

ضریب ظرفیت باربری N_c پی نواری واقع بر یک لایه منفرد با روش آنالیز حدی ادغام‌شده با المان محدود

فرزین خانه‌بیگی^۱، کاظم بدو^{۲*}، عباس اسلامی حقیقت^۳

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد ژئوتکنیک، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ارومیه
^۲ استاد گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ارومیه
^۳ استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ارومیه

دریافت: ۱۳۹۸/۴/۲۵، بازنگری: ۱۴۰۰/۹/۲، پذیرش: ۱۴۰۰/۹/۳، نشر آنلاین: ۱۴۰۰/۹/۳

چکیده

محاسبه حداکثر ظرفیت باربری پی با روش آنالیز حدی، حد بالای ظرفیت باربری دقیق پی را مشخص می‌کند. در این تحقیق ضریب چسبندگی N_c یک پی نواری واقع بر یک لایه منفرد خاک منتهی به سنگ‌بستر محاسبه شده است. بدین منظور از قضیه حد بالای آنالیز حدی ادغام‌شده با روش المان محدود استفاده شده است. رفتار خاک پلاستیک کامل فرض شده و معیار تسلیم در نظر گرفته‌شده مدل مور-کولمب (Mohr-Coulomb) می‌باشد. بدین ترتیب با دو پارامتر چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی می‌توان توده خاک را توصیف نمود. البته در اینجا فرض شده که چسبندگی خاک در عمق ثابت نبوده و به صورت خطی افزایش می‌یابد و در نهایت ظرفیت باربری از یک فرایند بهینه‌سازی حاصل شده و بدین منظور از برنامه‌ریزی خطی استفاده می‌گردد. بدین ترتیب معیار مور-کولمب در فضای تنش بایستی خطی‌سازی شود. ضریب N_c به پارامترهای مختلفی از جمله زاویه اصطکاک داخلی خاک (ϕ)، نسبت عمق لایه خاک به عرض پی (h/b) و فاکتور تغییر چسبندگی در عمق (ρ) بستگی دارد. به منظور تصدیق نتایج به دست آمده، جواب‌های حاصل در حالت چسبندگی ثابت با نتایج سایر محققین مقایسه شده است. تأثیر پارامترهای ذکر شده بر روی ضریب N_c در گراف‌های جداگانه رسم شده و در نهایت چارت‌های طراحی محاسبه‌شده مورد بحث قرار گرفته است.

کلیدواژه‌ها: ظرفیت باربری، آنالیز حدی، برنامه‌ریزی خطی، حد بالا، المان محدود.

۱- مقدمه

تحلیل پایداری، روش‌هایی که بتوان توسط آن بار نهایی را بدون نیاز به حل کامل معادلات به دست آورد، همواره مورد توجه محققین بوده است. یکی از دقیق‌ترین و کارآمدترین این روش‌ها، روش آنالیز حدی است. این شیوه شیوه Hill را سال ۱۹۴۸ مطرح نمود و پس از وی Drucker، Greenberg و Prager در سال ۱۹۵۲ با تعمیم اصل Hill، قضایای حدی را ارائه کردند (Liu و Chen، ۱۹۹۰).

از جمله تحقیقات انجام گرفته در زمینه تحلیل حدی، می‌توان به کارهای Hjjia و همکاران (۲۰۰۵)، Kumar (۲۰۰۳)، Soubra (۱۹۹۹)، Lysmer (۱۹۷۰)، Bottero و همکاران (۱۹۸۰)، Ukritchon و همکاران (۲۰۰۳)، Khatrı و Kumar (۲۰۱۱) اشاره کرد. با به کارگیری تئوری‌های آنالیز حدی، حدود بار گسیختگی با

هدف اصلی در تحلیل تنش‌ها در مکانیک خاک، حصول اطمینان از فاکتور ایمنی مناسب توده خاک در برابر بارهای وارده می‌باشد. بدین منظور آنالیز مسائل در مکانیک خاک به دو دسته مسائل پایداری و مسائل الاستیسیته^۱ تقسیم می‌شوند (Chen, Scawthorn, ۱۹۶۸). در مسائل پایداری، ملاک طراحی پی، مقاومت در برابر هرگونه بار وارد بر پی بوده و تغییر شکل‌ها و نشست‌های آن مدنظر نیست. حل مسائل پایداری بر پایه رفتار ارتجاعی-خمیری خاک به سادگی به دست نمی‌آید. بدین منظور سه دسته معادلات تعادل، سازگاری و رفتار مصالح باید ارضا گردند. معمولاً در صورت ارضای هم‌زمان این معادلات می‌توان از یکتا بودن جواب اطمینان حاصل کرد. به دلیل محاسبات طولانی در

1. Elasticity

* نویسنده مسئول؛ شماره تماس: ۰۴۴-۳۱۹۴۲۸۸۰

۲- تعریف مسئله

در این تحقیق فرض شده است که پی نواری بر روی یک لایه خاک منفرد قرار گرفته است. سپس لایه خاک به بستر سنگی صلب ختم می‌شود. با این فرض که خاک از قانون جریان وابسته پیروی می‌کند، مقدار $N_c(\varphi)$ برای پی نواری با رابطه (۱) نشان داده می‌شود:

$$N_c(\varphi) = \frac{qu}{c} \quad (1)$$

در این رابطه c پارامتر چسبندگی خاک و qu بار نهایی وارد بر پی است. با اعمال بار qu بر پی نواری صلب، پی در جهت عمودی به سمت پایین جابه‌جایی نشان خواهد داد. این جابه‌جایی و جریان پلاستیک شدن تا عمقی پیش خواهد رفت که آن را H_{cr} می‌نامیم. H_{cr} به زاویه اصطکاک داخلی خاک (φ) بستگی دارد. اگر بستر سنگی در عمقی واقع شده باشد که نسبت عمق به عرض پی (h/b) برای آن از نسبت عمق بحرانی به عرض پی (H_{cr}/b) کوچک‌تر باشد آنگاه؛ بستر سنگی بر روی محدوده مکانیسم گسیختگی و نیز ظرفیت باربری نهایی پی تأثیرگذار خواهد بود (Yang و همکاران، ۲۰۱۶).

به هنگام بررسی ظرفیت باربری، پروفیل خاک اغلب به صورت همگن فرض می‌شود اما به‌طور معمول مقاومت برشی زهکشی نشده خاک رس طبیعی تحکیم یافته با افزایش عمق، افزایش می‌یابد. اگرچه برای پی‌های با ابعاد کوچک در حالت $\varphi = 0$ استفاده از مقدار متوسط c_u می‌تواند مقبول باشد اما برای پی‌های با ابعاد بزرگ، تغییرات مقدار c_u در عمق بر روی ظرفیت باربری پی اثرگذار خواهد بود (Al-Shamrani، ۲۰۰۵؛ Yu و Sloan، ۱۹۹۴). با این فرض که میزان چسبندگی تابعی از عمق است، مقدار آن را در هر عمق مشخص با رابطه خطی (۲) بیان می‌کنیم:

$$c_u = c_0 + (\rho b)z \quad (2)$$

که c_0 چسبندگی در سطح زمین، b عرض پی، z عمق نسبت به سطح زیر پی و ρ ضریب افزایش چسبندگی در عمق است. ρ در واقع مقداری ثابت است و به خصوصیات مصالح رسی بستگی دارد (Booker و Davis، ۱۹۷۳). محققین مختلفی تغییرات چسبندگی در عمق را مورد بررسی قرار داده‌اند (Chenari و همکاران، ۲۰۱۹).

مدل استفاده‌شده در این تحقیق برای پی نواری با بستر سنگی صلب در شکل (۱) نشان داده شده است. h ضخامت خاک زیر پی است. جهت ساده‌سازی فقط نیمه سمت راست پی را بررسی می‌کنیم و لذا $b=B/2$ که B عرض کامل پی است. زاویه بستر سنگی صلب با سطح افق نیز صفر درجه فرض شده است. قابل ذکر

در صد خطای بسیار اندک نسبت به جواب دقیق به دست می‌آید. این روش در محدوده وسیعی از مسائل ژئوتکنیکی بدون تأثیر پذیرفتن از پیچیدگی مسئله، قابل استفاده می‌باشد. علاوه بر آن روش‌های آنالیز حدی براساس قضایا و فرضیات شناخته‌شده‌ای استوار است (Zhu، ۲۰۰۰). در این شیوه فرض بر این است که رفتار خاک پلاستیک کامل بوده و از قانون جریان وابسته پیروی می‌کند. قانون جریان در واقع ارتباط بین تانسور تنش^۲ و تانسور کرنش^۳ پلاستیک را بیان می‌کند (Chen، ۱۹۷۵).

آنالیز حدی شامل دو قضیه آنالیز حد بالا و حد پایین می‌باشد. براساس قضیه حد پایین، تحت میدان تنشی که شرایط تعادل، شرایط مرزی و معیار تسلیم رعایت شود، جریان خمیری به وقوع نخواهد پیوست. به عبارت دیگر بار خارجی محاسبه‌شده کم‌تر از بار واقعی گسیختگی خواهد بود. اما در قضیه حد بالا، میدان جابه‌جایی سازگار بر مسئله اعمال می‌شود. همچنین به دلیل ورود به ناحیه پلاستیک، جابه‌جایی در ذرات جسم وجود خواهد داشت که این نمو جابه‌جایی سرعت نامیده می‌شود. لذا با در نظر گرفتن یک میدان سرعت فرضی و قابل قبول و به وسیله مساوی قرار دادن کار نیروهای داخلی و خارجی، بار حد بالا محاسبه می‌شود (Atkinson، ۲۰۰۷).

در صورتی که میدان سرعت فرض شده شرایط سازگاری، شرایط مرزی سرعت و نیز معیار تسلیم را ارضا کند، می‌توان اثبات نمود که بار حدی محاسبه‌شده همواره بالاتر از مقدار بار واقعی خواهد بود. در نهایت با انتخاب مناسب میدان تنش و میدان سرعت و در نتیجه نزدیک‌تر کردن جواب‌های حاصل از دو قضیه حد بالا و پایین، می‌توان محدوده‌ای را که بار واقعی در آن قرار دارد را کوچک‌تر نمود (Atkinson، ۱۹۸۱). قابل ذکر است که روش تحلیل حدی ادغام‌شده با المان محدود در مسائل مختلف ظرفیت باربری همچون مجاورت پی با شیب و یا ظرفیت باربری لرزه‌ای مورد استفاده قرار گرفته است (Kalourazi و همکاران ۲۰۱۹؛ Xiao و Chen، ۲۰۲۰).

در این مقاله با استفاده از روش ترکیبی آنالیز حدی، المان محدود و برنامه‌ریزی خطی تأثیر عمق استقرار بستر سنگی، چسبندگی متغیر در عمق و اثر هم‌زمان این دو عامل بر روی ضریب ظرفیت باربری N_c بررسی گردیده است. قابل ذکر است که رفتار خاک‌های رسی در حالت زهکشی نشده را می‌توان صرفاً با یک پارامتر چسبندگی بیان نمود. لذا در پایداری کوتاه‌مدت و یا پایداری لرزه‌ای خاک رسی، شرایط زهکشی نشده برقرار است. همچنین نمونه‌های موجود در عمق بیشتر دارای چسبندگی بیشتری بوده و این افزایش چسبندگی در عمق به صورت کاملاً طبیعی در خاک‌های همگن مشاهده می‌گردد.

مقدار سرعت در هر المان با روابط (۳) و (۴) بسط داده می‌شود.

$$u = \sum_{i=1}^{i=3} N_i u_i \quad (3)$$

$$v = \sum_{i=1}^{i=3} N_i v_i \quad (4)$$

که u_i مؤلفه سرعت در جهت محور x و v_i مؤلفه سرعت در جهت محور y است و N_i تابع شکل خطی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$N_1 = [(x_2 y_3 - x_3 y_2) + y_{23} x + x_{32} y] / 2A \quad (5)$$

$$N_2 = [(x_3 y_1 - x_1 y_3) + y_{31} x + x_{13} y] / 2A \quad (6)$$

$$N_3 = [(x_1 y_2 - x_2 y_1) + y_{12} x + x_{21} y] / 2A \quad (7)$$

که در روابط (۵) و (۶) و (۷) داریم:

$$x_{32} = x_3 - x_2 \quad y_{23} = y_2 - y_3$$

$$x_{13} = x_1 - x_3 \quad y_{31} = y_3 - y_1$$

$$x_{21} = x_2 - x_1 \quad y_{12} = y_1 - y_2$$

و A نیز مساحت هر المان است و به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$A = \frac{|(x_1 - x_3)(y_2 - y_3) - (x_3 - x_2)(y_3 - y_1)|}{2}$$

در ادامه به نحوه اعمال شرایط مرزی، محدودیت‌ها و نیز خطی‌سازی معیار تسلیم مور-کلمب پرداخته شده است.

۳-۲- محدودیت قانون جریان در المان‌ها

جهت اطمینان از خطی بودن معادلات و فرمول‌های المان محدود لازم است تا معیار تسلیم موهر-کلمب به وسیله صفحاتی که بر معیار تسلیم مماس می‌شوند، خطی‌سازی شوند. این موضوع در شکل (۳) نشان داده شده است. رابطه زیر معیار تسلیم خطی شده را نشان می‌دهد.

$$F_k = A_k \sigma_k + B_k \sigma_k + C_k \tau_{xy} - 2c \cos \varphi \quad (8)$$

در رابطه (۸) داریم:

$$A_k = \cos \alpha_k + \sin \varphi$$

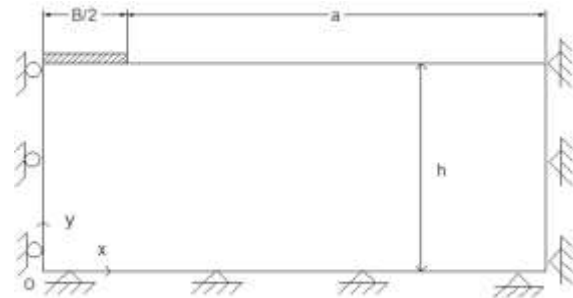
$$B_k = \sin \varphi - \cos \alpha_k$$

$$C_k = 2 \sin \alpha_k$$

$$\alpha_k = \frac{2k\pi}{p}$$

$$k = 1, 2, \dots, p$$

است که در مدل شکل (۱) از سیستم مختصات کارتزین استفاده شده است و مبدأ آن در نقطه 0 قرار دارد. در این تحقیق سعی شده تا با استفاده از قضیه حد بالای آنالیز حدی و ترکیب آن با روش المان محدود و برنامه‌ریزی خطی، اثر بستر سنگی صلب، اثر چسبندگی متغیر در عمق و همچنین تأثیر هم‌زمان این دو عامل را بر روی ضریب ظرفیت باربری N_c بررسی نمائیم.

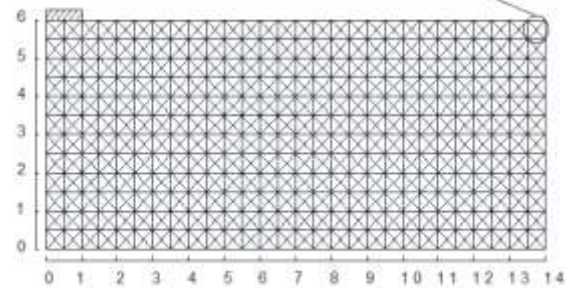


شکل ۱- مدل پی نواری صلب واقع بر لایه منفرد خاک منتهی به سنگ بستر

۳- روش تحقیق

۳-۱- فرمول‌بندی و مدل

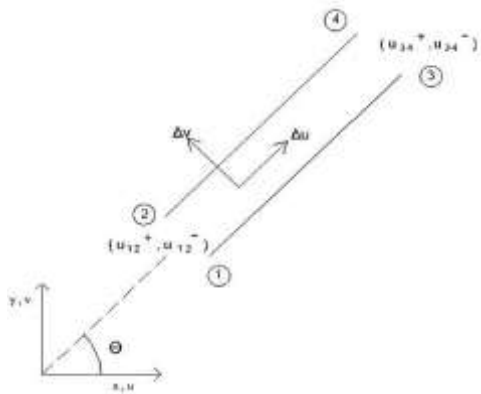
در روش تحلیل حد بالا از طریق المان محدود، توده خاک زیر پی را به المان‌های سه گرهی تقسیم می‌کنیم. مش‌بندی استفاده‌شده در این تحقیق در شکل (۲) نشان داده شده است. هر گره از المان، دو مؤلفه سرعت دارد و برای هر المان ۲۴ مؤلفه نرخ پلاستیک‌شدگی (تعداد صفحات در معیار تسلیم خطی) در نظر گرفته می‌شود که آن را با λ^e $e=1, \dots, p$ نشان می‌دهیم. در این المان‌ها سرعت بین گره‌های المان و در طول وجوه آن به صورت خطی تغییر می‌کند (Sloan, ۱۹۸۹).



شکل ۲- مش‌بندی خاک زیر پی به وسیله المان‌های مثلثی

(تعداد گره=۴۰۳۲، تعداد المان مثلثی=۱۳۴۴)

تعداد نایبوستگی‌ها=۱۹۷۶)



شکل ۴- ناپیوستگی سرعت و متغیرهای مربوطه

برای اینکه پرش‌های سرعت‌های نرمال و مماسی از لحاظ سینماتیکی قابل قبول باشند، بایستی قانون جریان را ارضاء نمایند که براساس معیار مور- کلمب به‌طریق زیر نوشته می‌شود:

$$\Delta v = \Delta u \tan \varphi \quad (12)$$

که Δv تغییرات سرعت در جهت عمود بر ناپیوستگی و Δu تغییرات سرعت در جهت مماس بر ناپیوستگی است. برای جفت گره (i, j) واقع بر روی ناپیوستگی، تغییرات سرعت‌های مماسی و عمود به‌صورت روابط زیر بیان می‌شود:

$$\Delta u_{ij} = u_{ij}^+ - u_{ij}^- = (u_j - u_i) \cos \theta + (v_j - v_i) \sin \theta \quad (13)$$

$$\Delta v_{ij} = (u_{ij}^+ + u_{ij}^-) \tan \varphi \quad (14)$$

که θ زاویه ناپیوستگی با محور x می‌باشد و محدودیت‌های زیر نیز برقرار است:

$$u_{ij}^+ \geq 0 \quad (15)$$

$$u_{ij}^- \geq 0 \quad (16)$$

و نهایتاً محدودیت قانون جریان برای ناپیوستگی به‌صورت زیر به دست می‌آید (Kleeman و Sloan, ۱۹۹۵).

$$(u_i - u_j) \sin \theta + (v_j - v_i) \cos \theta = (u_{ij}^+ + u_{ij}^-) \tan \varphi \quad (17)$$

۴-۳- شرایط مرزی سرعت

میدان سرعت محاسبه‌شده بایستی شرایط مرزی سرعت‌ها را نیز شامل باشد. برای گره i بر روی خط مرزی که با جهت x زاویه θ می‌سازد، رابطه زیر برقرار است.

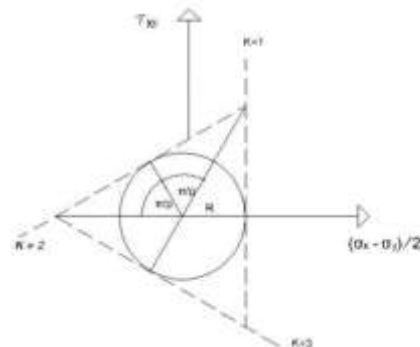
برای محاسبه حد بالای ظرفیت باربری، میدان سرعت بایستی محدودیت‌های ناشی از قانون جریان را ارضاء نماید. محدودیت قانون جریان برای سطح تسلیم خطی‌سازی شده به‌صورت زیر است:

$$\sum_{i=1}^{i=3} \frac{\partial N_i}{\partial x} u_i - \sum_{k=1}^{k=p} \dot{\lambda}_k A_k = 0 \quad \dot{\lambda} \geq 0 \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^{i=3} \frac{\partial N_i}{\partial y} v_i - \sum_{k=1}^{k=p} \dot{\lambda}_k B_k = 0 \quad \dot{\lambda} \geq 0 \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^{i=3} \frac{\partial N_i}{\partial x} u_i + \sum_{i=1}^{i=3} \frac{\partial N_i}{\partial y} v_i - \sum_{k=1}^{k=p} \dot{\lambda}_k C_k = 0 \quad \dot{\lambda} \geq 0 \quad (11)$$

که در آن $\dot{\lambda}_k$ نرخ پلاستیک شدگی مربوط به k امین گوشه از سطح تسلیم و همواره مثبت است.



شکل ۳- خطی‌سازی معیار تسلیم مور- کلمب به‌کمک سه ضلعی محیطی

۳-۳- محدودیت قانون جریان در ناپیوستگی‌های سرعت

حد بالای بار گسیختگی زمانی بالاتر از مقدار واقعی قرار خواهد گرفت که محدودیت‌های ناشی از قانون جریان در ناپیوستگی‌های سرعت نیز اعمال شود. شکل (۴) یک ناپیوستگی سرعت را نشان می‌دهد. مختصات گره‌های مجاور در ناپیوستگی یکسان است، به‌عبارت‌دیگر ضخامت ناپیوستگی صفر است.

$$C_3^T = 0.5cL[1 \quad 1 \quad 1 \quad 1], \quad X_3 = \begin{Bmatrix} u_{12}^+ \\ u_{12}^- \\ u_{34}^+ \\ u_{34}^- \end{Bmatrix}$$

که در اینجا L طول خط ناپیوستگی است که با جفت گره‌های (۱) و (۲) و (۳) و (۴) در شکل (۴) مشخص گردیده است.

۳-۸- جمع‌بندی روابط با استفاده از برنامه‌ریزی خطی

تابع هدف، محدودیت‌ها و قیدهایی که بایستی بر مجهولات اعمال شوند در روابط (۲۲) تا (۲۶) ارائه شده است:

$$\text{Min } C_1^T X_1 + C_2^T X_2 + C_3^T X_3 \quad (22)$$

$$A_{11}X_1 - A_{12}X_2 = B_1 \quad (23)$$

$$A_{21}X_1 - A_{23}X_3 = B_2 \quad (24)$$

$$A_{31}X_1 = B_3 \quad (25)$$

$$X_2 \geq 0, \quad X_3 \geq 0 \quad (26)$$

در روابط بالا، X_1 بردار سرعت‌های گرهی در جهت‌های مماسی و نرمال، X_2 بردار نرخ پلاستیک‌شدگی کل برای المان‌ها و X_3 بردار کلی مشخصه‌های ناپیوستگی‌ها است. برای حل مسئله برنامه‌ریزی خطی از دستور Linprog در نرم‌افزار متلب استفاده شده است (Kouzer و Kumar, ۲۰۰۷).

۴- نتایج و بحث

۴-۱- مقایسه نتایج ظرفیت باربری N_c برای پی نواری

در جدول (۱) مقادیر ضریب ظرفیت باربری N_c به‌ازای مقادیر مختلف φ در دو حالت پی با سطح تماس صاف و سطح تماس زبر ارائه شده است. با ملاحظه جدول به‌وضوح مشخص است که ظرفیت باربری پی با سطح تماس زبر بیشتر از ظرفیت باربری پی با سطح تماس صاف است. فاکتور ظرفیت باربری محاسبه‌شده در روش حاضر با مقادیر به‌دست‌آمده توسط سایر محققین از جمله Chen (۱۹۹۰) و Soubra (۱۹۹۹) از طریق روش تحلیل حدی و با استفاده از بلوک‌های لغزش حل کلاسیک Terzaghi (۱۹۴۳) و برای پی با سطح تماس زبر با نتایج حد بالای Kumar و Sahoo (۲۰۱۳) با استفاده از برنامه‌ریزی خطی، حد بالای Hjjaj و همکاران (۲۰۰۵) به‌وسیله برنامه‌ریزی غیرخطی، Reddy و همکاران (۱۹۹۱) به‌کمک روش خطوط مشخصه، مقایسه شده است. در قسمت پی با سطح تماس زبر نتایج Hjjaj و همکاران با استفاده از برنامه‌ریزی غیرخطی نسبت به سایر نتایج بهینه‌تر می‌باشد. نتایج تحقیق حاضر سازگاری مناسبی با نتایج حاصل از روش‌های دیگر دارد و اختلاف‌های جزئی به‌دلیل تفاوت در جوانب

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

که در آن \bar{u} و \bar{v} به‌ترتیب مقدار سرعت مماسی و سرعت نرمال از قبل تعریف‌شده برای شرایط مرزی می‌باشند (Kleeman و Sloan, ۱۹۹۵).

۳-۵- اتلاف انرژی به‌وسیله نیروهای خارجی

در یک المان مثلثی انرژی تلف‌شده به‌وسیله نیروهای خارجی با رابطه (۱۹) محاسبه می‌شود (Kouzer و Kumar, ۲۰۰۷):

$$P_b = C_1^T X_1 \quad (19)$$

که در رابطه فوق داریم:

$$C_1^T = \frac{\gamma A}{3} [0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1], \quad X_1 = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix}$$

γ وزن مخصوص خاک زیر پی است.

۳-۶- اتلاف انرژی در المان‌ها

یک ویژگی مهم در فرمول‌بندی‌ها این است که جریان پلاستیک هم در ناپیوستگی‌های سرعت و هم در المان‌ها رخ می‌دهد. در هر قسمت مقدار توان تلف‌شده به‌وسیله مجهولات مربوط به آن قسمت محاسبه و بیان می‌شود. اتلاف انرژی در المان‌ها به‌صورت رابطه زیر است (Kouzer و Kumar, ۲۰۰۷):

$$P_c = C_2^T X_2 \quad (20)$$

پارامترهای تشکیل‌دهنده رابطه (۲۰) به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$C_2^T = 2cA \cos\varphi [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1 \quad \dots \quad 1], \quad X_2 = \begin{Bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_k \\ \vdots \\ \lambda_p \end{Bmatrix}$$

۳-۷- اتلاف انرژی در ناپیوستگی‌های سرعت

توان تلف‌شده در اثر برش پلاستیک در طول ناپیوستگی‌های سرعت با رابطه زیر نوشته می‌شود (Kouzer, Kumar, ۲۰۰۷):

$$P_d = C_3^T X_3 \quad (21)$$

مقایسه نتایج به‌دست‌آمده با مقدار دقیق محاسبه‌شده توسط روش‌های کلاسیک حداکثر ۶/۵ درصد اختلاف دارد که نشان می‌دهد جواب‌ها حد بالای مقدار دقیق است؛ بنابراین می‌تواند معیاری برای صحت جواب‌های به‌دست‌آمده از سایر روش‌ها باشد. جواب‌ها تطابق بسیار خوبی با مقدار دقیق دارد و اختلاف جزئی نیز به‌دلیل کارآمدی روش موجود در شرایط بارگذاری و هندسه پیچیده، قابل‌اغماض است.

و جزئیات روش‌ها با یکدیگر است. در روش حاضر با ریزتر نمودن مش‌ها می‌توان نتایج را بهبود بخشید.

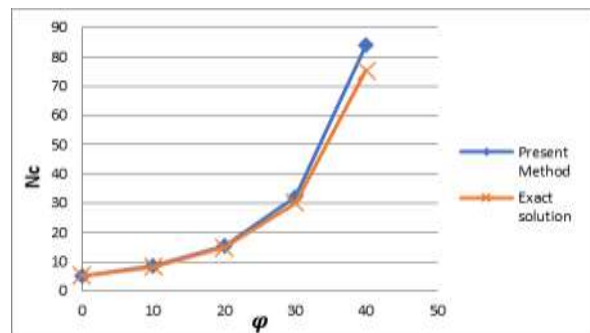
مقادیر محاسبه‌شده برای ظرفیت باربری N_c به‌وسیله روش موجود برای کف پی صاف، با مقدار دقیق محاسبه‌شده توسط رابطه‌ی (۲۷) در شکل (۵) ترسیم و مقایسه شده است:

$$N_c = \left((e^{\pi \cdot \tan(\phi)} \cdot \tan^2(45 + \phi/2)) - 1 \right) \cdot \cot(\phi) \quad (27)$$

جدول ۱- نتایج حد بالای محاسبه‌شده و مقایسه با سایر روش‌ها

| ϕ | پی با سطح تماس صاف | | | پی با سطح تماس زیر | | |
|--------|--------------------|-------------|---------------|--------------------|----------------------|------------------------|
| | مطالعه موجود | Chen (۱۹۹۰) | Soubra (۱۹۹۹) | مطالعه موجود | Sahoo و Kumar (۲۰۱۳) | Hjjaj و همکاران (۲۰۰۴) |
| ۰ | ۵/۲۶ | - | ۵/۱۵ | ۵/۳۸ | ۵/۱۸ | ۵/۱۷ |
| ۵ | ۶/۷۴ | - | ۶/۵۰ | ۶/۸۵ | - | ۶/۵۶ |
| ۱۰ | ۸/۶۲ | ۸/۳۴ | ۸/۳۶ | ۸/۷۱ | ۸/۵۲ | ۸/۴۶ |
| ۱۵ | ۱۱/۴۵ | - | ۱۰/۹۹ | ۱۱/۵۹ | - | ۱۱/۱۵ |
| ۲۰ | ۱۵/۵۵ | ۱۴/۸۳ | ۱۴/۸۶ | ۱۵/۷۵ | ۱۵/۳۳ | ۱۵/۱۳ |

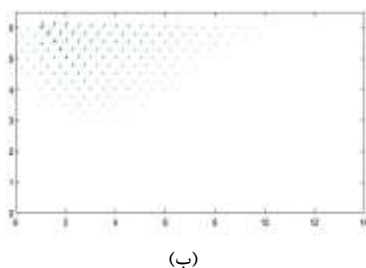
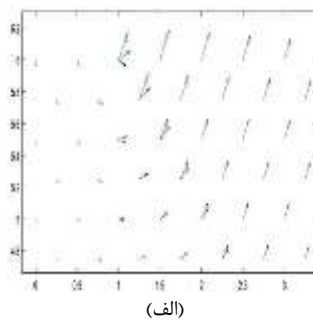
در مورد پی با سطح تماس زیر بردارهای سرعت تا عمق مشخصی در زیر پی به‌صورت عمودی ادامه می‌یابند اما برای پی با سطح تماس صاف بردارهای سرعت از همان ابتدای زیر لبه پی دارای زاویه نسبت به خط عمود می‌باشند. این تفاوت در شکل‌های بزرگ‌نمایی شده (۶-ب) و (۷-ب) قابل مشاهده است. این موضوع بیانگر عدم جابه‌جایی افقی خاک تماسی در سطح زیرین پی زبر است.



شکل ۵- مقایسه ظرفیت باربری N_c با مقدار دقیق محاسبه‌شده توسط روش‌های کلاسیک برای کف پی صاف

۴-۲- تحلیل بردارهای سرعت گرهی

بردارهای سرعت گرهی جهت و بزرگی حرکت توده خاک در محدوده مرزبندی شده را نشان می‌دهد. شکل‌های (۶) و (۷) به ترتیب بردارهای سرعت گرهی مربوط به $\phi = 30^\circ$ برای پی با سطح تماس صاف و سطح تماس زیر است. از مشاهده شکل‌های بزرگ‌نمایی شده ملاحظه می‌شود که چند بردار دارای نقطه ابتدای مشترک در نواحی نزدیک‌تر به لبه پی می‌باشد که این نواحی نشان‌دهنده ناپیوستگی‌های سرعت است. هرچه از لبه پی دور می‌شویم بردارهای با این ویژگی نهایتاً ناپدید می‌شوند که بیان‌کننده تأثیر بیشتر ناپیوستگی در نواحی نزدیک‌تر به لبه پی است.



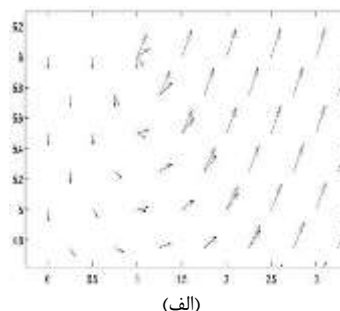
شکل ۶- بردارهای سرعت گرهی برای پی با سطح تماس صاف و

$\phi = 30^\circ$: الف) نمای کلی، ب) بزرگ‌نمایی محدوده کف پی

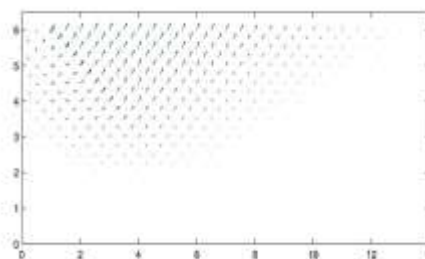
۴-۳- اثر عمق استقرار بستر سنگی صلب بر روی ظرفیت

باربری N_c

در شکل (۱۰) مقدار N_c برای پی نواری به‌ازای تغییر مقادیر ϕ از صفر تا ۴۰ درجه و افزایش مقدار h/b از ۰/۵ تا ۶ نشان داده شده است. h ضخامت خاک موجود روی بستر سنگی صلب است. قابل‌ذکر است که مقادیر ϕ و h/b تأثیر بسزایی روی مقدار N_c دارند. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود برای مقادیر کوچک h/b ، مقدار N_c به‌طور چشمگیر با افزایش ϕ ، افزایش می‌یابد. زمانی که $h/b \geq H_{cr}/b$ است به‌عبارتی دیگر در نسبتی از h/b که نمودار به خط راست و افقی تبدیل می‌شود، بستر صلب هیچ‌گونه تأثیری روی ظرفیت باربری پی ندارد. لذا می‌توان آن را همانند پی نواری بدون بستر صلب در نظر گرفت؛ اما برای حالتی که $h/b < H_{cr}/b$ است از مشاهده نمودار این نتیجه حاصل می‌شود که با کاهش h/b مقدار N_c افزایش می‌یابد. به‌علاوه با کاهش تدریجی مقدار h/b افزایش مقادیر N_c ابتدا آهسته است. رفته‌رفته این اختلاف با شیب بیشتری افزایش می‌یابد و اثر افزایشی بستر سنگی بر روی ظرفیت باربری بیشتر نمایان می‌شود. به‌عنوان مثال برای پی نواری در حالت سطح تماس صاف، $\phi = 40^\circ$ و $h/b = 1/5$ مقدار N_c تقریباً ۱/۵ برابر بزرگ‌تر از ظرفیت باربری N_c در حالت بدون بستر سنگی است. برای مقایسه تأثیر بستر سنگی بر روی پی با سطح تماس صاف و سطح تماس زبر، در یک تغییر ارتفاع مشخص مقدار شیب نمودار N_c را مقایسه می‌کنیم.



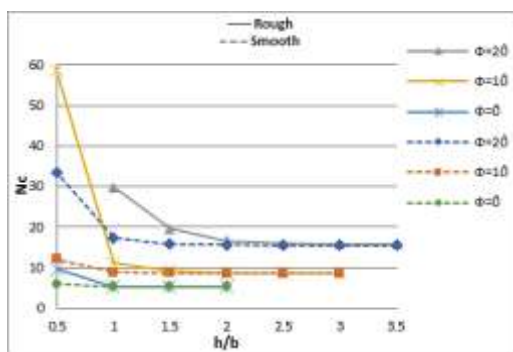
(الف)



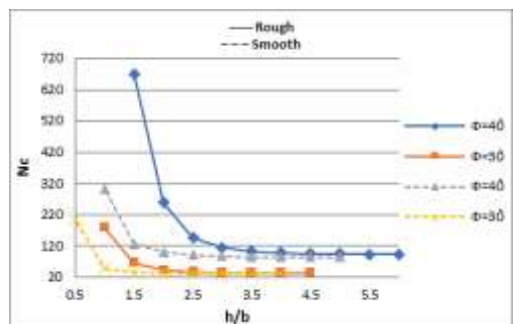
(ب)

شکل ۷- بردارهای سرعت گرهی برای پی با سطح تماس زبر و $\phi = 30^\circ$ (الف: نمای کلی، ب) بزرگ‌نمایی محدوده کف پی

همچنین در شکل‌های (۶- الف) و (۷- الف)، ناحیه تأثیر بردارها برای پی با سطح تماس زبر بزرگ‌تر از ناحیه تأثیر بردارها برای پی با سطح تماس صاف است. همچنین نواحی پلاستیک شدگی برای کف پی صاف و زبر به‌ترتیب در شکل‌های (۸) و (۹) نشان داده شده است.

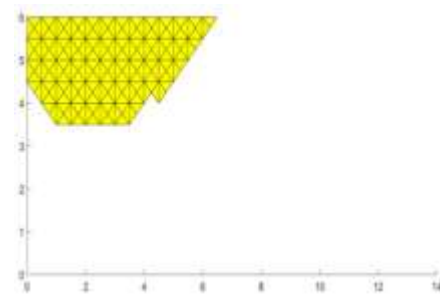


(الف)

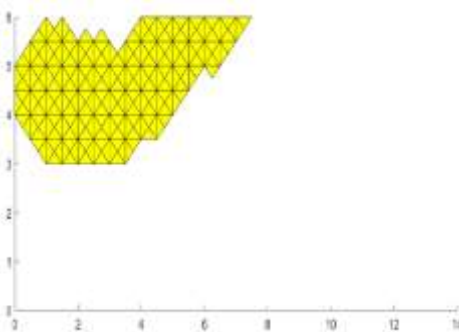


(ب)

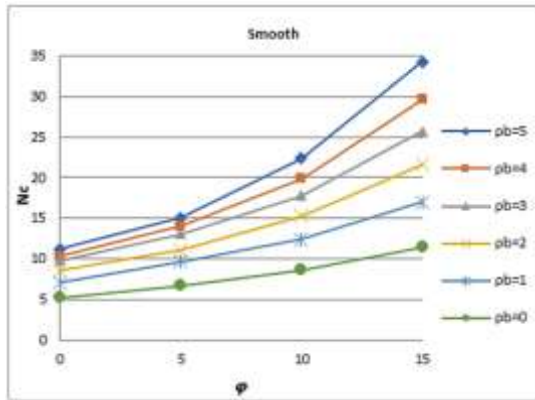
شکل ۱۰- تأثیر بستر سنگی صلب بر روی فاکتور ظرفیت باربری N_c در حالت چسبندگی ثابت



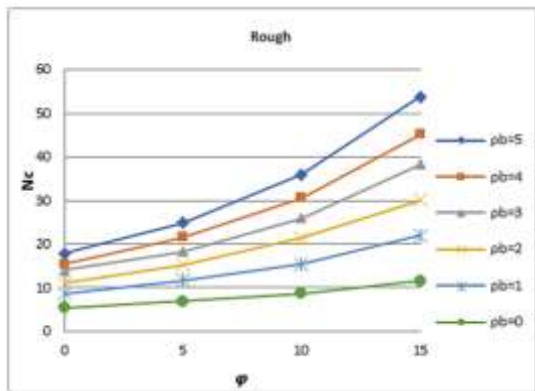
شکل ۸- ناحیه پلاستیک‌شدگی برای کف پی صاف



شکل ۹- ناحیه پلاستیک‌شدگی برای کف پی زبر



(الف)



(ب)

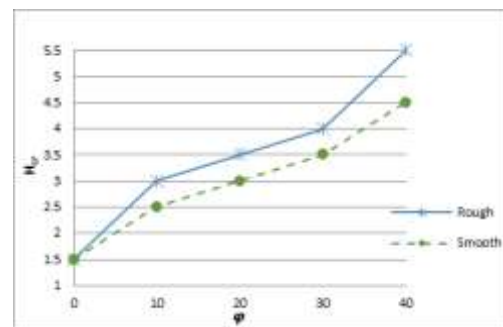
شکل ۱۲- ضریب ظرفیت باربری N_c به‌ازای مقادیر مختلف ρ (الف) کف پی صاف، (ب) کف پی زبر

با مشاهده نمودارها واضح است که در یک زاویه اصطکاک داخلی مشخص، بیشترین اختلاف مقدار N_c مربوط به حداقل میان $pb = 1$ و $pb = 0$ است که نشان از تأثیرگذاری فراوان و افزایش چسبندگی متغیر در عمق، نسبت به حالت چسبندگی ثابت در عمق ($pb = 0$) دارد و در نهایت شایان ذکر است که با افزایش ϕ شیب نمودارها متغیر بوده و افزایش یافته است که می‌توان نتیجه گرفت با افزایش ϕ تأثیر چسبندگی متغیر، بیشتر خواهد شد. مثلاً شیب نمودار برای سطح تماس صاف در $pb = 5$ و $10 \leq \phi \leq 15$ تقریباً برابر $1/5$ و برای $10 \leq \phi \leq 15$ برابر $2/4$ است اما شیب نمودار برای $pb = 0$ در همه جای نمودار تقریباً یکسان و مساوی با $0/5$ است.

۴-۵- اثر بستر سنگی بر روی خاک با چسبندگی متغیر در عمق

در این بخش به نحوی ادغام نمودارها و تأثیر هم‌زمان مفاهیم دو بخش قبل مورد بررسی قرار می‌گیرد. به هنگام کاهش عمق خاک و افزایش ضخامت بستر سنگی همان‌گونه که در بخش (۳-۴) نشان داده‌شد، انتظار می‌رود ظرفیت باربری خاک افزایش

برای تغییر نسبت ارتفاع (h/b) از ۱ تا $1/5$ و در زاویه اصطکاک داخلی 20° مقدار شیب برای پی با سطح تماس زیر حدوداً $6/4$ برابر شیب برای پی با سطح تماس صاف است. از این موضوع می‌توان نتیجه گرفت که خط H_{cr} برای پی با سطح تماس زیر در مقایسه با پی دارای سطح تماس صاف در عمق بیشتری از سطح پی واقع شده است (شکل (۱۱)). زیرا به‌ازای تغییر ارتفاع یکسان در هر دو پی مقدار شیب نمودار N_c برای پی با سطح تماس زیر بیشتر است؛ که نشان می‌دهد بردار سرعت‌های گرهی در عمق بیشتری نفوذ کرده‌اند. حتی ملاحظه می‌شود که مقدار N_c برای پی با سطح تماس صاف در $20^\circ \phi$ و در ارتفاع یکسان $h/b = 0/5$ می‌باشد. به هنگام کاهش عمق مشاهده می‌شود که گراف مربوط به هر ϕ در عمق مشخص متوقف شده و N_c از مقدار متناظر با آن عمق فراتر نرفته است. این موضوع نشان‌دهنده خروج بردارهای سرعت گرهی از مرز افقی محدوده مش‌بندی در آن عمق مشخص است. در $\phi \geq 20$ این امر برای پی با سطح زیر در عمق بیشتری نسبت به پی با سطح تماس صاف به وقوع پیوسته است.



شکل ۱۱- تغییرات عمق بحرانی بر حسب ϕ برای کف پی صاف و زبر

۴-۴- اثر چسبندگی متغیر در عمق بر روی ظرفیت باربری N_c

اثر چسبندگی متغیر به‌ازای مقادیر مختلف ρ و ϕ در شکل (۱۲) نشان داده شده است. از روی نمودار می‌توان اثر افزایشی چسبندگی متغیر در عمق را روی ظرفیت باربری N_c مشاهده کرد. برای مثال در مورد پی با سطح تماس صاف ظرفیت باربری N_c در $\rho = 3$ حدوداً دو برابر نسبت به خاک با چسبندگی ثابت، افزایش نشان می‌دهد و این عدد برای پی با سطح تماس زیر تقریباً سه برابر حالت خاک با چسبندگی ثابت در عمق است. با لحاظ کردن اثر چسبندگی متغیر در خاک‌های دارای این ویژگی می‌توان ارزیابی دقیق‌تری از مقاومت خاک داشته طراحی بهینه‌تری را انجام داد.

به عدد صفر است. بدین معنا که پی بر بستر سنگی صلب بنا نهاده شده و ظرفیت باربری پی به سمت بی‌نهایت میل خواهد کرد.

۵- خلاصه و نتیجه‌گیری

در این پژوهش، عوامل تأثیرگذار بر روی ضریب ظرفیت باربری N_c به وسیله ترکیب قضیه حد بالای آنالیز حدی، المان محدود و برنامه‌ریزی خطی مورد بررسی قرار گرفته است. از جمله این عوامل اثر بستر سنگی و چسبندگی متغیر در عمق می‌باشد. بستر سنگی تأثیر مثبت و افزایشی روی ظرفیت باربری پی نواری دارد. به عنوان مثال برای پی نواری در حالت تماس صاف، $\varphi = 40^\circ$ و $h/b = 1/5$ ، مقدار N_c تقریباً $1/5$ برابر بزرگ‌تر از ظرفیت باربری N_c در حالت بدون بستر سنگی است.

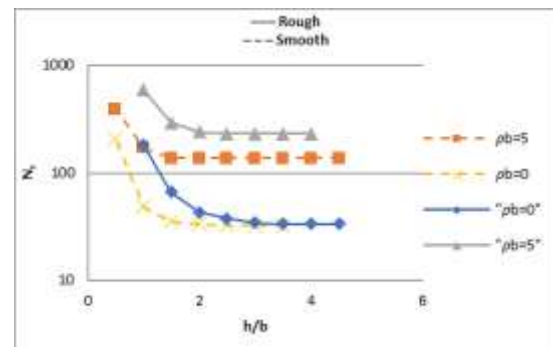
افزایش چسبندگی در عمق تأثیر افزایشی روی ظرفیت باربری دارد برای مثال در مورد پی با سطح تماس صاف ظرفیت باربری N_c برای $\rho = 3$ حدوداً دو برابر نسبت به خاک با چسبندگی ثابت، افزایش نشان می‌دهد و این عدد برای پی با سطح تماس زبر تقریباً سه برابر حالت خاک با چسبندگی ثابت در عمق است. با لحاظ کردن اثر چسبندگی متغیر در خاک‌های دارای این ویژگی می‌توان پروژه را اقتصادی‌تر نمود.

تأثیر هم‌زمان دو عامل فوق نیز به تفصیل در بخش (۴-۵) مورد بحث قرار گرفت. به هنگام کاهش عمق استقرار بستر سنگی در خاک با چسبندگی متغیر، مقدار N_c تا عمق بسیار کم‌تری نسبت به خاک با چسبندگی ثابت بدون تغییر باقی می‌ماند. برای بهبود بخشیدن به جواب‌ها لازم است که تعداد المان بیشتری استفاده گردد که در این صورت رایانه‌ای با قدرت پردازش بالا و زمان بیشتر مورد نیاز خواهد بود.

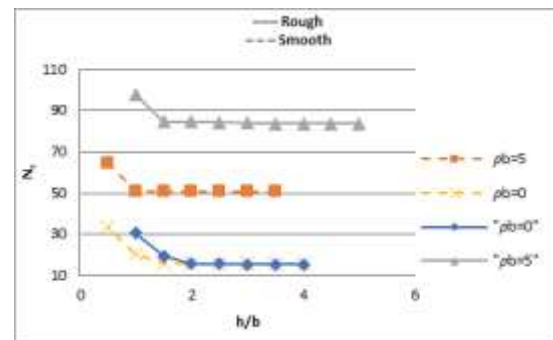
۶- مراجع

- Al-Shamrani MA, "Upper-bound solutions for bearing capacity of strip footings over anisotropic non homogenous clays", Journal of the Japanese Geotechnical Society Soils and Foundation, 2005, 45, 109-124.
- Atkinson J, "Foundations and Slopes", An Introduction to Applications of Critical State Soil Mechanics, John Wiley and Sons, New York, 1981.
- Atkinson J, "The mechanics of soils and foundations", CRC Pres, 2007.
- Bottero A, Negre R, Pastor J, Turgeman S, "Finite element method and limit analysis theory for soil mechanics problems", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1980, 22 (1), 131-149.
- Chenari JR, Izadi A, Eslami A, Najafi KE, "Approximation of undrained bearing capacity of strip foundations on heterogeneous marine clay", International Journal of Numerical Methods in Civil Engineering, 2019, 3 (3), 20-27.

یابد. هرچه از عمق بحرانی بیشتر فاصله بگیریم و ضخامت خاک کم‌تر و کم‌تر شود، سیر افزایشی ظرفیت باربری بیشتر می‌شود؛ اما در مورد خاک غیرهمگن و با چسبندگی متغیر در عمق، این امر در عمق بسیار کم و نزدیک به سطح صدق می‌کند. این نتیجه‌گیری در نمودارهای شکل (۱۳) نمایان است که برای خاک با $\rho b = 5$ تغییرات ظرفیت باربری از $h/b = 2$ به بعد شروع شده و با نزدیک‌تر شدن به $h/b = 1$ و عبور از آن بیشتر می‌شود. این در حالی است که تغییرات N_c برای خاک با چسبندگی ثابت ($\rho b = 0$) در عمق‌های بیشتر اتفاق می‌افتد و با شیب بیشتری ادامه می‌یابد. برای مثال و براساس رابطه (۲) مقدار c در $h/b = 4$ و با چسبندگی متغیر ($\rho b = 5$)، ۲۱ برابر مقدار چسبندگی در سطح است که با کاهش عمق خاک و رسیدن به مقدار $h/b = 3$ این نسبت به ۱۶ برابر می‌رسد.



(الف)



(ب)

شکل ۱۳- اثر بستر سنگی بر روی خاک با چسبندگی متغیر در حالت کف پی صاف و زبر: (الف) $\varphi = 30^\circ$ ، (ب) $\varphi = 40^\circ$

این کاهش چسبندگی در عمق مفروض و از سوی دیگر افزایش ظرفیت باربری به دلیل افزایش ضخامت بستر سنگی منجر به ثبات مقدار N_c می‌شود. تا جایی که روند کاهشی عمق سبب کاهش و حتی رفته‌رفته بی‌اثر شدن چسبندگی متغیر روی ضریب N_c شده و اثر افزایشی بستر سنگی اثر غالب گردد و نمودار از حالت افقی خارج شود. دلیل وجود اعداد بسیار بزرگ برای ظرفیت باربری N_c در شکل (۱۳)، نزدیک شدن عمق استقرار بستر سنگی

- Terzaghi K, "Theoretical Soil Mechanics", John Wiley, New York, 1943, NY, 510.
- Ukritchon B, Whittle AJ, Klangvijit C, "Calculations of bearing capacity factor N_g using numerical limit analyses", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 10.1061/ (ASCE) 10900241, 2003, 129, 6 (46), 468-474.
- F, Zheng X, Zhao L, Tan Y, "Ultimate bearing capacity of a strip footing placed on sand with a rigid basement", Journal of Computers and Geotechnics, 2016, 77, 115-119.
- Yu H, Sloan S, "Limit analysis of anisotropic soils using finite elements and linear programming", Mechanics research communications, 1994, 21 (6), 545-554.
- Zhu D, "The least upper-bound solutions for bearing capacity factor N . GAMMA", 2000, 40 (1), 123-129.
- Chen W, Scawthorn C, "Limit analysis and limit equilibrium solutions in soil mechanics", 1968, 70-19.
- Chen T, Xiao S, "An upper bound solution to undrained bearing capacity of rigid strip footings near slopes", International Journal of Civil Engineering, 2020, 18 (4), 475-485.
- Chen WF, Liu X, "Limit analysis in soil mechanics", Elsevier, Amsterdam, 1990.
- Chen WF, "Limit analysis and soil plasticity", Elsevier, Amsterdam, 1975.
- Davis E, Booker J, "The effect of increasing strength with depth in the bearing capacity of clays", Geotechnique, 1973, 23 (4), 551-563.
- Drucker DC, Prager W, Greenberg HT, "Extended limit design theorems for continuous media", Quarterly of Applied Mathematics, 1952, 9, 381-389.
- Hijaj M, Lyamin AV, Sloan SW, "Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor N_γ ", International Journal of Solids and Structures, 2005, 42, 1681-1704.
- Kalourazi FA, Izadi A, Chenari JR, "Seismic bearing capacity of shallow strip foundations in the vicinity of slopes using the lower bound finite element method", Soils and Foundations, 2019, 59 (6), 1891-1905.
- Kumar J, "Nc for rough strip footing using the method of characteristics", Canadian Geotechnical Journal, 2003, 40 (3), 669-674.
- Kumar J, Sahoo JP, "Bearing capacity of strip foundations reinforced with geogrid sheets by using upper bound finite-element limit analysis", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics.
- Kumar J, Kouzer KM, "Effect of footing roughness on bearing capacity factor", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2007, 133 (5), 502-511.
- Kumar J, Khatri VN, "Bearing capacity factors for circular foundations for a general c-f soil using lower bound finite elements limit analysis", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2011, 35 (3), 393-405.
- Lysmer J, "Limit analysis of plane problems in soil mechanics", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1970, 96 (4), 1311-1334.
- Reddy AV, Singh AK, Karnik SS, "Bearing capacity of clays whose cohesion increases linearly with depth", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE 1991, 117 (2), 348-353.
- Soubra AH, "Upper Bound Solutions for bearing capacity of foundations", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1999, 125 (59), 59-68.
- Sloan S, "Upper bound limit analysis using finite elements and linear programming", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1989, 13 (3), 263-282.
- Sloan SW, Kleeman PW, "Upper bound limit analysis using discontinuous velocity fields", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1995, 127 (1), 293-314.

EXTENDED ABSTRACT

Bearing Capacity Factor N_c of Strip Footings on a Single Layer, using Integrated Limit Analysis with Finite Element

Farzin Khanebeigi, Kazem Badv*, Abbas Eslami Haghighat

Department of Civil Engineering, Urmia University, Urmia, Iran

Received: 16 July 2019; Review: 23 November 2021; Accepted: 24 November 2021

Keywords:

Limit analysis, Linear programming, Bearing capacity, Upper bound, Finite element.

1. Introduction

The purpose of this paper is to investigate the influence of the bedrock and inhomogeneity of strength in depth, on bearing capacity of shallow strip footings. An upper bound limit analysis was applied which assumes a perfectly plastic soil model with an associated flow rule, using finite element and linear programming.

2. Methodology

2.1. Problem definition

Soil profiles are often assumed to be homogeneous, but usually undrained shear strength of the normally consolidated clayey soils increases with depth. For small footings assuming $\varphi = 0$ and using the average value for c_u can be acceptable, but for large footings changes in c_u values with soil depth will have considerable effect on the bearing capacity of footings. Assumption that the cohesion is a function of depth, it could be expressed in terms of a linear relationship as below:

$$c_u = c_0 + (\rho b)z \quad (1)$$

in which, C_0 is the cohesion at ground surface, b is the footing width and ρ is the coefficient of cohesion corresponding to depth (z) (Yang, 2016).

Also, the effect of bedrock on bearing capacity factor N_c has been investigated by the dimensionless parameter h/b in which h , is the soil depth.

2.2. Formulation

The objective function, restrictions, and adverbs to be applied to the objects by the linear programming are given below (Sloan and Kleeman, 1995).

$$\text{Minimize } C_1^T X_1 + C_2^T X_2 + C_3^T X_3 \quad (2)$$

$$\text{Subjected } A_{11}X_1 - A_{12}X_2 = B_1 \quad (3)$$

$$A_{21}X_1 - A_{23}X_3 = B_2 \quad (4)$$

$$A_{31}X_1 = B_3 \quad (5)$$

* Corresponding Author

E-mail address: khanebeygi@gmail.com (Farzin Khanebeigi), k.badv@urmia.ac.ir (Kazem Badv), a.eslami@urmia.ac.ir (Abbas Eslami Haghighat).

3. Results and discussion

3.1. Effect of rigid bedrock on the bearing capacity factor N_c

If there is bedrock in the depth where the dimensionless ratio (h/b) is smaller than the ratio (H_{cr} / b), then the bedrock will affect the bounds of the failure mechanism and the ultimate bearing capacity. H_{cr} is the critical depth.

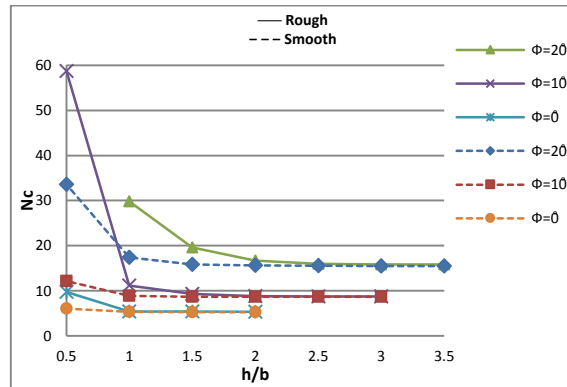


Fig. 1. Effect of rigid bedrock on the bearing capacity factor N_c

3.2. Effect of variable cohesion in depth on the bearing capacity factor N_c

The effect of variable cohesion on the bearing capacity for various values of ρ and ϕ is shown in Fig. 2. From this figure it could be concluded that increasing cohesion in depth has an incremental effect on the bearing capacity. For example, in the case of smooth footings the bearing capacity N_c for $\rho = 3$ is about 2 times greater than that of constant cohesion.

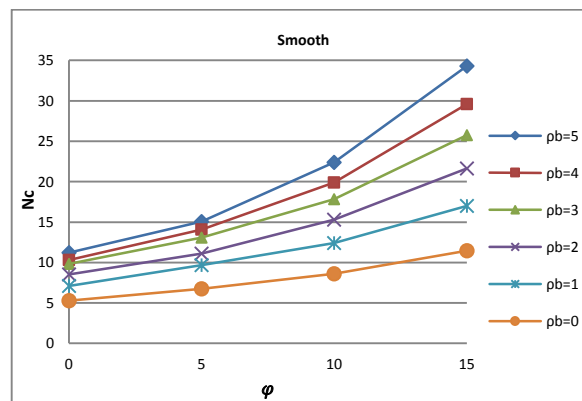


Fig. 2. Bearing capacity factor N_c against different values of ρ

3.3. Effect of simultaneous bedrock and cohesion variations on the bearing capacity

In this section using the integration of the diagrams, the simultaneous impact of the bedrock and cohesion, are presented. The soil bearing capacity is expected to increase as soil depth decreases. The greater the distance from the critical depth or the less depth of the soil, results in the greater increase in the bearing capacity. But in the case of non-homogeneous soils with variable cohesion in depth, this applies at very low altitudes close to the surface. This conclusion is shown in Fig. 3.

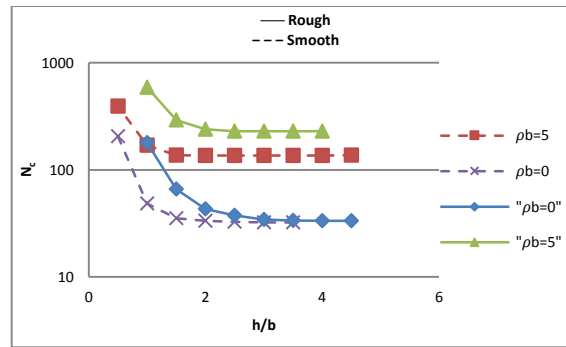


Fig. 3. The effect of bedrock on soil with variable cohesion

4. Conclusions

The factors affecting the bearing capacity N_c were investigated by combining the upper bound theorem of limit analysis, finite element and linear programming. Two of these factors are the effect of bedrock and variable cohesion in depth.

The bedrock has a positive and incremental effect on the bearing capacity of the strip footings. For example, the value of N_c for smooth strip footings with bedrock underlying a soil having $\varphi = 40$ and $h/b = 1.5$ is approximately 1.5 times greater than the bearing capacity of N_c in the condition without bedrock.

Increasing cohesion in depth has an incremental effect on bearing capacity. For example, in the case of smooth footings, the bearing capacity factor N_c for $\rho = 3$ is about 2 times greater than that of constant cohesion in depth. This number for rough footings is about 3 times greater than the soil with constant cohesion in depth.

Considering the simultaneous bedrock and variable cohesion with depth, it can be concluded that having bedrock in soil with variable cohesion, causes the stability of N_c value to a depth which is close to the ground surface.

5. References

- Davis E, Booker J, "The effect of increasing strength with depth in the bearing capacity of clays", *Geotechnique*, 1973, 23 (4), 551-563.
- Sloan SW, Kleeman PW, "Upper bound limit analysis using discontinuous velocity fields", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1995, 127 (1), 293-314.
- Yang F, Zheng X, Zhao L, Tan Y, "Ultimate bearing capacity of a strip footing placed on sand with a rigid basement", *Journal of Computers and Geotechnics*, 2016, 77, 115-119.