u_{(Eq.20)}}$ | $a_1 a_2$    | $\beta$                                      | Beam No.  | $\frac{u_{test}}{u_{(Eq.20)}}$ | $\frac{u_{test}}{u_{[6]}}$ | $\frac{u_{test}}{u_{[24]}}$ | $\frac{u_{test}}{u_{[5]}}$ | $a_1 a_2$ |   |
| نمونه‌های دارای آرماتور جانبی [۱]، [۲]، [۱۶]، [۳۱] | 6G50N-A8   | ۰/۸۰۱                      | ۱/۲۶۹                          | ۰/۲۶         | نمونه‌های بدون آرماتور جانبی [۱]، [۱۶]، [۳۱] | B-G1-3    | ۱/۱۶۳                          | ۰/۵۵۸                      | ۰/۶۱۵                       | ۰/۷۲۶                      | ۰/۳       |   |
|  | 6G70N-A9   | ۰/۸۲۱                      | ۱/۲۰۱                          | ۰/۲۵         |  | B-G2-3    | ۱/۱۲۰                          | ۰/۵۲۹                      | ۰/۵۸۳                       | ۰/۶۸۸                      | ۰/۲۹      |   |
|  | 6G80N-A10  | ۰/۸۹۶                      | ۱/۲۵۵                          | ۰/۲۴         |  | B-A-3     | ۱/۲۱۰                          | ۰/۵۹۸                      | ۰/۸۲۴                       | ۰/۷۷۸                      | ۰/۳۱      |   |
|  | 6G110N-A11 | ۰/۷۶۰                      | ۰/۹۸۶                          | ۰/۲۴         |  | B-A-1     | ۱/۱۱۲                          | ۰/۵۹۳                      | ۰/۹۴۶                       | ۰/۸۹۴                      | ۰/۳       |   |
|  | 6G70L-A25  | ۰/۷۳۹                      | ۱/۰۸۰                          | ۰/۲۵         |  | B-A-2     | ۰/۹۰۶                          | ۰/۴۳۵                      | ۰/۸۴۸                       | ۰/۸۰۱                      | ۰/۳۳      |   |
|  | 6G70N-A26  | ۰/۸۲۱                      | ۱/۲۰۱                          | ۰/۲۵         |  | B-G1-1    | ۱/۰۸۱                          | ۰/۵۶۵                      | ۰/۷۲۲                       | ۰/۸۱۲                      | ۰/۲۹      |   |
|  | 6G70M-A27  | ۰/۹۲۰                      | ۱/۳۵۷                          | ۰/۲۵         |  | B-G2-1    | ۰/۹۳۳                          | ۰/۴۸۴                      | ۰/۶۱۸                       | ۰/۶۹۵                      | ۰/۲۹      |   |
|  | 6G70N-KW28 | ۰/۷۱۳                      | ۱/۱۲۵                          | ۰/۲۵         |  | B-G1-2    | ۰/۸۶۲                          | ۰/۴۰۳                      | ۰/۶۲۸                       | ۰/۷۰۶                      | ۰/۳۲      |   |
|  | 6G70N-FX29 | ۰/۸۱۵                      | ۱/۲۹۳                          | ۰/۲۵         |  | B-G2-2    | ۰/۹۲۳                          | ۰/۴۲۸                      | ۰/۶۶۷                       | ۰/۷۸۷                      | ۰/۳۲      |   |
|  | 6G70N-KX30 | ۰/۸۲۱                      | ۱/۲۰۱                          | ۰/۲۵         |  | R1.25L15  | ۱/۰۵۶                          | ۰/۵۵۸                      | ۰/۷۴۹                       | ۰/۸۸۴                      | ۰/۳۲      |   |
|  | 6G70N-PX31 | ۰/۶۹۹                      | ۱/۰۱۸                          | ۰/۲۵         |  | R1.25L20  | ۱/۰۶۹                          | ۰/۵۹۳                      | ۰/۶۷۶                       | ۰/۷۹۸                      | ۰/۲۹      |   |
|  | 6G70N-KY30 | ۰/۹۰۳                      | ۱/۳۲۲                          | ۰/۲۵         |  | R2L15     | ۰/۹۶۰                          | ۰/۵۵۶                      | ۰/۵۳۵                       | ۰/۶۳۱                      | ۰/۳۲      |   |
|  | A460-1     | ۰/۹۲۲                      | ۱/۳۳۰                          | ۰/۲۵         |  | R2L20     | ۱/۰۹۸                          | ۰/۶۶۵                      | ۰/۵۴۵                       | ۰/۶۴۳                      | ۰/۲۹      |   |
|  | A460-2     | ۰/۹۵۴                      | ۱/۳۶۵                          | ۰/۲۵         |  | R1.25L30  | ۰/۸۱۰                          | ۰/۴۸۶                      | ۰/۴۵۵                       | ۰/۵۳۸                      | ۰/۲۵      |   |
|  | A540-1     | ۰/۶۶۸                      | ۰/۹۱۷                          | ۰/۲۵         |  | T1.25L15  | ۱/۲۹۲                          | ۰/۴۳۷                      | ۰/۵۸۸                       | ۰/۶۶۱                      | ۰/۳۲      |   |
|  | A540-2     | ۰/۸۹۰                      | ۱/۲۱۹                          | ۰/۲۵         |  | T1.25L20  | ۰/۸۴۳                          | ۰/۲۹۶                      | ۰/۳۳۸                       | ۰/۳۸۰                      | ۰/۲۹      |   |
|  | B-675-1    | ۰/۸۲۱                      | ۱/۱۷۸                          | ۰/۲۵         |  | T2L15     | ۱/۰۹۵                          | ۰/۴۰۶                      | ۰/۳۹۱                       | ۰/۴۳۹                      | ۰/۳۲      |   |
|  | B-675-2    | ۰/۸۳۸                      | ۱/۱۸۹                          | ۰/۲۵         |  | T2L20     | ۰/۷۷۶                          | ۰/۳۰۱                      | ۰/۲۴۷                       | ۰/۲۷۷                      | ۰/۲۹      |   |
|  | B-870-1    | ۰/۷۰۰                      | ۰/۹۳۹                          | ۰/۲۴         |  | 6G70z-A23 | ۰/۹۳۰                          | ۰/۶۴۱                      | ۰/۴۰۱                       | ۰/۴۵۱                      | ۰/۲۵      |   |
|  | B-870-2    | ۰/۷۵۶                      | ۱/۰۱۶                          | ۰/۲۴         |  | 6G70z-A22 | ۰/۸۵۹                          | ۰/۵۹۱                      | ۰/۳۷۰                       | ۰/۴۱۶                      | ۰/۲۵      |   |
|  | R1.25L20-C | ۰/۷۴۷                      | ۱/۳۴۸                          | ۰/۲۹         |  | -         | -                              | -                          | -                           | -                          | -         | - |
|  | T1.25L20-C | ۰/۳۴۸                      | ۰/۹۷۹                          | ۰/۲۹         |  | -         | -                              | -                          | -                           | -                          | -         | - |
|  | T2L20-C    | ۰/۳۸۹                      | ۱/۰۰۲                          | ۰/۲۹         |  | -         | -                              | -                          | -                           | -                          | -         | - |
| میانگین  | ۰/۷۷۳      | ۱/۱۶۵                      | ۰/۲۵                           | میانگین      | ۱/۰۰۰  | ۰/۵۰۵     | ۰/۵۸۷                          | ۰/۶۴۹                      | ۰/۳                         |                            |           |   |
| انحراف معیار                                       | ۰/۱۵۰      | ۰/۱۴۵                      | ۰/۰۱                           | انحراف معیار | ۰/۱۴۴  | ۰/۱۰۴     | ۰/۱۸۳                          | ۰/۱۷۷                      | ۰/۰۲                        |                            |           |   |

جانبی، مقاومت پیوستگی آرماتورهای FRP را مشابه آرماتورهای فولادی افزایش می‌دهند.

به منظور بررسی اثر آرماتورگذاری جانبی، در جدول (۲) مقاومت پیوستگی نمونه‌های دارای آرماتور جانبی [۱]، [۲]، و [۱۶] به کمک رابطه (۲۰) که برای نمونه‌های بدون آرماتورگذاری جانبی به دست آمده است، محاسبه شد. این مقدار در ستون (۴) جدول (۲) ارائه شده است. مقدار میانگین نسبت مقاومت پیوستگی آزمایشگاهی به مقدار محاسبه شده از رابطه (۲۰) فقط در نمونه‌های دارای آرماتور جانبی ۱/۱۶۵ با انحراف معیار ۰/۱۴۵ به دست آمده است. ملاحظه می‌شود که این رابطه مقاومت پیوستگی نمونه‌های با آرماتور جانبی را قدری کم‌تر از مقدار آزمایشگاهی پیش‌بینی می‌کند. بنابراین، با توجه به یافته‌های محققان مختلف و جدول (۲) می‌توان نتیجه‌گیری کرد که اثر آرماتور جانبی در مقاومت پیوستگی بین آرماتورهای FRP قابل ملاحظه نیست.

#### ۷- رابطه پیشنهادی برای تعیین طول وصله

نشان داده شد رابطه (۲۰) که برای نمونه‌های بدون آرماتور جانبی به دست آمده است، در نمونه‌های دارای آرماتور جانبی نیز جواب‌های منطقی و محافظ کارانه‌ای ارائه می‌کند. در جدول (۳) مقایسه‌ای بین رابطه (۲۰) و نتایج آزمایشگاهی دارای آرماتور جانبی و بدون آرماتور جانبی و رابطه ACI 440.1R-06 [۶] انجام شده است. مقدار میانگین نسبت مقاومت پیوستگی آزمایشگاهی به مقاومت پیوستگی رابطه (۲۰)، ۱/۰۹۰ با انحراف معیار ۰/۱۶۴ به دست آمده است. ملاحظه می‌شود رابطه (۲۰) نسبت به رابطه ACI 440.1R-06 [۶] جواب‌های بهتری ارائه می‌کند.

رابطه (۲۰) را می‌توان بر حسب حداکثر نیروی کششی در آرماتور به صورت زیر نوشت:

$$\frac{T}{\pi d_b L} = 0.24 u_c \left( 1 + \frac{1}{M} \right) \left( 0.85 + 0.15 \frac{C_{med}}{C} \right) \quad (21)$$

برای تعیین طول وصله به کمک رابطه (۲۱)، پارامترهای  $a_1$

و  $a_2$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a_1 = 0.24 \left( 1 + \frac{1}{M} \right) \quad (22)$$

به منظور ارزیابی رابطه پیشنهادی (۲۰)، از آزمایش‌هایی استفاده می‌شود که در آن‌ها شکست ناشی از پیوستگی اتفاق افتاده باشد. برخی از نتایج آزمایش دارای طول وصله بسیار زیادی هستند، مشابه روش Wambeke و Shield [۲۵] که از این نمونه‌ها در محاسبات استفاده نمی‌شود. در نمونه‌های با آرماتور فوقانی از ضریب اصلاح آرماتور فوقانی ۱/۳ استفاده شده است [۱۰]. در ستون (۸) جدول (۲) نسبت مقاومت پیوستگی حاصل از نتایج آزمایش به مقدار محاسبه شده از رابطه (۲۰) ارائه شده است. مقدار میانگین این نسبت ۱/۰۰ و انحراف معیار آن ۰/۱۴۴ به دست آمده است. مقدار میانگین و انحراف معیار نسبت مقدار آزمایشگاهی به مقدار محاسبه شده از روابط

ACI 440.1R-06 [۶]، CAN/CSA-S6-00 [۲۴] و CAN/CSA-S806-02 [۵] به ترتیب مقادیر (۰/۱۰۴ و ۰/۵۰۵)، (۰/۱۸۳ و ۰/۵۸۷) و (۰/۱۷۷ و ۰/۶۴۹) به دست آمده است. ملاحظه می‌شود که بهترین میانگین و انحراف معیار مربوط به رابطه پیشنهادی (۲۰) است.

#### ۶- اثر آرماتور جانبی

در رابطه با اثر آرماتور جانبی بر رفتار پیوستگی بین آرماتورهای FRP و بتن و شکل‌پذیری تیرهای وصله‌دار تحقیقات کمی صورت گرفته است. علاوه بر این در تحقیقات انجام شده در مورد اثر آرماتور جانبی بر پیوستگی آرماتورهای FRP اختلاف‌هایی وجود دارد. Wambeke و Shield [۲۵] نشان دادند آرماتورگذاری جانبی بر مقاومت پیوستگی بین آرماتورهای FRP و بتن تأثیری ندارد. Darwin و همکاران [۲۶] نشان دادند اثر آرماتورگذاری جانبی در آرماتورهای فولادی با سطح نسبی آج زیاد، بیشتر از اثر آن‌ها بر روی آرماتورهای فولادی با سطح نسبی آج کمتر است. بر اساس مطالعات Quayyum [۲۷] از آن‌جا که سطح نسبی آج در آرماتورهای FRP بسیار کم است، حضور آرماتور جانبی بر تنش پیوستگی آرماتور FRP تأثیری ندارد. در آیین‌نامه ACI 440.1R-06 [۶] از اثر آرماتورگذاری جانبی بر مقاومت پیوستگی، صرف نظر شده است. Aly [۱۶] خاطر نشان کرد آرماتورگذاری جانبی باعث می‌شود توزیع تنش پیوستگی در طول وصله یکنواخت گردد. Aly [۱۶] با انجام آزمایشاتی اثر دورگیری ناشی از آرماتور جانبی را مورد بررسی قرار داد. نتایج نشان می‌دهند با افزایش آرماتور جانبی مقاومت پیوستگی افزایش می‌یابد. Harajli و همکاران [۱] نشان دادند آرماتورهای

$$a_1 a_2 = 0.27 \quad (27)$$

با جایگذاری رابطه (۲۷) در رابطه (۲۶) خواهیم داشت:

$$L = \frac{T}{(a \sqrt{f'_c})} \quad (28)$$

که پارامتر  $a$  به کمک رابطه زیر به دست می‌آید:

$$a = 2 \frac{\frac{C}{d_b} + 0.5}{\frac{C}{d_b} + 1.4} d_b \quad (29)$$

مقدار  $T$  نیروی کششی آرماتور FRP است که مقدار آن به کمک رابطه زیر تعیین می‌شود [۴]:

$$T = A_b \times f_{fu} \quad (30)$$

در این رابطه،  $f_{fu}$  مقاومت کششی تضمین شده آرماتور FRP است. با جایگذاری رابطه (۳۰) در رابطه (۲۸) می‌توان نوشت:

$$L = \frac{A_b f_{fu}}{(a \sqrt{f'_c})} \quad (31)$$

مقاومت کششی تضمین شده آرماتور FRP را می‌توان به کمک رابطه زیر تعیین کرد [۲۵]:

$$f_{fu} = 0.85 \times f_u \quad (32)$$

که  $f_u$  مقاومت کششی نهایی آرماتور FRP است. از رابطه (۳۱) می‌توان برای تعیین طول وصله در آرماتورهای FRP استفاده کرد. همان‌طور که اشاره شد، این رابطه در صورتی برقرار است که در آن حاصل ضرب  $a_1 a_2$  مساوی ۰/۲۷ گردد. با برقراری این تساوی و جایگذاری مقادیر  $a_1$  و  $a_2$  از رابطه‌های (۲۲) و (۲۳) می‌توان نوشت:

$$0.27 = 0.24 \left(1 + \frac{1}{M}\right) \left(0.85 + 0.15 \frac{C_{med}}{C}\right) \quad (33)$$

پس از حل رابطه (۳۳) به منظور تعیین نسبت  $C_{med}/C$  رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{C_{med}}{C} = \frac{7.5}{\left(1 + \frac{1}{M}\right)} - 5.66 \geq 1 \quad (34)$$

$$a_2 = \left(0.85 + 0.15 \frac{C_{med}}{C}\right) \quad (23)$$

با قرار دادن مقادیر مذکور در رابطه (۲۱) می‌توان نوشت:

$$T = \pi d_b L u_c a_1 a_2 \quad (24)$$

با جایگذاری  $u_c$  از رابطه (۱۰) و قرار دادن  $f_{ct} = 0.55 \sqrt{f'_c}$  [۱۴] رابطه (۲۵) به دست می‌آید:

$$T = 7.26 d_b \frac{\frac{C}{d_b} + 0.5}{\frac{C}{d_b} + 1.4} L \sqrt{f'_c} a_1 a_2 \quad (25)$$

با فرض  $a_3 = 7.26 d_b \frac{\frac{C}{d_b} + 0.5}{\frac{C}{d_b} + 1.4}$ ،  $L$  به صورت زیر در خواهد آمد:

$$L = \frac{T}{(a_3 \sqrt{f'_c}) a_1 a_2} \quad (26)$$

مقدار  $a_1 a_2$  در رابطه (۲۶) را می‌توان به کمک نتایج آزمایش به دست آورد [۲۸]. مقدار  $a_1 a_2$  در نمونه‌های دارای آرماتور جانبی در ستون (۵) و در نمونه‌های بدون آرماتور جانبی در محل وصله، در ستون (۱۲) جدول (۲) ارائه شده است. مقدار میانگین و انحراف معیار حاصل ضرب  $a_1 a_2$  برای کل نمونه‌های آزمایشگاهی در جدول (۳) به ترتیب ۰/۲۷ و ۰/۰۳ به دست آمده است.

جدول ۳- شاخص‌های آماری رابطه (۲۰)

| مرجع  | شاخص‌های آماری | $\frac{u_{test}}{u_{[6]}}$ | $\frac{u_{test}}{u_{(Eq.20)}}$ | $a_1 a_2$ |
|---|----------------|----------------------------|--------------------------------|-----------|
| کل (نمونه‌های دارای آرماتور جانبی و بدون آرماتور جانبی) | میانگین        | ۰/۶۴۹                      | ۱/۰۹۰                          | ۰/۲۷      |
|   | انحراف معیار   | ۰/۱۸۷                      | ۰/۱۶۴                          | ۰/۰۳      |

با توجه به پراکندگی کم نقاط نسبت به میانگین، می‌توان فرض نمود:

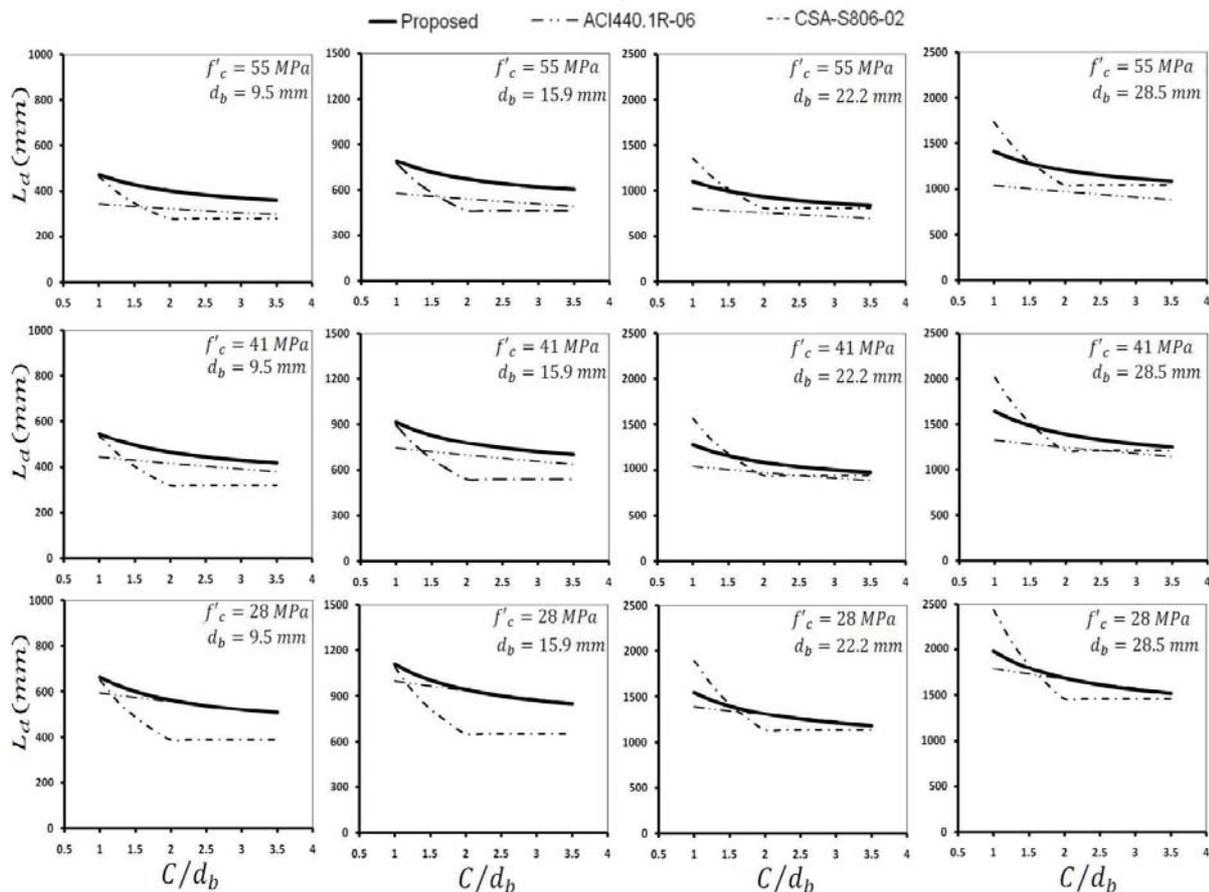
ایشان که مبنای رابطه پیشنهادی، ACI 440.1R-06 [۶] است، نسبت به مقادیر رابطه ACI 440.1R-03 [۴] خیلی بیشتر است. این تفاوت در نمونه‌های با قطر آرماتور کمتر، بیشتر است. با افزایش مقاومت بتن، اختلاف بین نتایج رابطه Wambeke و همکاران [۲۵] و ACI 440.1R-03 [۴] کمتر می‌شود به طوری که در نمونه‌های با مقاومت ۴۱ مگاپاسکال و با قطر آرماتور زیاد، نتایج به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند. در نمونه‌های با مقاومت ۵۵ مگاپاسکال و با قطر آرماتور بیشتر، نتایج رابطه Wambeke و همکاران [۲۵] به مقدار ناچیزی از مقادیر ACI 440.1R-03 و همکاران [۴] کمتر هستند. می‌توان گفت رابطه Wambeke و همکاران [۲۵]، در نمونه‌های با مقاومت بتن بالا و قطر آرماتور زیاد نتایج را دست پایین تخمین می‌زند.

به منظور ارزیابی رابطه پیشنهادی نویسندگان این مقاله مقایسه‌ای بین نتایج رابطه پیشنهادی و رابطه ACI 440.1R-06 [۶] در شکل (۷) انجام شده است.

Rangan و Esfahani [۱۴] با بررسی انواع مختلف سطوح شکست نشان دادند، توزیع تنش پیوستگی در طول وصله تحت تأثیر نسبت  $C_{med}/C$  قرار دارد. هنگامی که  $C_{med}/C$  مساوی یک است، ترک خوردگی پوسته بتن می‌تواند در هر دو بخش  $C$  و  $C_{med}$  در یک زمان اتفاق بیفتد. با ترک خوردگی بتن در دو صفحه، بتن شکافت خورده و شکست پیوستگی می‌تواند بلافاصله اتفاق بیفتد. در این حالت شکست پیوستگی در انتهای طول وصله که تنش پیوستگی حداکثر است، آغاز می‌شود و به سرعت در طول وصله توسعه می‌یابد. هنگامی که  $C_{med}/C > 1$  باشد، ترک‌های اولیه در محل  $C$  اتفاق می‌افتد. بسته به ضخامت پوشش بتن در  $C_{med}$ ، بتن باقی‌مانده اطراف آرماتور می‌تواند تا قبل از شکست پایداری کند.

#### ۸- مقایسه رابطه پیشنهادی با روابط طراحی موجود

Wambeke و همکاران [۲۵] نشان دادند در بتن با مقاومت ۲۸ مگاپاسکال، طول محاسبه شده به کمک رابطه پیشنهادی



شکل ۷- مقایسه رابطه پیشنهادی با روابط آیین نامه‌های ACI 440.1R-06 [۶] و CSA-S806-02 [۵]

## ۹- نتیجه‌گیری

در این مقاله، به کمک نتایج آزمایشگاهی موجود، روابطی برای تعیین مقاومت پیوستگی و طول وصله آرماتورهای FRP در تیرهای بتن مسلح ارائه شده است. در روابط ارائه شده، پارامترهای مؤثر بر مقاومت پیوستگی وارد محاسبات شده‌اند. بر اساس این مطالعه نتایج زیر حاصل می‌شود:

۱- برای تعیین مقاومت پیوستگی موضعی آرماتورهای FRP رابطه‌ای پیشنهاد شد. رابطه پیشنهادی همبستگی خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد. مقدار میانگین و انحراف معیار نسبت آزمایشگاهی به رابطه پیشنهادی به ترتیب ۱/۰۲۲ و ۰/۱۳۸ به دست آمده است.

۲- توزیع تنش پیوستگی در طول آرماتور را می‌توان به کمک تئوری مدول تغییر مکان تعیین کرد. برای تعیین مدول تغییر مکان رابطه‌ای پیشنهاد شد. رابطه پیشنهادی همبستگی خوبی با نتایج آزمایش‌های آرماتورهای FRP دارد.

۳- در رابطه پیشنهادی برای محاسبه مقاومت پیوستگی وصله آرماتورهای FRP، توزیع واقعی تنش پیوستگی در نظر گرفته شده است. مقدار میانگین و انحراف معیار نسبت مقاومت پیوستگی حاصل از نتایج آزمایش به مقادیر حاصل از رابطه پیشنهادی و آیین‌نامه‌ها محاسبه شده است. مقدار میانگین حاصل از رابطه پیشنهادی ۱/۰۹ با انحراف معیار ۰/۱۶۴ به دست آمده است. رابطه پیشنهادی علاوه بر این که همبستگی خوبی با نتایج آزمایش‌های موجود دارد، نسبت به سایر روابط نیز جواب‌های به مراتب بهتری ارائه می‌کند.

۴- برای تعیین طول وصله در نمونه‌های تیری، یک رابطه ساده و کاربردی پیشنهاد شد. این رابطه بر اساس رابطه مقاومت پیوستگی پیشنهادی به دست آمده و با توجه به دقت مناسب رابطه مقاومت پیوستگی پیشنهادی، می‌توان از آن برای تعیین طول وصله آرماتورهای FRP استفاده نمود. طول وصله پیشنهادی با مقادیر پیشنهادی توسط آیین‌نامه‌ها مقایسه شده است.

## ۱۰- مراجع

- [1] Harajli, M., Abouniaj, M., "Bond Performance of GFRP Bars in Tension: Experimental Evaluation and Assessment of ACI 440 Guidelines", Journal of Composites for Construction, 2010, 14 (6), 659-668.
- [2] Tighiouart, B., Benmokrane, B., Mukhopadhyaya, P., "Bond Strength of Glass FRP Rebar Splices in Beams under Static

با توجه به شکل (۷) ملاحظه می‌شود در نمونه‌های با مقاومت ۲۸ مگاپاسکال، نتایج رابطه پیشنهادی و ACI 440.1R-06 [۶] تقریباً بر یکدیگر منطبق هستند. در نمونه‌های با مقاومت ۴۱ و ۵۵ مگاپاسکال، طول پیشنهادی از طول ACI 440.1R-06 [۶] بیشتر است و با افزایش مقاومت بتن تفاوت بین رابطه پیشنهادی و ACI 440.1R-06 [۶] بیشتر می‌شود.

در شکل (۷) مقایسه‌ای بین رابطه پیشنهادی و آیین‌نامه CSA-S806-02 [۵] انجام شده است. ملاحظه می‌شود طول وصله رابطه CSA-S806-02 [۵] یک تابع دو ضابطه‌ای بر اساس نسبت  $C/d_b$  است. در این رابطه، برای نسبت  $C/d_b$  کمتر از ۲، طول وصله با افزایش نسبت  $C/d_b$  با شیب تندی کاهش می‌یابد و در نمونه‌های با  $C/d_b$  بزرگتر از ۲ یک مقدار ثابت است. در حالی که در رابطه پیشنهادی برای تمام مقادیر  $C/d_b$ ، طول وصله با افزایش نسبت  $C/d_b$  به طور غیر خطی و با شیب ملایم کاهش می‌یابد.

با دقت در شکل (۷) می‌توان گفت در نمونه‌های با قطر آرماتور کم (کوچک‌تر یا مساوی ۱۵/۹ میلی‌متر)، برای همه محدوده‌های مقاومتی، طول پیشنهادی از طول CSA-S806-02 [۵] بیشتر است. لیکن با افزایش مقاومت بتن تفاوت بین طول پیشنهادی و CSA-S806-02 [۵] کمتر می‌شود. در نمونه‌های با قطر آرماتور زیاد (بزرگتر از ۱۵/۹ میلی‌متر) در همه محدوده‌های مقاومتی و نمونه‌های با نسبت  $C/d_b$  بزرگتر از ۱/۵، تفاوت بین نتایج رابطه پیشنهادی و CSA-S806-02 [۵] خیلی کم است. ملاحظه می‌شود در برخی از محدوده‌های مقاومتی نتایج رابطه پیشنهادی و CSA-S806-02 [۵] بر یکدیگر منطبق هستند.

برای ارائه رابطه پیشنهادی بر خلاف سایر روابط موجود از یک رویکرد تجربی-تحلیلی استفاده شده است و توزیع واقعی تنش پیوستگی به کمک تئوری تغییر مکان Tefers وارد محاسبات شده است. علاوه بر این، در شکل (۷) ملاحظه می‌شود که در رابطه پیشنهادی، با افزایش نسبت  $C/d_b$ ، مقدار طول پیشنهادی به طور غیر خطی کاهش می‌یابد. در حالی که در سایر روابط، کاهش طول با افزایش نسبت  $C/d_b$  خطی است. در رابطه پیشنهادی با افزایش قطر آرماتور طول وصله افزایش و با افزایش مقاومت بتن طول وصله کاهش می‌یابد. این مطلب نشان می‌دهد رابطه پیشنهادی اثر پارامترهای مختلف مؤثر را به درستی وارد محاسبات نموده است.

- Conference on Composites in Infrastructure, ICCI, 1998.
- [14] Esfahani, M. R., Rangan, B. V., "Bond between Normal Strength and High-Strength Concrete (HSC) and Reinforcing Bars in Splices in Beams", *ACI Structural Journal*, 1998, 95 (3), 272-280.
- [15] Aly, R., "Stress Along Tensile Lap-Spliced Fiber Reinforced Polymer Reinforcing Bars in Concrete", *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2007, 34, 1149-1158.
- [16] Aly, R., "Experimental and Analytical Studies on Bond Behavior Of Tensile Lap Spliced FRP Reinforcing Bars in Concrete", PhD Thesis, University of Sherbrook, Canada, 2005.
- [17] Achillides, Z., Pilakoutas, K., "Bond Behavior of Fiber Reinforced Polymer Bars under Direct Pullout Conditions", *Journal of Composites for Construction*, 2004, 8 (2), 173-81.
- [18] Hao, Q. D., Wang, Y. L., Zhang, Z. C., "Bond Strength Improvement of GFRP Rebars with Different Rib Geometries", *Journal of Zhejiang University Science A*, 2007, 8 (9), 1356-1365.
- [19] Lee, J., Kim, T., Yi, C., Park, J., You, Y., Park, Y., "Interfacial Bond Strength of Glass Fiber Reinforced Polymer Bars in High-Strength Concrete", *Composites: Part B*, 2008, 39, 258-270.
- [20] Banea, M., Torres, L., Turon, A., Barris, A., "Experimental Study of Bond Behavior between Concrete and FRP Bars Using a Pull-Out test", *Composites: Part B*, 2009, 40, 784-797.
- [21] F. Davalos, J., Chen, Y., Ray, I., "Effect of FRP bar Degradation on Interface Bond with High Strength Concrete", *Cement and Concrete Composites*, 2008, 30, 722-730.
- [22] Okelo, R., Yuan, R., "Bond Strength of Fiber Reinforced Polymer Rebars in Normal Strength Concrete", *Journal of Composites for Construction*, 2005, 9 (3), 203-213.
- [23] Mosley, C. P., Tureyen, A. K., Frosch, R. J., "Bond Strength of Nonmetallic Reinforcing Bars", *ACI Structural Journal*, 2008, 105 (5), 634-642.
- [24] CAN/CSA-S6-00, "Canadian Highway Bridge Design Code", Canadian Standards Association, Rexdale, Ontario, Canada, 2000.
- [25] Wambeke, B., Shield, C., "Development Length of Glass Fiber Reinforced Polymer Bars in Concrete", *ACI Structural Journal*, 2006, 103 (1), 11-17.
- Loading", *Construction and Building Materials*, 1999, 13, 383-392.
- [3] Newman, N., Ayoub, A., "Development Length of Straight FRP Composite Bars Embedded in Concrete", *Journal of Reinforced Plastic and Composite*, 2010, 29 (4), 571-589.
- [4] American Concrete Institute Committee 408, "Bond and Development of Straight Reinforcing Bars in Tension", ACI 408R-03, Farmington Hills, Mich., 2003.
- [5] CAN/CSA S806-02, "Design and Construction of Building Components with Fiber Reinforced Polymers", Canadian Standards Association, Rexdale, Ontario, Canada, 2002.
- [6] American Concrete Institute (ACI), "Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars", ACI 440.1R-06, Farmington Hills, Mich., 2006.
- [7] Darwin, D., Idun, E. K., Zuo, J., Tholen, M. L., "Reliability-Based Strength Reduction Factor for Bond", *ACI Structural Journal*, 1998, 95 (4), 434-443.
- [8] Aly, R., Benmokrane, B., Ebead, U., "Tensile Lap Splicing of Fibre-Reinforced Polymer Reinforcing bars in Concrete", *ACI Structural Journal*, 2006, 103 (6), 857-864.
- [9] Tepfers, R., "A Theory of Bond Applied to Overlapping Tensile Reinforcement Splices for Deformed Bars", Publication 73:2, Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden, 1973.
- [10] Esfahani, M. R., Rangan, B. V., "Local Bond Strength of Reinforcing Bars in Normal Strength and High-Strength Concrete", *ACI Structural Journal*, 1998, 95 (2), 96-105.
- [11] Esfahani, M. R., Kianoush, M. R., Lachemi, M., "Bond Strength of Glass Fiber Reinforced Polymer Reinforcing Bars in Normal and Self-Consolidating Concrete", *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2005, 32, 553-560.
- [12] Tepfers, R., Karlsson, M., "Pull-out and Tensile Reinforcement Splice Tests using FRP C-bars", FRPRCS-3, The 3<sup>rd</sup> International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures, Sapporo, 14-16 October, 1997, pp. 357-364.
- [13] Tepfers, R., Hedlund, G., Rosinski, B., "Pull-out and Tensile Reinforcement Splice Test with GFRP Bars", the 2<sup>nd</sup> International

- University of Engineering and Technology, Bangladesh, 2010.
- [28] Esfahani, M. R., Kianoush, M. R., "Development/Splice Length of Reinforcing Bars", ACI Structural Journal, 2005, 102 (1), 22-30.
- [26] Darwin, D., Tholen, M. L., Idun, E. K., Zou, J., "Splice Strength of High Relative Rib Area Reinforcing Bars", ACI Structural Journal, 1996, 93 (1), 95-107.
- [27] Quayyum, S., "Bond Behavior of Fiber Reinforced Polymer (FRP) Rebars in Concrete", BSc Thesis, Bangladesh

**EXTENDED ABSTRACT**

## Splice length in Concrete Beams Reinforced with FRP Bars

Mehrallah Rakhshani Mehr <sup>a</sup>, Mohammad Reza Esfahani <sup>b</sup>, Seyed Roohollah Mousavi <sup>c,\*</sup>

<sup>a</sup> Department of Civil Engineering, Alzahra University, Tehran, Iran

<sup>b</sup> Department of Civil Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

<sup>c</sup> Department of Civil Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

**Received:** 23 December 2012; **Accepted:** 26 June 2012

---

### Keywords:

FRP bars, Reinforced concrete beam, Bond strength, Splice length

---

### 1. Introduction

The bond between concrete and tensile reinforcement is a major problem in RC structures, as far as strength and safety are concerned. Because of the complexity and the effect of a variety of parameters, researchers have not been able to theoretically include all parameters in their solutions for the bond phenomena.

This paper proposes an equation for calculating the splice length of lap-spliced concrete beams reinforced with FRP bars. Firstly, equations for displacement modulus and local bond strength of FRP bars are obtained by available pullout test results. After wards, using the local bond strength equation and based on the experimental results of lap-spliced FRP reinforced concrete beams, an equation for bond strength of splices is derived. Finally, an equation for splice length calculation is also presented. The splice lengths calculated by the proposed equation are compared with the values predicted by different code provisions and other models.

### 2. Methodology

#### 2.1. Local bond strength for GFRP bars

The bond stress when the concrete cover cracks,  $u_c$ , is given by the following equation [1]:

$$u_c \tan \alpha = f_b \quad (1)$$

where  $\alpha$  is the bursting angle and  $f_b$  is the bursting stress given by Eq. (2) for partly cracked elastic stage:

$$f_b = \frac{\left(C + \frac{d_b}{2}\right)}{1.664 d_b} f_{ct} \quad (2)$$

In the above equation,  $d_b$  is the tensile bar diameter;  $C$  is the minimum of  $C_x$ ,  $C_y$  and  $(C_s + d_b)/2$ ;  $C_x$  and  $C_y$  are the side and the bottom covers of the reinforcing bars, respectively;  $C_s$  is the spacing between spliced bars, and  $f_{ct}$  is the tensile strength of concrete. Using the test results, the values of  $f_b / u_c$  are calculated and plotted against  $C/d_b$ , as shown in Fig. 1. The best fit line for the test results in Fig. 1 is given by:

$$\frac{f_b}{u_c} = 0.198 + 0.143 \frac{C}{d_b} \quad (3)$$

The local bond strength,  $u_c$ , is given by substituting the value of  $f_b$  as given by Eq. (3) in Eq. (2) as follows:

$$u_c = 4.2 \frac{\frac{C}{d_b} + 0.5}{\frac{C}{d_b} + 1.4} f_{ct} \quad (4)$$

---

\* Corresponding Author

E-mail addresses: rakhsh@yahoo.com (Mehrallah Rakhshani Mehr), s.r.mousavi@eng.usb.ac.ir (Seyed Roohollah Mousavi), esfahani@um.ac.ir (Mohammad Reza Esfahani).

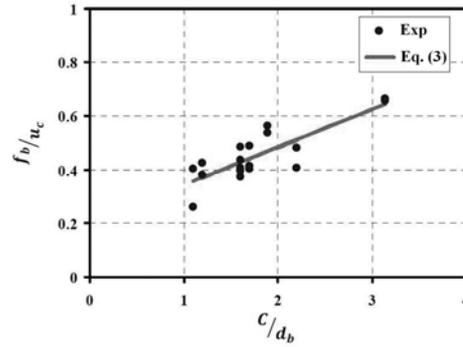


Fig. 1. Correlation of Eq. (3) with experimental results

### 2.2. Displacement modulus for GFRP bars

The value of displacement modulus,  $K$ , is determined by the secant modulus of bond stress-slip relationship in concentric pullout tests. Achillides and Pilakoutas [2] showed that by increasing the bar diameter, the average bond strength decreases for specimens with concrete compressive strengths greater than 30 MPa. In Fig. 2, it is observed that the value of  $K$  decreases as the diameter of the bar increases. In Fig. 2, the best fit curve for  $K$  versus  $d_b$  relationship for the test results is obtained as follows:

$$K = \frac{500}{d_b} \quad \text{for } f'_c \geq 30 \text{ MPa} \tag{5}$$

The variation of  $K$  versus concrete compressive strength for the specimens with compressive strengths less than 30 MPa is illustrated in Fig. 3. For this concrete strength range, a constant value of  $K$  is obtained as follows:

$$K = 42 \quad \text{for } f'_c < 30 \text{ MPa} \tag{6}$$

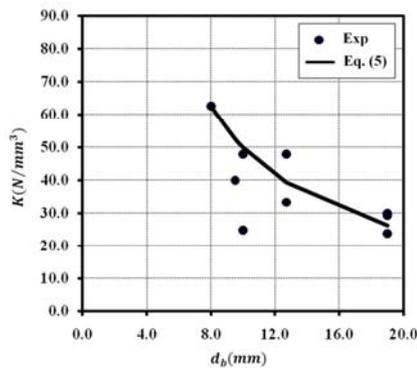


Fig. 2.  $K$  versus  $d_b$  relationship

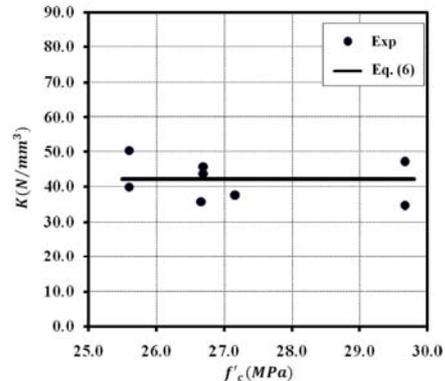


Fig. 3.  $K$  versus  $f'_c$  relationship

Eqs. (5) and (6) are used to account for the effect of bond stresses distribution along the GFRP bars in bond strength calculation.

### 2.3. Splice length for GFRP bars

Using an approach similar to Esfahani and Kianoush [3], an equation for the bond strength of spliced bars in beams without transverse reinforcement is obtained based on the spliced beam experiments as follows:

$$u_m = \frac{T}{\pi d_b L} = 0.27 u_c \tag{7}$$

Substituting Eq. (4) into Eq. (7) leads to:

$$L = \frac{T}{(a\sqrt{f'_c})} \quad ; \quad a = 2d_b \frac{\frac{C}{d_b} + 0.5}{\frac{C}{d_b} + 1.4} \quad ; \quad T = 0.85 A_b f_u \tag{8}$$

In Eq. (8),  $L$  is the splice length,  $T$  is the tensile force and  $f_u$  is the ultimate tensile strength of GFRP bars.

### 3. Results and discussion

The proposed equation is compared with the existing design equations (ACI 440.1R-06 [4] and CSA S806-02 [5]) using a parametric study. According to Fig. 4, in specimens with concrete compressive strength of 28 MPa, the splice length obtained from the proposed and ACI 440.1R-06 [4] equations are almost the same. For specimens with concrete compressive strengths of 41 MPa and 55 MPa, the splice length obtained from the proposed equation is longer than that obtained from ACI 440.1R-06 equation, and as the compressive strength increases, the difference between these two equations increases. As seen in Fig. 4, for specimens reinforced with small diameter bars ( $d_b < 22\text{mm}$ ), the splice length calculated by the proposed equation is greater than that calculated by CSA S806-02 [5] equation. For the specimens reinforced with large diameter bars ( $d_b \geq 22\text{mm}$ ) and  $C/d_b > 1.5$ , the difference between the values calculated by the proposed equation and CSA S806-02 equation are small.

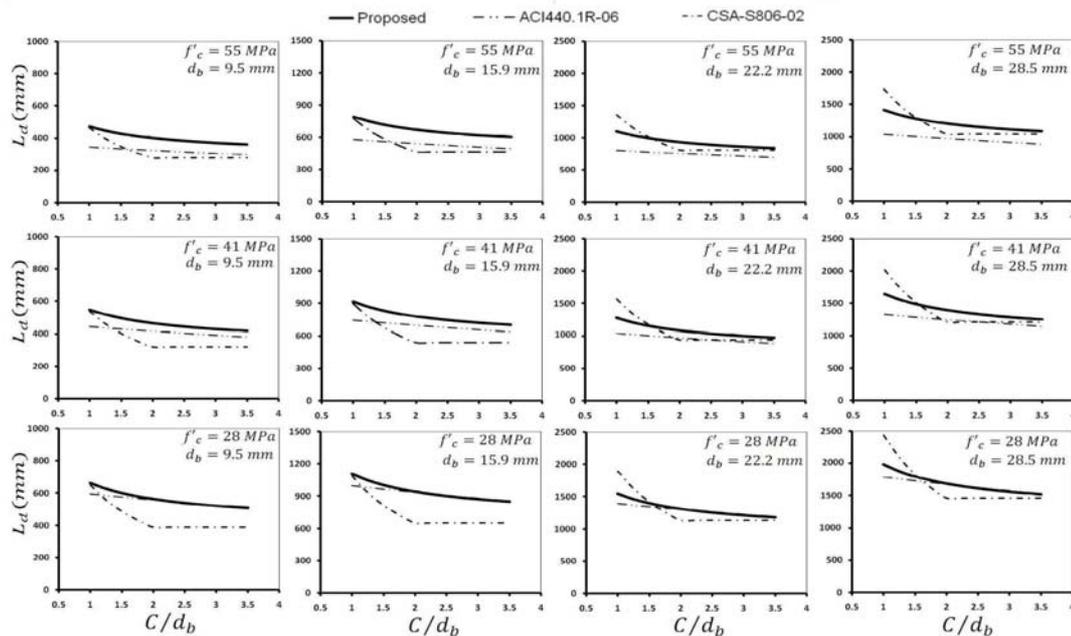


Fig. 4. The comparison of the proposed splice length with ACI 440.1R-06 [4] and CSA S806-02 [5] codes

### 4. Conclusions

Based on the results of this study, the following conclusions were drawn:

- 1- The proposed equation for determining the local bond strength of GFRP bars showed a good correlation with experimental results. The average ratio value of the experimental to calculated local bond strength obtained by the proposed equation was 1.022 with a standard deviation of 0.138.
- 2- The average of the experimental over calculated bond strength ratios obtained by the proposed equation was 1.09 with a standard deviation of 0.164. These values were 0.649 and 0.187 for the ACI 440.1R-06 guideline. Therefore, ACI 440.1R-06 equation overestimates the bond strength of GFRP bars in splices of beams.
- 3- A simple and practical equation was proposed for determining the splice length in beams with GFRP spliced bars. When compared to the ACI 440.1R-06 and CSA S806-02 codes, the proposed equation is generally conservative.

### 5. References

- [1] Esfahani, M. R., and Rangan, B. V., "Local Bond Strength of Reinforcing Bars in Normal Strength and High-Strength Concrete", ACI Structural Journal, 1998, 95 (2), 96-105.
- [2] Achillides, Z., Pilakoutas, K., "Bond Behavior of Fiber Reinforced Polymer Bars under Direct Pullout Conditions", Journal of Composites for Construction, 2004, 8 (2), 173-181.
- [3] Esfahani, M. R., Kianoush, M. R., "Development/Splice Length of Reinforcing Bars", ACI Structural Journal, 2005, 102 (1), 22-30.
- [4] American Concrete Institute (ACI), "Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars", ACI 440.1R-06, Farmington Hills, Mich., 2006.
- [5] CAN/CSA S806-02, "Design and Construction of Building Components with Fiber Reinforced Polymers", Canadian Standards Association, Rexdale, Ontario, Canada, 2002.