

## محاسبه عمق جریان خروجی از محیط متخلخل درشت‌دانه با جریان شعاعی

جلال صادقیان<sup>۱\*</sup>، هادی نوروزی<sup>۲</sup>، جلال بازرگان<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

<sup>۲</sup> دانشجوی دکتری مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه زنجان

<sup>۳</sup> دانشیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه زنجان

دریافت: ۱۴۰۱/۲/۹، بازنگری: ۱۴۰۱/۴/۲۶، پذیرش: ۱۴۰۱/۶/۵، نشر آنلاین: ۱۴۰۱/۶/۵

### چکیده

جریان عبوری از محیط متخلخل درشت‌دانه (جریان غیرداریسی) به دو دسته جریان‌های موازی و جریان‌های شعاعی (همگرا) تقسیم‌بندی می‌شوند. در جریان‌های غیرداریسی شعاعی برخلاف جریان‌های غیرداریسی موازی، فشرده‌گی جریان وجود دارد. محاسبه عمق جریان خروجی در تحلیل یک بعدی (تئوری جریان‌های متغیر تدریجی) و دو بعدی (حل معادله پارکین) جریان ماندگار- غیرداریسی از اهمیت بالایی برخوردار است. به‌عبارت دیگر، عمق جریان خروجی در تحلیل یک بعدی به‌عنوان نقطه شروع محاسبات پروفیل سطح آب و در تحلیل دو بعدی به‌عنوان شرط مرزی پایین‌دست کاربرد دارد. طبق فرضیه استفنسون، مقدار عمق جریان خروجی از محیط متخلخل سنگریزه‌ای در جریان ماندگار برابر با عمق بحرانی است. درحالی‌که براساس بررسی‌های آزمایشگاهی پژوهشگران مختلف، عمق جریان خروجی از محیط متخلخل درشت‌دانه همواره بزرگتر از عمق بحرانی بوده و ضریبی ( $I$ ) از مقدار مذکور است. در پژوهش‌های قبلی، عمق جریان خروجی از محیط سنگریزه‌ای در حالت موازی بررسی شده است. درحالی‌که در پژوهش حاضر، عمق جریان خروجی در حالت غیرداریسی شعاعی برای اولین بار بررسی شده است. جریان اطراف چاه‌های مختلف حفاری شده نمونه‌ای از جریان غیرداریسی شعاعی است. عمق جریان ورودی به چاه‌ها یا به‌عبارت دیگر عمق جریان خروجی از محیط متخلخل درشت‌دانه شعاعی در تحلیل جریان ماندگار اهمیت بسزایی دارد. در پژوهش حاضر، با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی (دستگاه آزمایش نیمه استوانه‌ای شکل در مقیاس بزرگ و ابعاد به قطر ۶ و ارتفاع ۳ متر) ثبت شده برای ۱۰ ارتفاع مختلف آب پمپاژ شده در بالادست محیط سنگریزه‌ای و آنالیز ابعادی، رابطه‌ای جهت محاسبه ضریب مذکور ( $I$ ) ارائه شده است. رابطه ارائه شده تابعی از عمق آب در بالادست ( $h$ ) و فاصله مرکز چاه تا بالادست ( $R$ ) می‌باشد. نتایج پژوهش حاضر بیانگر آن است که، میانگین خطای نسبی (Mean Relative Error (MRE)) بین عمق جریان خروجی ثبت شده در آزمایشگاه و عمق بحرانی برابر با ۸۳/۴۳ درصد و در حالت استفاده از رابطه ارائه شده در پژوهش حاضر جهت محاسبه عمق جریان خروجی برابر با ۳/۵۳ درصد به‌دست آمده است.

**کلیدواژه‌ها:** آنالیز ابعادی، جریان ماندگار، جریان غیرداریسی، جریان شعاعی، عمق جریان خروجی.

$$i = \left(\frac{1}{k}\right)V \quad (1)$$

$$i = mV^n \quad (2)$$

$$i = aV + bV^2 \quad (3)$$

در روابط فوق،  $a$  و  $b$  مقادیری وابسته به خصوصیات محیط متخلخل و سیال بوده و  $m$  و  $n$  ضرایبی هستند که علاوه بر خصوصیات محیط متخلخل، تابعی از ویژگی‌های جریان نیز هستند.

### ۱- مقدمه

جریان آب در محیط‌های متخلخل به دو صورت جریان آرام و لایه‌ای (مصلح ریزدانه مانند خاک رس و سیلت) و جریان نا آرام (مصلح درشت‌دانه مانند شن و قلوه سنگ) شکل می‌گیرد. در مصالح ریزدانه بین گرادیان هیدرولیکی ( $i$ ) و سرعت جریان ( $V$ ) رابطه داریسی (McWhorter و همکاران، ۱۹۷۷) (رابطه خطی) (رابطه (۱)) و در مصالح درشت‌دانه رابطه داریسی کارایی خود را از دست داده (Hansen و همکاران، ۱۹۹۵) و روابط توانی (رابطه (۲)) و دوجمله‌ای (رابطه (۳)) (روابط غیرداریسی یا غیرخطی) برقرار است (Forchheimer، ۱۹۰۱؛ Leps، ۱۹۷۳؛ Stephenson، ۱۹۷۹).

\* نویسنده مسئول؛ شماره تماس: ۰۹۱۸۸۱۱۹۱۸۱

Parkin (۱۹۹۱) برای اولین بار با ترکیب معادله پیوستگی و رابطه نمای (رابطه (۲))، معادله‌ای جایگزین معادله لاپلاس جهت تحلیل دو بعدی جریان ماندگار عبوری از مصالح سنگریزه‌ای ارائه کرد. برای حل معادله مذکور، به شرایط مرزی مانند؛ شرط مرزی در بالادست و پایین دست محیط سنگریزه‌ای و همچنین شرط مرزی پروفیل سطح آب نیاز است. همچنین در تحلیل دو بعدی جریان مقدار ضریب تخلخل ( $n$ ) نیز مورد نیاز است (Dinoy و Arbhabhirama، ۱۹۷۳؛ Scheidegger، ۱۹۵۸).

برای تحلیل جریان ماندگار با روش تئوری جریان‌های متغیر تدریجی، بایستی عمق جریان در یک نقطه مشخص بوده و سپس با استفاده از روابط موجود، مشخصات جریان در سایر نقاط محیط سنگریزه‌ای محاسبه شود. به عبارت دیگر، عمق جریان ورودی به چاه (عمق خروجی از محیط متخلخل درشت‌دانه شعاعی) به عنوان نقطه شروع محاسبات مربوط به پروفیل سطح آب کاربرد دارد. همچنین پروفیل سطح آب و عمق جریان خروجی به عنوان شرط مرزی در تحلیل دوبعدی جریان غیرداری ماندگار نیز استفاده می‌شود. (Stephenson، ۱۹۷۹) عمق جریان خروجی از زهکش‌های سنگ‌دانه‌ای را در حالت جریان ماندگار، برابر با عمق بحرانی (رابطه (۴)) در نظر گرفت

$$y_c = 3 \sqrt{\frac{q^2}{n^2 g}} \quad (4)$$

که در آن،  $y_c$  عمق بحرانی،  $q$  دبی در واحد عرض از درون سنگریزه،  $n$  تخلخل مصالح و  $g$  شتاب ثقل است. در حالی که بررسی‌های آزمایشگاهی صورت گرفته توسط پژوهشگران بعد از استفنسون، بیانگر عدم دقت رابطه (۴) است. به طوری که (صدقی اصل و همکاران، ۱۳۸۹) بر مبنای داده‌های آزمایشگاهی و با اعمال ضریب  $\Gamma$ ، رابطه (۴) را به صورت رابطه (۵) اصلاح کردند.

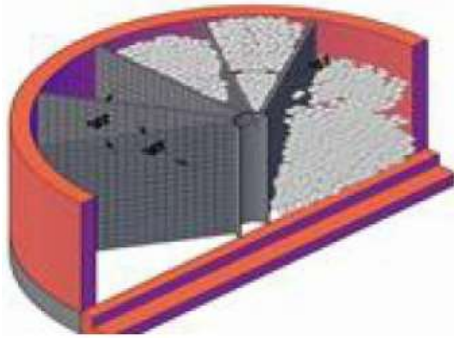
$$y_e = \Gamma 3 \sqrt{\frac{q^2}{n^2 g}} \quad (5)$$

در پژوهش‌های قبلی، مقدار ضریب  $\Gamma$  با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی توسط پژوهشگران مختلف کالیبره شده است. (صدقی اصل و همکاران، ۱۳۸۹) با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی خود، مقدار ضریب  $\Gamma$  را برای مصالح گوشه‌دار برابر با  $2/3$  و برای مصالح گرد گوشه برابر با  $2/4$  به دست آورده است. بدیهی است که مقدار  $\Gamma$  برای کانال‌های باز که فاقد مواد سنگریزه‌ای است، برابر با ۱ می‌باشد. به عبارتی دلیل تفاوت مقادیر  $\Gamma$  برای دو نوع مصالح این است که در مصالح گوشه‌دار، تخلخل محیط نسبت به مصالح گرد گوشه

جریان درون محیط‌های متخلخل درشت‌دانه به دو گروه اصلی جریان‌های موازی و شعاعی (همگرا) تقسیم می‌شوند. هر دو نوع جریان به صورت سطح آزاد و تحت فشار می‌باشند.

در جریان‌های غیرداری موازی، خطوط جریان نسبتاً موازی بوده و هیچ‌گونه انحنا یا فشردگی خطوط جریان در پلان وجود ندارد. در جریان‌های غیرداری شعاعی، خطوط جریان در مسیر حرکت به هم فشرده شده و به جریان‌های همگرا نیز موسوم هستند. فشردگی خطوط جریان در جریان‌های همگرا تحت فشار و سطح آزاد وجود دارد. به عبارت دیگر، در این نوع جریان، به علت همگرایی جدارها، خطوط جریان به هم فشرده شده و این محدودیت جداره در پیرامون مقطع، باعث فشردگی در تغییرات سرعت جریان را به همراه داشته و به تبع آن باعث تغییر در رابطه بین گرادیان هیدرولیکی و سرعت جریان خواهد شد (صادقیان، ۱۳۹۲). جریان در حالت سطح آزاد همگرا به دلیل فشردگی جریان، افت سطح آب کمتری را در مسیر حرکت نسبت به جریان‌های سطح آزاد موازی به همراه دارد. به عبارت دیگر، نرخ تغییرات گرادیان هیدرولیکی در جریان‌های شعاعی سطح آزاد، کمتر از جریان‌های موازی سطح آزاد می‌باشد. در حالی که تغییرات سرعت جریان در حالت شعاعی بسیار بیشتر از حالت موازی است. به همین دلیل، تفاوت رفتاری زیادی در جریان‌های شعاعی با سطح آزاد با سایر جریان‌های غیرداری وجود دارد (صادقیان، ۱۳۹۲). نمونه‌ای از جریان‌های شعاعی، جریان در نزدیکی چاه‌های حفر شده در بسترهای آبرفتی درشت‌دانه و آبخوان‌ها است.

پژوهش‌های (Sidiropoulou و همکاران، ۲۰۰۷؛ Sedghi-Asl و Rahimi، ۲۰۱۱؛ Norouzi و همکاران، ۲۰۲۱) در حالت غیرداری موازی و پژوهش‌های (شایان‌نژاد و ابراهیمی، ۱۳۹۸؛ صادقیان و همکاران، ۱۳۹۳؛ Sadeghian و همکاران، ۲۰۱۳) در حالت غیرداری شعاعی انجام شده است. جریان ماندگار در حالت غیرداری با استفاده از تحلیل یک بعدی (تئوری جریان‌های متغیر تدریجی) و دو بعدی (حل معادله پارکین) مورد بررسی قرار می‌گیرد. تحلیل یک بعدی با استفاده از روش‌هایی بر مبنای انتگرال-گیری مستقیم و روش‌های حل عددی انتگرال مانند روش اولر، اولر اصلاح شده، رانگه کوتا<sup>۲</sup> و بر اساس حل عددی و روش‌های حل تکراری مانند روش نیوتن رافسون<sup>۳</sup>، پاراساد<sup>۴</sup>، گام به گام استاندارد<sup>۵</sup> و کلاسیک قابل بررسی است. (بازرگان و شعاعی، ۱۳۸۹؛ گودرزی و همکاران، ۱۳۹۹؛ Bari و Hansen، ۲۰۰۲؛ Shoaee و Bazargan، ۲۰۰۶) با استفاده از تئوری جریان‌های متغیر تدریجی، پروفیل سطح آب درون محیط سنگریزه‌ای موازی را محاسبه کردند.



(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۱- قسمت‌های مختلف دستگاه آزمایشگاهی:  
 الف) نمای کلی مدل آزمایشگاهی، ب) نمای روبروی مدل  
 آزمایشگاهی، ج) نمای بالای مدل آزمایشگاهی، د) قرارگیری  
 پمپ‌های موازی روی مدل

بیشتر بوده و به مقدار ۱ که تخلخل کانال‌های باز است، نزدیک‌تر است (صدقی اصل و همکاران، ۱۳۸۹). (چابک‌پور و تکلدانی، ۱۳۹۶) با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی خود، مقدار ضریب  $T$  را برای طول محیط سنگریز ۱۰۰ سانتی‌متر برای قطر سنگ‌دانه ۱۶ و ۳۰ میلی‌متر به ترتیب برابر با  $1/83$  و  $2/05$  و برای طول محیط ۱۹۳ سانتی‌متر برای قطرهای مذکور به ترتیب برابر با  $1/58$  و  $1/84$  به‌دست آوردند. Norouzi و همکاران (۲۰۲۲) با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی در شرایط مختلف و با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO) و آنالیز ابعادی، رابطه‌ای جهت محاسبه ضریب  $T$  بر مبنای خصوصیات فیزیکی سنگ‌دانه و ویژگی‌های جریان ارائه کرده‌اند.

حل معادلات حاکم بر جریان غیرداری شعاعی (ترکیب معادله پیوستگی در مختصات استوانه‌ای و رابطه‌ی نمایشی بین گرادیان هیدرولیکی و سرعت جریان) با استفاده از روش‌های عددی تفاضل‌های محدود، اجزاء محدود و احجام محدود صورت می‌گیرد (صادقیان، ۱۳۹۲). برای حل معادلات مذکور، به شرایط مرزی از جمله شرط مرزی پایین‌دست (عمق خروجی) و پروفیل سطح آب نیاز است. در پژوهش‌های قبلی، عمق جریان خروجی از محیط متخلخل موازی بررسی شده است. درحالی‌که پژوهش حاضر، با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی در حالت غیرداری شعاعی در دستگای با مقیاس بزرگ (تقریباً واقعی) و با استفاده از آنالیز ابعادی، رابطه‌ای جهت محاسبه ضریب  $T$  و به تبع آن جهت محاسبه عمق خروجی از محیط متخلخل درشت‌دانه شعاعی که از دقت و کارایی بالایی برخوردار است، ارائه شده است. به‌عبارت دیگر، محاسبه عمق جریان خروجی در تحلیل یک بعدی و دو بعدی جریان ماندگار در محیط متخلخل درشت‌دانه شعاعی از اهمیت بالایی برخوردار است.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- داده‌های آزمایشگاهی

مطالعه و بررسی دقیق جریان عبوری از بسترهای آبرفتی درشت‌دانه، مستلزم انجام آزمایش‌ها در شرایط واقعی است. نصب تجهیزات لازم و انجام آزمایش‌ها در مکان‌های طبیعی به دلایل متعدد عملی نیست. در پژوهش حاضر، با توجه به سازگاری مختصات استوانه‌ای و انطباق آن با فیزیک مسائل مربوط به جریان‌های شعاعی، دستگای در آزمایشگاه دانشگاه بوعلی سینا و به شکل نیمه استوانه‌ای به قطر ۶ متر و ارتفاع ۳ متر ساخته شده است (شکل (۱)).

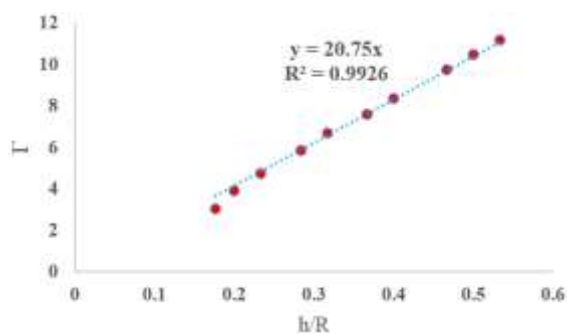
برای اولین بار رابطه‌ای جهت محاسبه ضریب  $\Gamma$  با دقت بالا و کارایی مناسب در حالت غیرداری شعاعی ارائه شده است. طبق فرضیه استفسون، عمق خروجی از محیط سنگریزه‌ای برابر با عمق بحرانی (رابطه (۴)) است. تغییرات عمق جریان خروجی آزمایشگاهی و عمق بحرانی بر اساس دبی جریان در شکل (۳) نشان داده شده است.

مطابق شکل (۳)، تفاوت معنی‌داری بین عمق بحرانی و عمق خروجی از محیط متخلخل درشت‌دانه در حالت شعاعی وجود دارد. میانگین خطای نسبی در این حالت برابر با ۸۳/۴۳ درصد می‌باشد. به عبارت دیگر، عمق جریان خروجی در حالت غیرداری شعاعی برابر با عمق بحرانی نمی‌باشد.

عمق جریان خروجی از محیط سنگریزه‌ای مطابق رابطه (۵) به صورت ضریبی از عمق بحرانی است. بررسی‌های انجام شده در پژوهش حاضر بیانگر آن است که ضریب مذکور به صورت تابعی از عمق آب در بالادست ( $h$ ) و فاصله مرکز چاه (پایین‌دست) تا بالادست (طول محیط سنگریز) ( $R$ ) می‌باشد. به عبارت دیگر، با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی برای حالت‌های مختلف ارتفاع آب در بالادست، رابطه (۶) جهت محاسبه ضریب  $\Gamma$  ارائه شده است

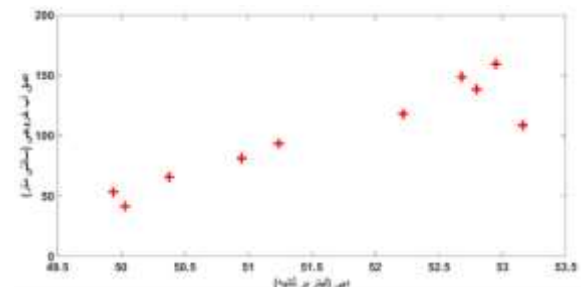
$$\Gamma = J * \left( \frac{h}{R} \right) \quad (6)$$

با استفاده از نرم‌افزار اکسل و رگرسیون خطی، مقدار ضریب  $J$  برابر با ۲۰/۷۵ به دست آمده است. به عبارت دیگر، مقدار ضریب  $J$  به گونه‌ای بهینه‌یابی شده است که مقدار عمق جریان خروجی محاسباتی و عمق جریان خروجی مشاهداتی (ثبت شده در آزمایشگاه) بیشترین تطابق ممکن را داشته باشند. مقدار ضریب همبستگی ( $R^2$ ) برابر با ۰/۹۹۲۶ و میانگین خطای نسبی (MRE) برابر با ۳/۵۳ درصد به دست آمده است. تغییرات ضریب  $\Gamma$  نسبت به تغییرات  $h/R$  و رابطه برازش شده در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲- تغییرات ضریب  $\Gamma$  نسبت به تغییرات  $h/R$

ابعاد دستگاه مذکور در مقیاس بزرگ ساخته شده و عملاً اثرات کوچک‌سازی تأثیری در روند آزمایش‌ها ندارد. برای اندازه‌گیری فشار پیزومتریک، از شبکه‌های پیزومتری استفاده شده است (شکل (۱)). دستگاه مذکور، حجمی بالغ بر ۱۴۰۰۰ لیتر و گنجایش مصالحی به وزن تقریبی ۴۰ تن را دارد. چهار عدد پمپ به‌طور موازی در قسمت بالای دستگاه برای ایجاد جریان مورد نیاز نصب شده است. از مصالح رودخانه‌ای درشت‌دانه با قطر بین ۲ تا ۱۰ سانتی‌متر، تخلخل ۴۰ درصد، ضریب یکنواختی ۲/۱۳ و ضریب انحنای ۱/۰۱۶ استفاده شده است. برای انجام آزمایش‌ها، ابتدا مدل تا ارتفاع مشخصی (۵۳، ۶۰، ۷۰، ۸۵، ۹۵، ۱۱۰، ۱۲۰، ۱۴۰، ۱۵۰ و ۱۶۰ سانتی‌متر) توسط عملیات پمپاژ پر شده است. دبی ایجاد شده در این آزمایش‌ها در محدوده ۴۹/۹۴ تا ۵۳/۱۶ لیتر بر ثانیه است. مقادیر عمق خروجی برای دبی‌های مختلف در شکل (۲) آورده شده است.



شکل ۲- تغییرات عمق جریان خروجی بر حسب دبی جریان

### ۳- بحث و نتایج

محاسبه عمق خروجی به‌عنوان نقطه شروع محاسبات در تحلیل یک بعدی جریان (ثئوری جریان‌های متغیر تدریجی) جهت محاسبه پروفیل سطح آب و همچنین استفاده از عمق خروجی و پروفیل سطح آب به‌عنوان شرایط مرزی در تحلیل دو بعدی جریان (حل معادله پارکین) از اهمیت بالایی برخوردار است. به‌طور کلی پژوهش حاضر از مراحل زیر تشکیل شده است:

(۱) با توجه به فرضیه Stephenson (۱۹۷۹) (عمق جریان خروجی از محیط متخلخل درشت‌دانه برابر با عمق بحرانی است)، مقدار عمق جریان خروجی از محیط متخلخل ثبت شده در آزمایشگاه با مقدار عمق بحرانی (رابطه (۴)) مقایسه شده است.

(۲) از آنجایی که عمق جریان خروجی از محیط متخلخل درشت‌دانه تفاوت زیادی با مقدار عمق بحرانی دارد و با توجه به رابطه (۵) (عمق جریان خروجی از محیط متخلخل درشت‌دانه به‌صورت ضریبی از عمق بحرانی است) و بررسی‌های انجام شده، مقدار ضریب  $\Gamma$  تابعی از عمق آب در بالادست ( $h$ ) و فاصله‌ی مرکز چاه تا بالادست ( $R$ ) می‌باشد. به‌همین دلیل در پژوهش حاضر، با استفاده از آنالیز ابعادی و داده‌های آزمایشگاهی در مقیاس بزرگ،

محاسبه عمق جریان خروجی در جریان غیرداری شعاعی به- عنوان نقطه شروع محاسبات در تحلیل یک بعدی و شرط مرزی پایین دست در تحلیل دوبعدی جریان ماندگار اهمیت بسزایی دارد. به همین دلیل در پژوهش حاضر، با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی در مقیاس تقریباً واقعی و آنالیز ابعادی، رابطه‌ای جهت محاسبه عمق جریان خروجی در حالت مذکور ارائه شده است. مطابق شکل (۳) و جدول (۱)، چنانچه از رابطه ارائه شده در پژوهش حاضر جهت محاسبه ضریب  $T$  و به تبع آن محاسبه عمق خروجی از محیط متخلخل درشت‌دانه شعاعی استفاده شود، میانگین خطای نسبی برابر با  $۳/۵۳$  درصد به دست آمده است. در حالیکه مقدار مذکور در حالتی که عمق جریان خروجی از محیط سنگریزه‌ای شعاعی برابر با عمق بحرانی در نظر گرفته شود، برابر با  $۸۳/۴۳$  درصد می‌باشد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

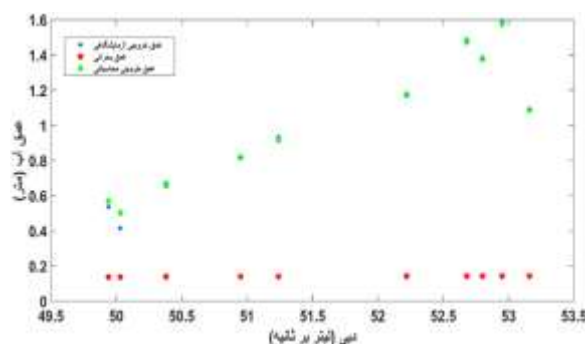
عمق جریان خروجی از محیط متخلخل درشت‌دانه در حالت شعاعی به‌عنوان نقطه شروع محاسبات در تحلیل یک بعدی جریان ماندگار و محاسبه پروفیل سطح آب با استفاده از تئوری جریان‌های متغیر تدریجی کاربرد دارد. همچنین عمق جریان خروجی و پروفیل سطح آب به‌عنوان شرایط مرزی در تحلیل دو بعدی جریان ماندگار با استفاده از معادله پارکین نیز مورد نیاز است. چنانچه با توجه به فرضیه استفسون، عمق جریان خروجی از محیط سنگریزه‌ای شعاعی برابر با عمق بحرانی در نظر گرفته شود، میانگین خطای نسبی برابر با  $۸۳/۴۳$  درصد محاسبه شده و بیانگر آنست که عمق جریان خروجی در حالت غیرداری شعاعی نیز مشابه جریان غیرداری موازی تفاوت معناداری با عمق بحرانی دارد. چنانچه جهت محاسبه‌ی عمق جریان خروجی در حالت شعاعی، از رابطه ارائه شده در پژوهش حاضر (تابعی از عمق آب در بالادست ( $h$ ) و فاصله مرکز چاه تا بالادست ( $R$ )) استفاده شود، میانگین خطای نسبی برابر با  $۳/۵۳$  درصد به دست آمده است. به- عبارت دیگر، رابطه ارائه شده در پژوهش حاضر از دقت بالایی در محاسبه عمق جریان خروجی در حالت غیرداری شعاعی برخوردار است.

#### ۵- مراجع

بازرگان ج، شعاعی م، "تحلیل جریان‌های غیرداری در مصالح سنگریزه‌ای با استفاده از تئوری جریان‌های متغیر تدریجی"، نشریه مهندسی عمران و نقشه برداری، ۱۳۸۹، ۴۴ (۲)، ۱۳۱-۱۳۹.

شایان‌نژاد م، ابراهیمی ا، "بررسی هیدرولیک جریان شعاعی غیرداری در آبخوان‌های آزاد در شرایط ماندگار"، نشریه

تغییرات عمق جریان خروجی محاسباتی و عمق خروجی آزمایشگاهی براساس دبی جریان در شکل (۳) نشان داده شده است. همچنین مقادیر عمق جریان خروجی مشاهده‌ای (ثبت شده در آزمایشگاه)، عمق بحرانی، عمق جریان خروجی محاسباتی در حالت استفاده از راهکار ارائه شده در پژوهش حاضر و مقادیر میانگین خطای نسبی هر دو حالت در جدول (۱) بیان شده است.



شکل ۳- تغییرات عمق جریان خروجی آزمایشگاهی و محاسباتی و عمق بحرانی بر حسب دبی جریان

جدول ۱- مقادیر عمق جریان خروجی مشاهده‌ای و محاسباتی و عمق بحرانی و مقادیر میانگین خطای نسبی

عمق آب پمپاژ شده در بالادست (متر)	عمق جریان خروجی مشاهده‌ای (متر)	عمق بحرانی (متر)	عمق خروجی محاسباتی (متر)
۰/۵۳	۰/۴۱۵	۰/۱۳۷۲	۰/۵۰۳
۰/۶۰	۰/۵۳۵	۰/۱۳۷۱	۰/۵۶۹
۰/۷۰	۰/۶۵۵	۰/۱۳۷۹	۰/۶۶۸
۰/۸۵	۰/۸۱۳	۰/۱۳۸۹	۰/۸۱۷
۰/۹۵	۰/۹۳۴	۰/۱۳۹۵	۰/۹۱۶
۱/۱۰	۱/۰۸۵	۰/۱۴۲۹	۱/۰۸۷
۱/۲۰	۱/۱۸۰	۰/۱۴۱۲	۱/۱۷۲
۱/۴۰	۱/۳۸۶	۰/۱۴۲۳	۱/۳۷۸
۱/۵۰	۱/۴۸۸	۰/۱۴۲۱	۱/۴۷۴
۱/۶۰	۱/۵۹۳	۰/۱۴۲۵	۱/۵۷۷
میانگین خطای نسبی (درصد)		۸۳/۴۳	۳/۵۳

شایان ذکر است، برای انجام آزمایش‌ها با شرایط مختلف عمق آب، ابتدا بالادست محیط سنگریزه‌ای تا ارتفاع‌های مشخصی (۵۳، ۶۰، ۷۰، ۸۵، ۹۵، ۱۱۰، ۱۲۰، ۱۴۰، ۱۵۰ و ۱۶۰ سانتی‌متر) با استفاده از پمپاژ از آب پر شده است. سپس عمق آب در نقاط مختلف به‌ویژه در قسمت خروجی از محیط سنگریزه‌ای (ورودی به چاه) ثبت شده است. مقادیر مربوط به عمق آب پمپاژ شده در بالادست و عمق آب خروجی از محیط سنگریزه‌ای که در آزمایشگاه ثبت شده، در جدول (۱) آورده شده است.

- Norouzi H, Hasani MH, Bazargan J, Shoaie SM, "Estimating output flow depth from rockfill porous media", *Water Supply*, 2022, 22 (2), 1796-1809. <https://doi.org/10.2166/ws.2021.317>
- Sadeghian J, Khayat Kholghi M, Horfar A, Bazargan J, "Comparison of binomial and power equations in radial non-Darcy flows in coarse porous media", *Journal of Water Sciences Research*, 2013, 5 (1), 65-75.
- Scheidegger AE, "The physics of flow through porous media", *Soil Science*, 1958, 86 (6), 355. <https://doi.org/10.3138/9781487583750>
- Sedghi-Asl M, Rahimi H, "Adoption of Manning's equation to 1D non-Darcy flow problems", *Journal of Hydraulic Research*, 2011, 49 (6), 814-817. <https://doi.org/10.1080/00221686.2011.629911>
- Sidiropoulou MG, Moutsopoulos KN, Tsihrintzis VA, "Determination of Forchheimer equation coefficients a and b *Hydrological Processes: An International Journal*, 2007, 21 (4), 534-554. <https://doi.org/10.1002/hyp.6264>
- Stephenson DJ, "Rockfill in hydraulic engineering", Elsevier Scientific Publishing Company, Distributors for the United States and Canada, 1979.
- آبیاری و زهکشی ایران، ۱۳۹۸، ۱۳ (۶)، ۱۵۸۰-۱۵۸۸.  
20.1001.1.20087942.1398.13.6.4.0  
چابک پور ج، امیری تکلدانی ا، "مدل سازی عددی-آزمایشگاهی پروفیل طولی سطح آب در محیط های متخلخل درشت دانه"، ۱۳۹۶، ۱۱ (۳)، ۸۱-۹۰.
- صادقیان ج، "تحلیل جریان های شعاعی در بسترهای آبرفتی درشت دانه"، پایان نامه دکتری، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران، ۱۳۹۲.
- صادقیان ج، خیاط خلقی م، هورفر ع، بازگان ج، "مطالعه آزمایشگاهی جریان های غیرداریسی شعاعی در بسترهای آبرفتی درشت دانه"، ۱۳۹۳، ۸ (۱۵)، ۱۱-۲۱.
- صدقی اصل م، رحیمی ج، فرهودی ج، محمدولی سامانی ج، "تجزیه و تحلیل پروفیل های جریان درون محیط های متخلخل درشت دانه"، ۱۳۸۹، ۴ (۷)، ۸۱-۸۸.
- گودرزی م، بازگان ج، شعاعی م، "تحلیل نیمرخ طولی سطح آب درون مصالح سنگریزه ای با استفاده از تئوری جریان متغیر تدریجی با در نظر گرفتن نیروی درگ"، تحقیقات آب و خاک ایران، ۱۳۹۹، ۵۱ (۲)، ۴۰۳-۴۱۵.  
20.1001.1.2008479.1399.51.2.10.1
- Arbhabhirama A, Dinoy AA, "Friction factor and reynolds number in porous media flow", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 1973, 99 (6), 901-915. <https://doi.org/10.1061/JYCEAJ.0003663>
- Bari R, Hansen D, "Application of gradually-varied flow algorithms to simulate buried streams", *Journal of Hydraulic Research*, 2002, 40 (6), 673-683. <https://doi.org/10.1080/00221680209499914>
- Bazargan J, Shoaie SM, "Application of gradually varied flow algorithms to simulate buried streams", *IAHR Journal of Hydraulic Research*, 2006, 44 (1), 138-141. <https://doi.org/10.1080/00221686.2006.952166>
- Forchheimer P, "Water movement through ground", *Ground Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, 1901, 45, 1736-1741.
- Hansen D, Garga VK, Townsend DR, "Selection and application of a one-dimensional non-Darcy flow equation for two-dimensional flow through rockfill embankments", *Canadian Geotechnical Journal*, 1995, 32 (2), 223-232. <https://doi.org/10.1139/t95-025>
- Leps TM, "Flow through rockfill, Embankment-dam engineering casagrande volume edited by Hirschfeld, RC and Poulos, SJ. 1973.
- McWhorter DB, Sunada DK, Sunada DK, "Ground-water hydrology and hydraulics", Water Resources Publication, LLC. U.S. Library. 1977.
- Norouzi H, Bazargan J, Azhang F, Nasiri R, "Experimental study of drag coefficient in non-darcy steady and unsteady flow conditions in rockfill", *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 2021, 1-20. <https://doi.org/10.1007/s00477-021-02047-4>

## EXTENDED ABSTRACT

# Calculate the Output Flow Depth from a Coarse-Grained Porous Media with Radial Flow

Jalal Sadeghian<sup>a,\*</sup>, Hadi Norouzi<sup>b</sup>, Jalal Bazargan<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Department of Civil Engineering, Bu Ali Sina University, Hamedan, Iran

<sup>b</sup> Department of Civil Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran

Received: 29 April 2022; Review: 17 July 2021; Accepted: 27 August 2022

### Keywords:

Dimensional Analysis, Output Flow Depth, Non-Darcy Flow, Radial Flow, Steady Flow.

## 1. Introduction

Coarse-grained gravel (rockfill material) has numerous applications in engineering including filtration, gabion construction, channel lining, stilling basins, ponds, and cobble stone dams as well as flood control. In the fine-grained media, there is a laminar flow with a linear relation between hydraulic gradient and flow velocity so that the flow follows Darcy law (Eq. 1) (McWhorter and Sunada, 1977). However, in the coarse-grained media, due to the presence of voids, flow velocity is high with a tendency to the turbulent flow formation (Hansen et al. 1995), and there is a nonlinear relation between hydraulic gradient and flow velocity and flow follows non-Darcy law. Hydraulic gradient equations in the non-Darcy media considering steady flow condition are classified into two groups of power and binomial equations, according to Eqs. 2 and 3 (Forchheimer, 1901; Leps, 1973; Stephenson, 1979).

$$i = \left(\frac{1}{k}\right)V \quad (1)$$

$$i = mV^n \quad (2)$$

$$i = aV + bV^2 \quad (3)$$

Where  $V$  is flow velocity (m/s),  $i$  is hydraulic gradient,  $m$  and  $n$  are values dependent on the properties of the porous media, fluid and flow, while  $a$  and  $b$  are coefficients dependent on the properties of the porous media as well as the fluid.

There are two general methods to analyze steady-non-Darcy flow through rockfill materials:

a) One-dimensional analysis of flow, using gradually-varied flow theory:

Application of this theory in simulation of flow through rockfill materials was investigated by (Bari and Hansen, 2002) and then by other researchers, such as (Bazargan and Shoaie, 2006). The results showed that at the end-points of the formed media, particularly at high discharges, there was a significant difference between the observational and computational depth results. Hence, in this method, computations of the longitudinal profile of water surface are not accurate enough because of the lack of output flow depth as downstream boundary condition.

b) Two-dimensional analysis of flow, using Parkin equation:

\* Corresponding Author

E-mail addresses: j.sadeghian@basu.ac.ir (Jalal Sadeghian), hadinorouzi72@gmail.com (Hadi Norouzi), jbazargan@znu.ac.ir (Jalal Bazargan).

Parkin, 1969, combined the continuity equation with exponential function of velocity and hydraulic gradient for the first time and developed an equation as an alternative to Laplace equation. This equation could be solved by knowing the boundary conditions as well as porosity (Arbhabhira and Dinoy, 1973). In other word, without knowing output flow depth as downstream boundary condition, and water surface profile as a boundary condition which depends on the output flow depth, the accurate solution of the Parkin equation is practically impossible. Stephenson (1979) considered the output flow depth through rockfill drainage equal to the critical depth in case of steady flow (Equation 4).

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{n^2 g}} \quad (4)$$

Where  $y_c$ = critical depth,  $q$ = discharge in unit width of the rockfill,  $n$ = porosity of materials, and  $g$ = gravity acceleration.

However, experimental tests conducted by other researchers proved that Equation 4 is inaccurate. In this regard, (SedghiAsl et al. 2010) corrected the equation based on the experimental data by applying  $\Gamma$  coefficient (Equation 5).

$$y_e = \Gamma \sqrt[3]{\frac{q^2}{n^2 g}} \quad (5)$$

In the previous studies, values of  $\Gamma$  were calibrated by different researchers using experimental data. Using such data, (SedghiAsl et al. 2010) obtained the value of  $\Gamma$  coefficient for the angular and rounded materials as 2.3 and 2.4, respectively. There is no doubt that  $\Gamma$  value for open channels which lack rockfill materials is equal to 1. In other words, the difference between values of  $\Gamma$  is due to the fact that in the angular materials, porosity of media is more than the rounded ones and is closer to 1, which is the same as the porosity of open channels (SedghiAsl et al. 2010). In another study, (Chabokpour and Tokaldani, 2017) used their own experimental data and obtained the value of  $\Gamma$  coefficient for a length of 100 cm as 1.83 and 2.05 for aggregate diameters of 16 and 30 mm, respectively; and for a length of 193cm as 1.58 and 1.84, respectively considering the same aggregate diameters.

Norouzi et al. (2022) Using experimental data in different conditions and using particle swarm optimization (PSO) algorithm and dimensional analysis, a relationship to calculate the  $\Gamma$  coefficient based on the physical properties of aggregates and flow properties have been provided.

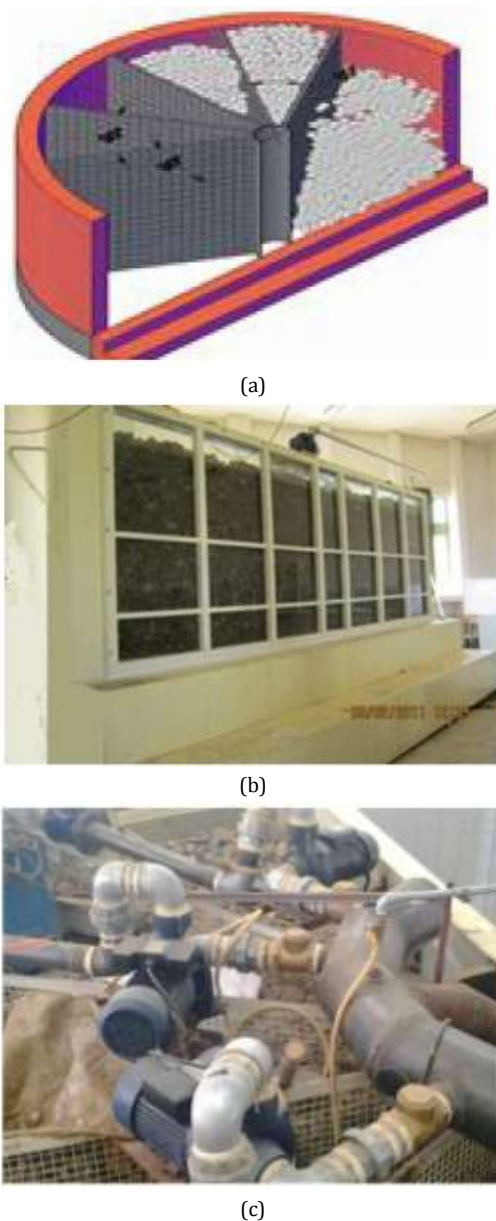
Calculating the output flow depth is of great importance in one-dimensional (the gradually varied flow theory) and two-dimensional (Perkin equation solution) steady-non-darcy flow analysis. In other words, the output flow depth is used in the one-dimensional analysis as the starting point for water surface profile calculations and in the two-dimensional analysis as the downstream boundary condition. In previous studies, the output flow depth from the parallel rockfill materials has been investigated. While in the present study, the output flow depth in the radial non-darcy mode has been investigated for the first time. In the present study, using experimental data (large-scale semi-cylindrical test device with dimensions of 6 m in diameter and 3 m in height) recorded for 10 different heights of water pumped upstream of the rockfill materials and dimensional analysis, a relation is provided to calculate the mentioned coefficient ( $\Gamma$ ).

## 2. Material and Methods

### 2.1. Experimental Data

In the present study, due to the compatibility of cylindrical coordinates and its adaptation to the physics of problems related to radial flows, a device has been constructed in the laboratory of Bu Ali Sina University in the form of a semi-cylinder with a diameter of 6 meters and a height of 3 meters. The dimensions of this device are made on a large scale and the effects limitations have practically no effect on the testing process. To measure piezometric pressure, piezometric grids have been used. The device has a volume of 14,000 liters and a capacity of materials weighing approximately 40 tons. Four pumps are installed in parallel at the top of the device to generate the required flow. Coarse-grained river materials with a diameter between 2 to 10 cm, a porosity of 40%, a  $C_u$  of 2.13, and a  $C_c$  of 1.016 have been used. To perform the tests, the model is first filled to a certain height (53, 60, 70, 85, 95, 110, 120, 140, 150, and 160 cm) by pumping operations. The flow rate created in these experiments is in the range of 49.94 to 53.16 L/s.





**Fig. 1.** Different parts of the experimental device: a) Outline of experimental model, b) Front of experimental model, c) Placing parallel pumps on the model

### 3. Results and discussion

In general, the present study consists of the following stages:

1) According to Stephenson, 1979 (the output flow depth from the coarse-grained porous media is equal to the critical depth), the recorded output flow depth from the radial porous media was compared with the critical depth (Eq. 4).

2) Since the output flow depth from the coarse-grained porous media is very different from the critical depth, and according to Eq. 5 (the output flow depth from the coarse-grained porous media is as a coefficient of the critical depth) and studies performed, the coefficient is a function of the upstream depth ( $h$ ) and distance from well center to upstream ( $R$ ). For this reason, in the present study, using dimensional analysis and experimental data in different conditions, an equation was presented calculate the  $\Gamma$  coefficient with high accuracy.

According to the equation developed by (Stephenson, 1979), output flow depth from rockfill porous media in steady flow condition is equal to the critical depth (Equation 4). Fig. 2 shows changes in depth of the observational output flow and critical depth versus flow discharge for all experimental data.

As can be seen from Fig. 2, there is a significant difference between the observational output flow depth and critical depth.

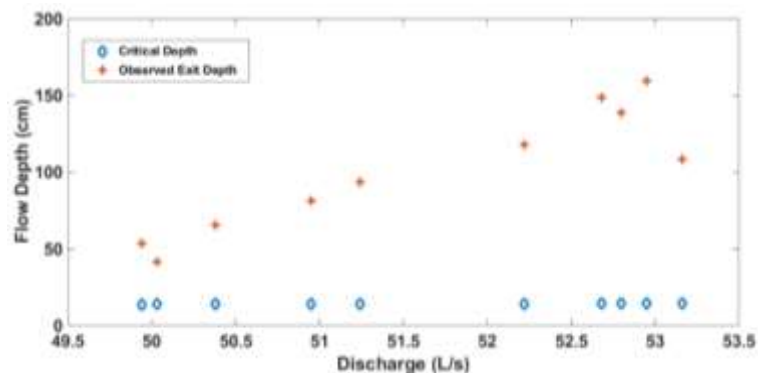


Fig. 2. Changes in experimental output flow depth and critical depth in terms of discharge

The output flow depth from the porous media according to Equation (5) is a coefficient of critical depth. The studies performed in the present study indicate that the coefficient is a function of upstream depth (h) and the distance from the center of the well (downstream) to upstream (length of the gravel) (R). In other words, using experimental data for different conditions of upstream water height, Equation (6) is presented to calculate the  $\Gamma$  coefficient.

$$\Gamma = J * \left( \frac{h}{R} \right) \tag{6}$$

Using Excel software and linear regression, the value of J coefficient equal to 20.75 has been obtained. Fig. 3 shows changes in the observational output flow depth (observed in experiments) and computational output flow depth (using the proposed equation in the present study) versus flow discharge for different materials.

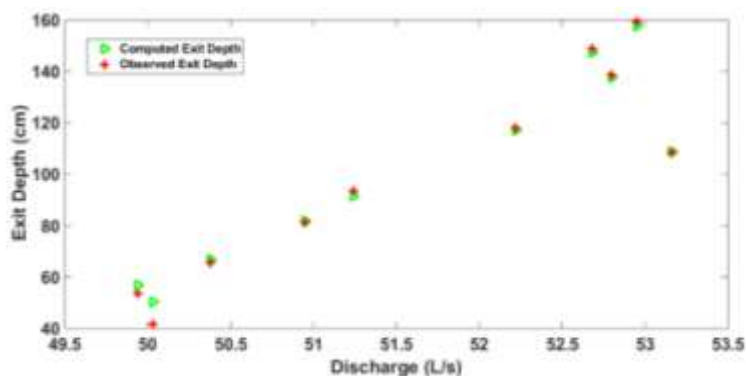


Fig. 3. Observational and computational output flow depth changes in terms of discharge

Also, the values of observational output flow depth, critical depth, computational output flow depth in the case of using the solution presented in the present study, and the mean relative error values of both cases are expressed in Table 1.

**Table 1.** Observational and computational output flow depth values and critical depth and mean relative error values

Height of pumped water (m)	Critical Depth (m)	Observed output flow depth (m)	Computed output flow depth (m)
0.53	0.1372	0.415	0.503
0.60	0.1371	0.535	0.569
0.70	0.1379	0.655	0.668
0.85	0.1389	0.813	0.817
0.95	0.1395	0.934	0.916
1.10	0.1429	1.085	1.087
1.20	0.1412	1.180	1.172
1.40	0.1423	1.386	1.378
1.50	0.1421	1.488	1.474
1.60	0.1425	1.593	1.577
Mean Relative Error %	83.43		3.53

#### 4. Conclusions

If according to Stephenson's hypothesis, the output flow depth from the radial porous media is considered equal to the critical depth, the mean relative error is calculated as 83.43% and indicates that the output flow depth in the radial non-darcy state there is also a significant difference with the critical depth. If the relationship presented in the present study (a function of upstream depth ( $h$ ) and the distance from the center of the well to the upstream ( $R$ )) is used to calculate the output flow depth in the radial state, the mean relative error is equal to It is obtained with 3.53%. In other words, the relation presented in the present study has high accuracy in calculating the output flow depth in the radial non-darcy state.

#### 5. References

- Chabokpour J, Tokaldani E, "Experimental-numerical simulation of longitudinal water surface profile through large porous media", Iranian Water Researches Journal, 2018, 11 (3), 81-90. (In Persian language)
- Forchheimer P, "Wasserbewegung Drunch Boden", Zeitschrift Des Vereines Deutscher Ingenieure, 1901, 45, 1782-1788.
- Hansen D, Garga VK, Townsend DR, "Selection and application of a one-dimensional non-Darcy flow equation for two-dimensional flow through rockfill embankments", Canadian Geotechnical Journal, 1995, 32 (2), 223-232.
- Leps TM, "Flow through rockfill, Embankment-dam engineering casagrande volume edited by Hirschfeld", RC and Poulos, SJ. 1973.
- McWhorter DB, Sunada DK, Sunada DK, "Ground-water hydrology and hydraulics", Water Resources Publication, LLC. U.S. Library. 1977.
- Norouzi H, Hasani MH, Bazargan J, Shoaie SM, "Estimating output flow depth from rockfill porous media", Water Supply, 2022, 22 (2), 1796-1809.
- Sedghi-Asl M, Rahimi H, "Adoption of Manning's equation to 1D non-Darcy flow problems", Journal of Hydraulic Research, 2011, 49 (6), 814-817.
- Stephenson DJ, "Rockfill in hydraulic engineering", Elsevier Scientific Publishing Compani, Distributors for the United States and Canada, 1979.