

اعتبارسنجی معادلات پروفیل عرضی کناره در رودخانه‌های ماسه‌ای

یوسف حسن‌زاده^{۱*}، محمدرضا مجدزاده طباطبائی^۲، فرهاد ایمان‌شعار^۳ و امین جعفری^۴

^۱ استاد دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

^۲ استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه شهید عباسپور

^۳ دکتری مهندسی عمران - آب، دانشگاه تبریز

^۴ کارشناس ارشد مهندسی عمران - آب، دانشگاه شهید عباسپور

چکیده

محققین برای پروفیل پایدار کناره رودخانه‌ها، معادلات مختلفی از قبیل معادله کسینوسی، سینوسی، سهموی، نمایی و ... پیشنهاد کرده‌اند. در این مقاله، با مدل‌سازی آزمایشگاهی بازه‌ای مستقیم از یک رودخانه ماسه‌ای، اعتبار ده نمونه از این معادلات مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج این تحقیق حاکی از آن هستند که پروفیل‌های کناره مقطع پایدار در رودخانه‌های ماسه‌ای تحت شرایط پایدار و مصالح غیرچسبیده نمی‌توانند به نحو مطلوبی در قالب معادلات مثلثاتی توصیف گردند. همچنین مقایسه انجام شده بین مدل‌های بررسی شده و نتایج مشاهداتی نشانگر این امر است که مدل‌های نمایی و هذلولی نسبت به سایر معادلات از دقت بهتری برخوردار هستند؛ در حالی که معادلات کسینوسی و سینوسی بیشترین انحراف را نسبت به نتایج مشاهداتی نشان می‌دهند. به عبارت دیگر، به نظر می‌رسد مدل‌هایی که اثر تنش‌های رینولدز ناشی از انتشار آشفتگی را در نظر می‌گیرند، نسبت به سایر مدل‌ها نتایج بهتری ارائه می‌نمایند.

واژگان کلیدی: پروفیل عرضی، رودخانه ماسه‌ای، مطالعه آزمایشگاهی.

۱- مقدمه

به صورت مختلف اثرات نامطلوبی را به همراه خواهد داشت. به همین جهت ریخت‌شناسی^۱ یا علم رفتارشناسی رودخانه در پی شناخت قوانین حاکم بر تغییرات و علل و عوامل آن و همچنین پیش‌بینی رفتار رودخانه‌ها بوده است. ریخت‌شناسی رودخانه، علم شناخت سامانه رودخانه از نظر شکل و پلان، مشخصه‌های هیدرولیکی، راستا و نیم‌رخ طولی بستر و نیز روند و ساز و کار تغییرات این مشخصات است [۲].

شایان ذکر است خصوصیات ریخت‌شناسی یک آبراهه با زمان تغییر می‌کند و تحت تأثیر عواملی همچون بده و سرعت جریان، نرخ انتقال و خصوصیات رسوب، جنس مواد تشکیل دهنده بستر و کناره‌ها و شرایط زمین‌شناسی قرار دارد [۲ و ۳].

۲- عوامل مؤثر بر ریخت‌شناسی رودخانه

همان طور که ذکر شد ریخت‌شناسی رودخانه علمی است که در مورد ساختار رودخانه‌ها از جمله شکل پلان، ابعاد و شکل مقطع، فرم بستر و مشخصات نیم‌رخ طولی بحث می‌کند.

رودخانه یک سیستم پیچیده و پویا است که اجزای متعدد این سیستم را تشکیل می‌دهند و در شرایط حاکم بر آن مؤثرند

معروف است که رودخانه‌ها خون جاری در رگ‌های تمدن‌اند. به عبارت دیگر، روند پویای رودخانه‌ها مبنای پیدایش، گسترش و زوال تمدن‌ها بوده است. از طرف دیگر، تغییر و دگرگونی مستمر از اصول حاکم بر هر رودخانه به شمار می‌رود به نحوی که همگام با حرکت و جاری شدن آب و رسوب در بستر آن، در سایر مشخصات هندسی رودخانه تغییر و جابجایی رخ می‌دهد [۱]. مفهوم این جمله را کسانی که سالیان متمادی در حاشیه رودخانه‌ها سکنی دارند و یا به فعالیت‌های کشاورزی مشغولند به خوبی درک نموده‌اند و معمولاً خاطرات آنان، یادآور حرکت‌های موضعی و تغییر ابعاد رودخانه‌ها به طور تدریجی (تحت رژیم عادی جریان) و یا ناگهانی (تحت شرایط سیلابی) است. از این رو همواره در طول تاریخ، رودخانه‌ها کانون توسعه بوده‌اند و تمدن‌های کهن در اطراف رودخانه‌ها شکل گرفته است. افزایش جمعیت و پیشرفت بشر و در نتیجه بزرگ شدن جوامع، سبب شد که انسان سعی کند تا رفتار طبیعی رودخانه را پیش‌بینی کند و در گام بعدی تبعات آن را در احاطه خویش درآورد [۲].

پیوند مستقیم رودخانه‌ها با مسائل اجتماعی، اقتصادی و معیشتی جوامع، عامل اصلی حساسیت نگاه بشری به تغییرات رودخانه‌ها بوده است و معمولاً تغییرات پیش‌بینی نشده رودخانه

تغییر شکل در هندسه مقطع عرضی کانال و شیب بستر انتقال پیدا کنند. از اینرو یکی از ساده‌ترین و در عین حال ضروری‌ترین چالش‌های رایج در کانال‌های تشکیل شده در مواد آبرفتی بیان منطقی فرآیند فرسایش کناره و شکل‌گیری کانال پایدار نتیجه شده در کانال‌های مستقیم با مواد غیرچسبنده است [۱۱].

۴- معادلات پروفیل عرضی کناره

مورفولوژی مجاری آبرفتی و به ویژه برقراری تعادل دینامیکی پایدار (رژیم) در یک رودخانه از موضوعات مهم و جذاب در مهندسی رودخانه است که تحقیقات زیادی در آن مورد انجام شده است. دو منظر مهم و کلی از دیدگاه برقراری رژیم (تعادل) در مجاری آبرفتی مطرح می‌شود؛

الف) عرض و عمق پایدار

ب) پروفیل هندسه کناره آبراهه.

محققین برای پروفیل پایدار کناره رودخانه‌ها، معادلات مختلفی از قبیل معادله کسینوسی، سینوسی، سهموی، نمایی و غیره پیشنهاد کرده‌اند. هر یک از این معادلات دارای فرضیات و دقت خاص خود هستند. در بخش‌های ۴-۱ تا ۴-۶، ضمن معرفی معادلات فوق‌الذکر، به اختصار در خصوص هر یک توضیح کوتاهی ارائه شده است.

۴-۱- منحنی پروفیل عرضی کسینوسی

Glover و Florey در سال ۱۹۵۱ اولین کسانی بودند که مطالعه تحلیلی برای تعیین شکل کانال پایدار انجام دادند. آن‌ها با در نظر گرفتن تعادل نیروهای فعال وارده بر یک ذره واقع بر مرز کانال، نشان دادند که تنش برشی سیال وارد بر ذره برابر تنش بحرانی در آن نقطه است؛ به عبارت دیگر، برابر با تنش است که ذره در آستانه حرکت قرار می‌گیرد. به لحاظ تئوری، مقطع هندسی نتیجه شده برای کانال در شرایط آستانه حرکت، یک شکل بهینه برای عبور دبی جریان ورودی است؛ زیرا این شکل هندسی دارای حداقل سطح جریانی است که یک کانال می‌تواند برای عبور جریان در حالت بدون فرسایش مواد کناره داشته باشد [۱۲].

بر اساس این فرضیه، Glover و Florey یک پروفیل کسینوسی را برای مقطع عرضی پایدار به شرح معادله (۱) پیشنهاد کردند که بعدها نیز در پروژه‌های عملی توسط دفتر عمران و آبادی ایالات متحده آمریکا^۱ مورد استفاده قرار گرفت [۱۲].

که از جمله می‌توان به مواردی از قبیل سرعت، مقاومت بستر، شیب، عرض رودخانه، عمق جریان، هندسه مقطع عرضی، دبی جریان، بار رسوبی، دانه‌بندی مواد بستر و پوشش گیاهی کناره‌ها اشاره کرد. سیستم رودخانه دارای یک وضعیت تعادلی میان این اجزاء است. تغییر هر کدام از این اجزاء، به عکس‌العمل رودخانه با هدف بازیابی تعادل در آبراهه می‌انجامد [۳ و ۴].

علاوه بر تفاوت‌های هندسی و ساختاری در بین رودخانه‌های مختلف، حتی بازه‌های مختلف یک رودخانه نیز دارای مشخصات متفاوتی از نظر سطح مقطع، جنس مصالح بستر و کناره، شیب و حتی بده و سرعت جریان هستند. طبق نظر Lane عوامل گوناگونی در رفتار یک رودخانه مؤثر هستند. برخی از این عوامل مستقیماً در ریخت‌شناسی مؤثر بوده و برخی دیگر نیز از طریق ارتباط با عوامل دیگر تأثیرگذار هستند [۵].

محققین علم هیدرولیک عوامل تأثیرگذار بر هندسه هیدرولیکی رودخانه‌های آبرفتی را به شرح دبی جریان [۲ و ۴]، جنس، ابعاد و یکنواختی اندازه ذرات رسوب بستر و کناره‌ها [۶ و ۷]، شیب طولی آبراهه [۴]، بار غالب رسوبی [۲، ۳ و ۶]، نوع و تراکم پوشش گیاهی کناره [۸]، چسبندگی مصالح کناره [۹]، زبری بستر [۳]، ویژگی‌های زمین‌شناسی منطقه و دخالت‌های بشری [۲ و ۳] معرفی کرده‌اند. همچنین Lane اظهار داشته است که تمامی عوامل فوق مستقل نیستند، بلکه برخی از آن‌ها، کم یا زیاد، به عوامل دیگر وابسته هستند. به عنوان مثال ارتباط مابین شیب طولی و بار رسوبی با مقاومت بستر و کناره رودخانه در برابر جریان، بسیار قوی و پیچیده است [۵].

۳- هندسه مقطع پایدار در یک رودخانه

زمانی که یک آبراهه پر از آب است و ذرات رسوب واقع بر مرز محیط خیس شده در آستانه حرکت هستند، به صورت تئوری هیچ رسوب‌گذاری یا فرسایش محلی وجود نخواهد داشت. به این شرایط آستانه حرکت، اصطلاحاً حالت مقطع پایدار گفته می‌شود [۴ و ۱۰]. تغییر شکل مقاطع رودخانه‌ها از اندرکنش دائمی آب و رسوب در رودخانه‌ها به وجود می‌آید. این تغییر شکل تا آن‌جا پیش می‌رود که مقطع رودخانه به یک مقطع پایدار میل کند. یکی از ساده‌ترین و در عین حال اساسی‌ترین مسائل مورفولوژی رودخانه‌ها پیش‌بینی فرآیند فرسایش دیواره‌های رودخانه تا رسیدن به یک مقطع پایدار می‌باشد.

اثر متقابل جریان آب و رسوب در رودخانه‌های آبرفتی، سبب شکل گرفتن هندسه کانال در این رودخانه‌ها می‌گردد. بنابراین یک کانال پایدار هنگامی شکل می‌گیرد که مواد بستر بدون

۴-۲- منحنی پروفیل عرضی سینوسی

Stebbing در سال ۱۹۶۳، مجموعه آزمایش‌هایی را برای مطالعه کانال‌های ماسه‌ای پایدار انجام داد. هدف از انجام این آزمایش‌ها بررسی هندسه هیدرولیکی یک کانال پایدار ماسه‌ای بر روی بستر مسطح دارای شیب طولی بود. وی همچنین ابعاد و شکل دو مقطع عرضی معین از کانال پایدار (بدون بار بستر و حداکثر بار بستر) را به صورت تئوری با در نظر گرفتن تعادل نیروهای محرک و مقاوم وارد بر ذره در اثر عبور جریان آب از کانال را مورد بررسی قرار داد.

Stebbing با در نظر گرفتن یک کانال پایدار به شکل منحنی و با فرض مرزهای متشکل از ذرات ماسه یکنواخت غیرچسبنده به جرم m و در نظر گرفتن تعادل ذره در نقطه‌ای با شیب عرضی θ ، یک پروفیل سینوسی برای مقطع عرضی پایدار بدون بار بستر به فرم معادله (۳) پیشنهاد کرد. از مشخصات اصلی این مقطع، منحنی پیوسته تا خط مرکز مقطع است [۱۴].

$$D = D_c \cdot \sin\left(\frac{y \pi}{B}\right) \quad (۳)$$

$$D_c = \frac{m \cdot g \cdot \tan \phi}{a \cdot \gamma \cdot \tan S} \quad (۴)$$

$$B = \frac{\pi \cdot D_c}{\tan \phi} = \frac{m \cdot g \cdot \pi}{a \cdot \gamma \cdot \sin S} \quad (۵)$$

در روابط (۴) و (۵)، D_c عمق مرکزی کانال، B عرض سطح آب در مقطع بدون بار بستر و a سطح مؤثر ذرات رسوب بوده و S شیب طولی کانال بوده و سایر پارامترها قبلاً معرفی شده‌اند.

نتایج تحقیقات Stebbings نشان دهنده این مطلب است که تفاوت عمق ماکزیمم بین مقاطع بحرانی (بدون بار بستر و با حداکثر بار بستر)، تنها وابسته به شیب کانال و مشخصات ماسه است. همچنین ابعاد عرض سطح مقطع آبراهه، تابعی از بار بستر و برای مقطع با بار بستر صفر، تابعی از مشخصات ماسه و شیب کانال است [۱۴].

۴-۳- منحنی پروفیل عرضی سهموی

منحنی‌های کسینوسی و سینوسی تنها اشکالی نبودند که مورد توجه قرار گرفت. Mironenko و Willardson در سال ۱۹۸۴ بیان کردند که اغلب رودخانه‌ها و کانال‌های بدون پوشش

$$D^* = \text{Cos}(y^* \mu) \quad (۱)$$

در رابطه (۱)، $D^* = D/D_c$ عمق بی‌بعد کانال در نقاط مختلف، D_c عمق جریان در مرکز کانال در شرایط پایدار و D عمق جریان در فاصله y از مرکز کانال، $y^* = y/D_c$ فاصله بی‌بعد هر نقطه تا مرکز کانال و $\mu = \tan \phi$ معرف ضریب اصطکاک مواد کف کانال در حالت مستغرق (ϕ شیب ایستائی ذرات) است.

رویکرد نیروی مالشی ارائه شده توسط Florey و Glover تا مدت‌ها رایج‌ترین روش برای طراحی کانال در شرایط آستانه حرکت بود و پروفیل کسینوسی نتیجه شده به طور گسترده‌ای در مطالب و مقالات انتقال رسوب مورد استفاده قرار می‌گرفت [۲ و ۳]. لیکن فرضیلات حاکم بر این روش به دلیل نادیده گرفتن اثر نیروی بالابرنده ارشمیدس^۱ وارد بر ذرات مستغرق که باعث کاهش نیروی برشی بحرانی برای حرکت ذرات می‌شود و همچنین نادیده گرفتن اثر پخش مومنتوم دارای دو نقیصه مهم بود [۲ و ۱۳].

Parker در سال ۱۹۷۸ بیان کرد که فرضیات حاکم بر پروفیل کسینوسی ذکر شده در معادله (۱)، اثر پخش مومنتوم جانبی را در نظر نمی‌گیرد. به علت تغییرات گرادیان سرعت در مقطع کانال، پخش مومنتوم از مرکز کانال به سمت کناره‌های آن منتشر می‌شود. این امر سبب ایجاد یک توزیع مجدد تنش در امتداد مرز کناره‌های کانال شده و در نتیجه شکلی متفاوت از پروفیل کسینوسی حاصل می‌گردد. با عنایت به این موضوع، روش Parker و Florey را توسعه داد و در روش خود اثر نیروی بالابرنده ارشمیدس را هم روی ذرات منظور کرده و نهایتاً پروفیل منحنی کسینوسی توسعه یافته را برای مقاطع پایدار ارائه کرد. معادله پروفیل عرضی یک مقطع پایدار در روش Parker به فرم زیر ارائه شده است [۱۳]:

$$D^* = \frac{1}{1 - \mu\alpha} \left\{ \text{Cos} \left[\mu \left(\frac{1 - \mu\alpha}{1 + \mu\alpha} \right)^{0.5} y^* \right] - \mu\alpha \right\} \quad (۲)$$

که در آن α نسبت نیروی بالابرنده به نیروی رانش^۲ می‌باشد که می‌توان آن را از رابطه $\alpha = 1.15 - 0.75\mu$ محاسبه کرد و مابقی پارامترها قبلاً معرفی شده‌اند. اگر در معادله (۲) مقدار α برابر صفر فرض گردد، معادله (۱) حاصل خواهد شد.

1- Lift force
2- Drag force

$$K = D_c \left[1 - \exp\left(-\frac{B}{2D_c}\right) \right] \quad (10)$$

در معادلات (۸)، (۹) و (۱۰)، $y_T = (B/2) - y$ است و سایر متغیرها قبلاً معرفی شده‌اند. پارامتر K برای مقادیر $B/(2D_c)$ بزرگتر از یک، به صورت $K \approx D_c$ قابل تقریب است [۱۷]. همچنین Diplas در سال ۱۹۹۰ با انجام مطالعات تکمیلی آزمایشگاهی، پروفیل عرضی کناره را به صورت تابعی نمایی پیشنهاد کرد. معادله Diplas به شرح معادله (۱۱) ارائه شده است [۱۸]:

$$\frac{D}{D_c} = 1 - \exp\left(-\frac{y_T}{D_c}\right) \quad (11)$$

تمامی متغیرهای این معادله قبلاً معرفی شده‌اند.

۴-۵- منحنی پروفیل عرضی چند جمله‌ای

Diplas و Vigilar در سال ۱۹۹۲ یک روش عددی را برای تعیین هندسه یک کانال پایدار بهینه توسعه دادند که در نهایت یک منحنی درجه ۵ را تشکیل می‌دهد. این منحنی با دیگر منحنی‌ها از قبیل منحنی کسینوسی، سینوسی، سهموی و نمایی متفاوت است. طبق ادعای آن‌ها، منحنی‌های کسینوسی و سهموی پایدار نیستند و منحنی نمایی نیز بیش از حد پایدار است و به عبارت دیگر فراتر از ماهیت طبیعی آبراه ثابت باقی می‌ماند در حالی که پروفیل پیشنهادی آن‌ها با شرایط مشاهداتی در طبیعت تطابق بهتری دارد. چند جمله‌ای درجه پنج Diplas و Vigilar به فرم معادلات (۱۲) تا (۱۷) ارائه شده است [۱۹]:

$$D^* = (C_5 y^{*5} + C_4 y^{*4} + C_2 y^{*2} + 1) \quad (12)$$

$$C_2 = \left. \frac{d^2 D^*}{2 dy^{*2}} \right|_j \quad (13)$$

تمایل به ایجاد شکل تقریبی سهموی دارند؛ بنابراین، هندسه سهموی شکل از لحاظ هیدرولیکی می‌تواند پایداری بیشتری داشته باشند. همچنین، از آنجا که شیب کناره کانال‌ها همیشه کمتر از مقدار مجاز شیب‌های مجاور با سطح آب است، کانال‌های سهموی به طور فیزیکی نیز پایدارتر می‌باشند [۱۵]. Mironenko و Willardson فرم عمومی معادله سهموی را به شکل معادله (۶) ارائه کردند.

$$D = ay^2 \quad (6)$$

در رابطه فوق، D عمق کانال، a فاکتور شکل کانال و y فاصله جانبی از مرکز کانال می‌باشد. شایان ذکر است مقدار ضریب a (فاکتور شکل کانال) به صورت تابعی بر حسب مقدار دبی جریان و جنس مصالح کناره تعیین می‌گردد. (برای مطالعه جزئیات بیشتر به مرجع [۱۵] رجوع فرمائید).

Knight و Cao نیز در سال ۱۹۹۸ نیز پیرو تحقیقات خود، منحنی سهمی شکل را برای هندسه کانال پایدار مناسب دانستند. منحنی ارائه شده توسط آن‌ها به صورت معادله (۷) است [۱۶]:

$$D^* = 1 - \left[\mu \left(y^* - \frac{B^*}{2} \right) \right]^2 / 4 \quad (7)$$

در معادله (۷)، $B^* = B/D_c$ معرف عرض بی‌بعد کانال بوده که در آن B نیز معرف عرض سطح آب می‌باشد و سایر متغیرها قبلاً معرفی شده‌اند.

۴-۴- منحنی پروفیل عرضی نمایی

Ikeda در سال ۱۹۸۱ با انجام مطالعات آزمایشگاهی و برازش بر روی نتایج آزمایشگاهی، برای اولین بار پروفیل عرضی کناره پایدار را به صورت تابعی نمایی پیشنهاد کرد. این معادله نمایی به فرم معادله (۸) ارائه گردیده است.

$$\frac{D}{D_c} = 1 - \exp\left(-\frac{y_T}{K}\right) \quad (8)$$

$$K = \frac{1}{D_c} \int_0^w (D_c - D) dy \quad (9)$$

و یا:

شده است.

Diplas و Vigilar نتایج مدل عددی خود را به فرم معادله و نمودارهایی کاربردی ارائه دادند. بر این اساس، چند جمله‌ای درجه سه Diplas و Vigilar به فرم معادله (۱۸) ارائه شده است [۲۰]:

$$D^* = (a_3 y^{*3} + a_2 y^{*2} + a_1 y^* + a_0) \quad (18)$$

در رابطه (۱۸) ضرایب عددی a_0, a_1, a_2, a_3 به صورت توابع و جداولی در مقاله اصلی ارائه شده است (برای مطالعه جزئیات بیشتر به مرجع [۲۰] رجوع فرمائید).

۴-۶- منحنی پروفیل عرضی هایپربولیک

Babaeyan-Koopaei و Valentine در سال ۱۹۹۸ با بررسی و مقایسه داده‌های بی‌بعد آزمایشگاهی با معادلات ارائه شده پیشین بیان کردند که چند جمله‌ای درجه پنج تقریب بهتری نسبت به نتایج به دست آمده از روش عمق نرمال و پروفیل کسینوسی ارائه می‌دهد. با این حال، تقریب پروفیل عرضی (بستر و کناره) با تابع هذلولی تخمین نزدیک‌تری نسبت به سایر معادلات خواهد داشت. معادلات پیشنهادی آن‌ها به فرم معادله (۱۹) و (۲۰) ارائه شده‌اند [۲۱ و ۲۲]:

$$D^* = \tanh \left[\frac{1}{1.36} \left(\frac{B^*}{2} - y^* \right) \right] \quad (19)$$

$$D^* = 1 - 3.5 \left[\tanh \left(\frac{-y^*}{4} \right) \right]^4 \quad (20)$$

متغیرهای معادلات (۱۹) و (۲۰) قبلاً معرفی شده‌اند. شایان ذکر است که رابطه اول برای توصیف پیوسته کناره و بستر و رابطه دوم برای تعیین کناره پایدار مقطع عرضی ارائه گردیده است.

۵- مواد و روش‌ها

در این تحقیق، اعتبار ده نمونه از معادلات پروفیل کناره

۱- معادله کسینوسی گلاور و فلوری؛

۲- معادله کسینوسی پارکر؛

۳- معادله سینوسی استبینگز؛

۴- معادله نمائی ایکدا؛

$$C_4 = \frac{\left[\mu \left(\frac{B^*}{2} \right) - 1.5 \left(\frac{d^2 D^*}{2 dy^{*2}} \right)_j \right] \left(\frac{B^*}{2} \right)^2 - 5}{\left(\frac{B^*}{2} \right)^4} \quad (14)$$

$$C_5 = \frac{\left[-C_4 \left(\frac{B^*}{2} \right)^4 - 0.5 \left(\frac{d^2 D^*}{2 dy^{*2}} \right)_j \right] \left(\frac{B^*}{2} \right)^2 - 1}{\left(\frac{B^*}{2} \right)^5} \quad (15)$$

$$B^* = -16.1814 \mu^3 + 44.3206 \mu^2 - 43.5548 \mu + 21.1496 \quad (16)$$

$$\left. \frac{d^2 D^*}{dy^{*2}} \right|_j = 0.0103 \mu^3 + 0.0711 \mu^2 - 0.3089 \mu + 0.0315 \quad (17)$$

تمامی متغیرهای این معادلات قبلاً معرفی شده‌اند.

Diplas و Vigilar مجدداً در سال ۱۹۹۸ یک مدل عددی جدید را برای تعیین هندسه عرضی مقاطع آبرفتی و توزیع تنش در یک کانال پایدار بدون پوشش برای شرایط دبی جریان مقطع پر که قادر به انتقال رسوب در ناحیه بستر خود می‌باشد، ارائه دادند. این مدل جدید، شرایط "کناره پایدار، بستر متحرک" مشاهده شده در رودخانه‌های طبیعی را به وسیله فرض هندسه کانال به صورت "کناره منحنی شکل، بستر مسطح" و در نظر گرفتن اثر انتشار جانبی مومنتم پایین دست شبیه‌سازی می‌کرد. به عبارت دیگر در این مدل، معادلات انتشار مومنتم و نیروی تعادل^۱ به طور هم زمان برای تعیین شکل کناره‌های کانال در ناحیه کناره حل می‌شدند.

لازم به ذکر است که این مدل عددی بر پایه فرضیات زیر توسعه پیدا کرده است:

(۱) کانال مستقیم فرض می‌گردد و یک مقطع متقارن در طول کانال در نظر گرفته می‌شود،

(۲) مرزهای کانال از مصالح درشت دانه غیرچسبنده تشکیل شده است،

(۳) اندازه رسوبات برای جلوگیری از معلق شدن باید به اندازه کافی بزرگ در نظر گرفته شوند،

(۴) از اثرات پوشش گیاهی کناره و جریان‌های ثانویه صرف نظر

با قطر متوسط ۱/۶ میلی‌متر مقطع اولیه مدل یک نیم دوزنقه با شیب کناره 30° ، عرض کف ۲۱/۷ سانتی‌متر، عرض سطح آزاد ۴۰/۶ سانتی‌متر و عمق ۱۰/۹ سانتی‌متر در نظر گرفته شد.

شایان ذکر است برای ممانعت از مماندگی شدن کانال، سطح مقطع جریان به صورت مقطعی نیم دوزنقه ایجاد می‌شد [۱۷] که طرف دیگر آن را دیواره شیشه‌ای فلوم تشکیل می‌داد. در طول آزمایش‌ها سعی شد تا جریان یکنواخت در آبراهه تنظیم گردد و برای برقراری عمق مورد نظر از سرریز نصب شده در پایین دست استفاده شد و سطح آب در کانال در ابتدای هر آزمایش در حدود ۴ میلی‌متر پایین‌تر از لبه کناره تنظیم می‌شد و در طول آزمایش تقریباً ثابت باقی می‌ماند. این عمل به دلیل جلوگیری از صعود آب به روی کناره کانال و برقراری شرایط مقطع پر در طول آزمایش‌ها صورت می‌گرفت. مدت زمان تمامی آزمایش‌ها تا زمان برقراری شرایط پایدار در کانال ادامه می‌یافت که به طور معمول نزدیک به ۵ ساعت (تا رسیدن کانال به وضعیت تعادل دینامیکی) به طول می‌انجامید و نهایتاً هندسی مقطع و کناره اندازه‌گیری می‌گردید.

لازم به توضیح است که محققینی مانند Brush و Wolman [۴]، [۱۷] Ikeda و [۱۸] Diplas برای تبیین شرایط تعادل دینامیکی کانال آبرفتی تعاریف مختلفی ارائه کرده‌اند که از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: شرایط پایداری مقطع زمانی است که نرخ انتقال رسوب در بستر کانال ثابت شود؛ تغییرات هندسه مقطع کانال به سمت صفر میل کند؛ شیب پروفیل سطح آب ثابت شود؛ حمل رسوب از کناره صفر شود (مصالح کناره حرکت نکنند). در این تحقیق، با توجه به پیشینه مطالعات، به طور توأمان معیار حداکثر ۰.۴٪ تغییرات نسبت به بازه زمانی قبل و ثابت شدن شیب سطح آب به عنوان معیار توقف انتخاب گردید. به این ترتیب مجموعاً شش آزمایش (۲۴ سری برداشت پروفیل کناره) مطابق مشخصات ذکر شده جدول (۱) در فلوم انجام گردید و هیچ اثری از پیچانی شدن آبراهه و تشکیل شکنج^۱ و تلماسه^۲ در مجموعه آزمایش‌ها مشاهده نگردید.

۵- معادله نمائی دیپلاس؛

۶- معادله درجه پنجم دیپلاس و ویگیلار؛

۷- معادله درجه سوم دیپلاس و ویگیلار؛

۸- معادله هذلولی بابائیان و کوپایی a؛

۹- معادله هذلولی بابائیان و کوپایی b؛

۱۰- معادله سهموی کائو و نایت) مورد بررسی قرار گرفته است.

برای این منظور یک سری آزمایش برای مدل‌سازی بازه‌ای مستقیم از یک رودخانه ماسه‌ای برنامه‌ریزی و انجام شده است.

کانال آزمایشگاهی مورد استفاده دارای طول ۱۲۰۰ سانتی‌متر، عرض ۷۵ سانتی‌متر و ارتفاع ۶۰ سانتی‌متر بود (شکل (۱)). کف فلوم از فلز ساخته شده و با ملات ماسه و سیمان پوشیده شده بود. همچنین جداره‌های شیشه‌ای فلوم برای ناظر فضای داخلی فلوم را قابل رویت کرده بود. به دلیل آن که در مطالعات اثر شیب طولی در تغییرات مقطع عرضی مورد نظر نبود، شیب طولی اولیه به صورت یک پارامتر ثابت (نزدیک به صفر) در نظر گرفته شد.

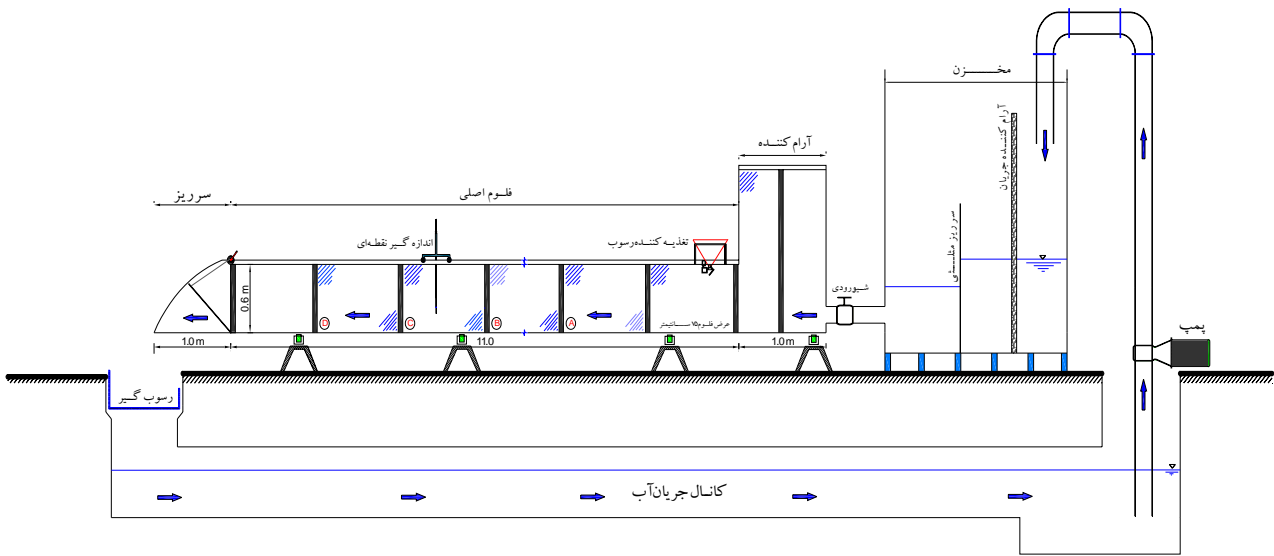
همچنین برای تأمین آب مورد نیاز، از کانالی که در زیر فلوم تعبیه شده بود، استفاده گردید. منبع تغذیه یک پمپ، با حداکثر ظرفیت ۸۰۰ متر مکعب در ساعت بود. سیستم جریان به صورت مدار باز و کنترل دبی توسط یک شیرفلکه که بر روی لوله رانش سیستم پمپاژ قرار داشت، انجام می‌گرفت. اندازه‌گیری دبی جریان توسط یک سرریز لبه تیز مثلثی به ارتفاع ۳۰ سانتی‌متر و عرض ۶۰ سانتی‌متر (زاویه رأس 90° درجه) صورت می‌گرفت.

برای انجام آزمایش‌ها از دو تیپ مصالح ماسه‌ای با قطر متوسط ۱/۲ و ۱/۶ میلی‌متر و انحراف معیار هندسی ذرات حداکثر ۱/۳ استفاده گردید. شایان ذکر است با استفاده از انجام آزمایش برش مستقیم زاویه اصطکاک داخلی مصالح فوق‌الذکر به ترتیب ۳۲/۸۷ و ۳۳/۵۸ درجه تعیین گردید.

در شروع هر یک از آزمایش‌ها به وسیله یک شابلون فلزی که بر روی یک ارابه قرار داشت، مقطع اولیه کانال به شکل نیم دوزنقه در طول فلوم شکل می‌گرفت. مقاطع اولیه شابلون‌ها با توجه به قطر متوسط مصالح ماسه‌ای و با استفاده از روابط رژیم ارائه شده توسط محققین پیشین به منظور طراحی کانال‌های پایدار خاکی محاسبه گردید. در طراحی این مقاطع اولیه نسبت عرض به عمق اولیه ۴ فرض شده است [۱، ۵ و ۱۰]. به این نحو که برای مصالح ماسه‌ای با قطر متوسط ۱/۲ میلی‌متر مقطع اولیه مدل یک نیم دوزنقه با شیب کناره 30° ، عرض کف ۱۷/۱ سانتی‌متر، عرض سطح آزاد ۳۲ سانتی‌متر و عمق ۸/۶ سانتی‌متر در نظر گرفته شد. همچنین مشابه روند قبل برای مصالح ماسه‌ای

1- Ripple

2- Dune



شکل ۱- تصویر شماتیک فلوم آزمایشگاهی (نمای جانبی)

۶- نتایج و بحث

به منظور بررسی و ارزیابی مدل‌های کناره مقطع پایدار ارائه شده به وسیله محققین پیشین، ابتدا مجموعه داده‌های آزمایشگاهی به دست آمده در هر اجرا به طور مجزا به صورت نمودارهای بی بعد ترسیم شدند.

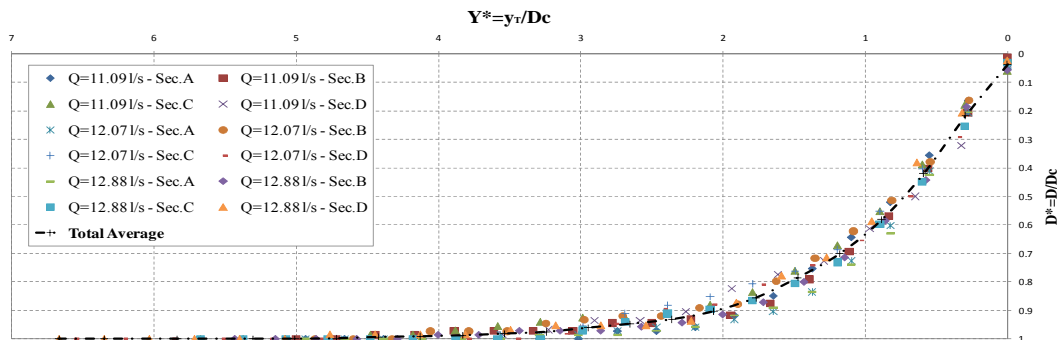
شکل‌های (۲) و (۳) به ترتیب بیانگر نتایج نهایی داده‌های آزمایشگاهی در هر اجرا و در مقاطع مختلف A, B, C و D برای ذرات تشکیل دهنده کناره و بستر کانال آزمایشگاهی با قطر میانگین ۱/۲ و ۱/۶ میلی‌متر می‌باشند.

لازم به ذکر است که در محاسبات نسبت نیروی کشنده به نیروی بالا برنده بر اساس مطالعات Parker برابر $\beta=0.185$ فرض گردیده است [۱۳].

در حالت کلی یک کانال پایدار آبرفتی از دو ناحیه کناره منحنی شکل و بستر مسطح تشکیل شده است. از این رو داده‌های ناحیه کناره و ناحیه بستر مسطح به هدف مقایسه و

صحت سنجی مدل‌های کناره مقطع پایدار، از یکدیگر جدا شدند. معیار جداسازی ناحیه کناره از ناحیه بستر به صورت $D^* \approx 0.99D_c$ انتخاب گردید [۱۳].

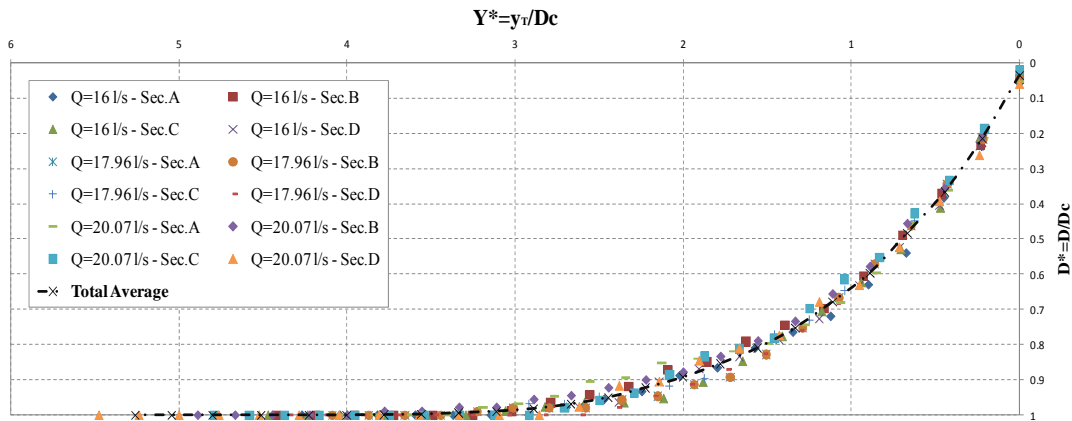
با توجه به اشکال (۲) و (۳) این چنین می‌توان نتیجه‌گیری کرد که پروفیل‌های بی بعد رسم شده فارغ از مقدار دبی جریان و ابعاد اولیه کانال حفر شده در مصالح ماسه‌ای، دارای فرمی مشابه می‌باشند. از آنجایی که این نقاط ترسیم شده تفاوت معنی‌داری را به لحاظ هندسه نشان نمی‌دهند، لذا به وسیله میانگین‌گیری از مجموعه داده‌های آزمایشگاهی، در نهایت برای هر یک از مصالح یک منحنی به عنوان خروجی مدل آزمایشگاهی برای پروفیل عرضی کناره استخراج گردید. در گام بعدی هر یک از این معادلات معرف در مقایسه با مدل‌های موجود ترسیم و مقایسه شدند.



شکل ۲- نمودار بی بعد مقاطع عرضی در آزمایش‌ها با میانگین قطر دانه بندی ۱/۲ میلی‌متر

جدول ۱- مشخصات آزمایش‌های انجام شده

| شماره آزمایش | D ₅₀ (mm) | Q (lit/s) | مقطع پایش شده | شماره آزمایش | D ₅₀ (mm) | Q (lit/s) | مقطع پایش شده |
|--------------|----------------------|-----------|---------------|--------------|----------------------|-----------|---------------|
| ۱ | ۱/۲ | ۱۱/۰۹ | A, B, C, D | ۴ | ۱/۶ | ۱۶ | A, B, C, D |
| ۲ | ۱/۲ | ۱۲/۰۷ | A, B, C, D | ۵ | ۱/۶ | ۱۷/۹۶ | A, B, C, D |
| ۳ | ۱/۲ | ۱۲/۸۸ | A, B, C, D | ۶ | ۱/۶ | ۲۰/۰۷ | A, B, C, D |

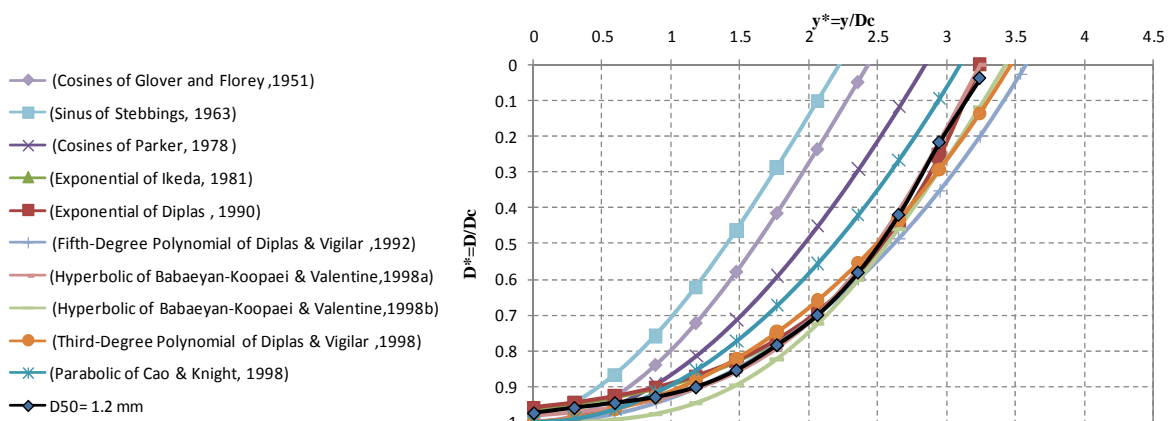


شکل ۳- نمودار بی بعد مقاطع عرضی در آزمایش‌ها با میانگین قطر دانه‌بندی ۱/۶ میلی متر

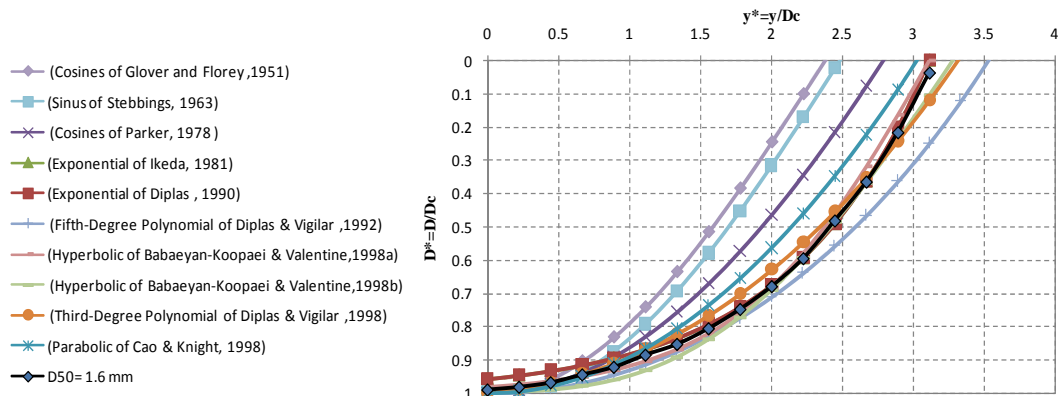
$$\Delta = \frac{\sum \left(\left(\frac{D}{Dc} \right)_1 - \left(\frac{D}{Dc} \right)_2 \right)^2}{n} \times 100 \quad (21)$$

در رابطه (۲۱)، Δ معرف میزان درصد خطا و n تعداد داده‌ها است. سایر پارامترها قبلاً معرفی شده‌اند.

برای این منظور دقت مدل‌های ارائه شده برای تخمین پروفیل عرضی کناره در مقایسه با مقادیر مشاهداتی آزمایشگاهی در شکل‌های (۴) و (۵) نشان داده شده‌اند. در ادامه به منظور بررسی و اعتبارسنجی نتایج حاصل از مدل‌های ارائه شده نسبت به داده‌های آزمایشگاهی، درصد خطای هر یک از معادلات با استفاده از روش میانگین مربع خطاها (معادله (۲۱)) محاسبه و نتایج آن در جدول (۲) ارائه شده است.



شکل ۴- مقایسه مدل‌های پروفیل کناره با نتایج بی بعد آزمایشگاهی با میانگین قطر دانه‌بندی ۱/۲ میلی متر



شکل ۵- مقایسه مدل های پروفیل کناره با نتایج بی بعد آزمایشگاهی با میانگین قطر دانه بندی ۱/۶ میلی متر

جدول ۲- درصد میانگین اختلاف بین مقادیر مشاهداتی آزمایشگاهی و نتایج مدل های ارائه شده برای پروفیل کناره پایدار رودخانه

| مدل پروفیل کناره کانال پایدار | | |
|--|-------------------------|-------------------------|
| | D ₅₀ =1.2 mm | D ₅₀ =1.6 mm |
| Cosines of Glover & Florey (1951) | ۸/۳۹۱۴ | ۶/۵۷۳۱ |
| Cosines of Parker (1978) | ۳/۰۴۵۹ | ۲/۵۱۳۷ |
| Sinus of Stebbings (1963) | ۹/۷۴۶۸ | ۵/۸۳۴۹ |
| Parabolic of Cao & Knight (1998) | ۰/۹۸۹۷ | ۰/۷۳۴۳ |
| Exponential of Ikeda (1981) | ۰/۰۵۰۷ | ۰/۰۴۲۱ |
| Exponential of Diplas (1990) | ۰/۰۵۱۲ | ۰/۰۴۹۹ |
| Hyperbolic of Babaeyan-Koopaei & Valentine (1998a) | ۰/۰۱۷۷ | ۰/۰۵۳۲ |
| Hyperbolic of Babaeyan-Koopaei & Valentine (1998b) | ۰/۱۸۰۰ | ۰/۱۰۴۳ |
| Fifth-Degree Polynomial of Diplas & Vigilar (1992) | ۰/۴۳۷۸ | ۰/۵۹۸۹ |
| Third-Degree Polynomial of Diplas & Vigilar (1998) | ۰/۱۷۶۲ | ۰/۱۲۰۵ |

۷- نتیجه گیری

با توجه به شکل های (۴) و (۵) و نتایج ارائه شده در جدول (۲) چنین می توان نتیجه گیری کرد که تحت شرایط کنترل شده آزمایشگاهی، پروفیل های کناره مقطع پایدار برای مصالح غیرچسبنده نمی توانند به نحو مطلوبی در قالب منحنی کسینوسی ارائه شده توسط Glover و Florey در سال ۱۹۵۱ و همچنین منحنی سینوسی Stebbings در سال ۱۹۶۳، توصیف گردند. به نظر می رسد مدل هایی که اثر انتشار آشفتنگی به علت تنش های رینولدز را در نظر می گیرند نسبت به سایر مدل ها نتایج بهتری ارائه می دهند. همچنین چشم پوشی از جریان های ثانویه می تواند سبب وجود اختلاف بین نتایج ارائه شده مدل ها و داده های آزمایشگاهی باشد. با این حال مقایسه انجام شده بین مدل های مذکور و نتایج مشاهداتی برای منحنی های معرف برای هر دو تیپ مصالح ماسه ای در آزمایش های انجام شده نشانگر آن است که مدل های نمایی و هذلولی ارائه شده Ikeda در سال

۱۹۸۱، Diplas در سال ۱۹۹۰ و Babaeyan-Koopaei و Valentine در سال ۱۹۹۸ نسبت به سایر معادلات از دقت بهتری برخوردار می باشند؛ در حالی که معادله کسینوسی ارائه شده توسط Glover و Florey در سال ۱۹۵۱ و منحنی سینوسی Stebbings در سال ۱۹۶۳، بیشترین انحراف را نسبت به نتایج مشاهداتی نمایش می دهند. شایان ذکر است معادلات چند جمله ای درجه سوم و درجه پنجم ارائه شده توسط Diplas و Vigilar در سال های ۱۹۹۲ و ۱۹۹۸ و همچنین معادلات سهموی Mironenko و Willardson در سال ۱۹۸۴ و Cao و Knight در سال ۱۹۹۸ حالت متوسط داشته اند.

۸- مراجع

[۱] جعفری، ا.، حسن زاده، ی.، ایمان شعار، ف. و امیرحسینی، ی.، "بررسی و صحت سنجی معادلات پروفیل عرضی کناره رودخانه"، نخستین همایش منطقه ای مهندسی عمران، دانشگاه ملایر، ۱۳۹۱.

- with Equilibrium Banks and Mobile Bed: Part 1. The Sand-silt River", *Journal of Fluid Mechanics*, 1978, 89 (1), 109-125.
- [14] Stebbings, J., "The Shape of Self-formed Model Alluvial Channels", *Proc. Ins. Civil Engineers*, London, England, 1963, pp 485-510.
- [15] Mironenko, A. P., Willardson, L. S., "Parabolic Channel Design and Analysis", *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 1984, 110 (2), 241-245.
- [16] Cao, S., Knight, D. W., "Design for Hydraulic Geometry of Alluvial Channels", *Journal of Hydraulic Engineering*, 1998, 124 (5), 484-492.
- [17] Ikeda, S., "Self-formed Straight Channels in Sandy Beds", *Journal of the Hydraulic Division*, 1981, 107 (HY4), 389-402.
- [18] Diplas, P., "Characteristics of Self-formed Straight Channels", *Journal of Hydraulic Engineering*, 1990, 116 (5), 707-727.
- [19] Diplas, P., Vigilar, G. G., "Hydraulic Geometry of Threshold Channels", *Journal of Hydraulic Engineering*, 1992, 118 (4), 597-614.
- [20] Vigilar, G. G., Diplas, P., "Stable Channels with Mobile Bed: Model Verification and Graphical Solution", *Journal of Hydraulic Engineering*, 1998, 124 (11), 1097-1108.
- [21] Babaeyan-Koopaei, K., Valentine, E. M., "Bank Profiles of Self-formed Straight Stable Channels", *The 3th International Conference on Hydrosience and Engineering*, Cottbus, Berlin, Germany, 1998.
- [22] Babaeyan-Koopaei, K., Valentine, E. M., "Appraisal of Geometric Model for Self-formed Channels in Uniform Sand", *Proceeding of Environmental and Coastal Hydraulics: Protecting the Aquatic Habitat*, 1998, pp 955-960.
- [2] Garde, R. G., "River Morphology", New International Publishers, New Delhi, 2006, pp 16-26.
- [3] Lawrence, S. D., "Fluvial Hydraulics", Oxford University Press, 2009, pp 92-111.
- [4] Wolman, M. G., Brush, L. M., "Factors Controlling the Size and Shape of Stream Channels in Coarse Noncohesive Sands", *Geological Survey Professional Paper*, Washington, USA, 1961.
- [5] Lane, E. W., "Design of Stable Channels", *ASCE, Transactions*, 1955, 120, 1234-1260.
- [6] Ikeda, S., Parker, G., Kimura, Y., "Stable Width and Depth of Straight Gravel Rivers with Heterogeneous Bed Materials", *Water Resource Research*, 1988, 24 (5), 713-722.
- [7] Parker, C., Simon, A., Thorne, C. R., "The Effects of Variability in Bank Material Properties on Riverbank Stability: Goodwin Creek, Mississippi", *Journal of Geomorphology*, 2008, 101 (2), 533-543.
- [8] Hey, R. D., Thorne, C. R., "Stable Channels with Mobile Gravel Beds", *ASCE Journal of Hydraulic Engineering*, 1986, 112 (6), 671-689.
- [9] Schumm, S. A., "The Shape of Alluvial Channels in Relation to Sediment Type", *Geological Survey Professional Paper*, 1960, 352, 1333-1345.
- [10] Julien, P. Y., Wargadalam J., "Alluvial Channel Geometry: Theory and Applications", *Journal of Hydraulic Engineering*, 1995, 121 (4), 312-325.
- [11] Ikeda, S., "Incipient Motion of Sand Particles on Sand Slopes", *Journal of The Hydraulic Division*, 1982, 108 (HY1), 95-114.
- [12] Glover, R. E., Florey, Q. L., "Stable Channel Profile", *U. S. Bureau Reclamation*, Washington, USA, 1951.
- [13] Parker, G., "Self-formed Straight Rivers

EXTENDED ABSTRACT

Validation of River Bank Profiles in Sand-Bed Rivers

Yousef Hassanzadeh ^a, Mohammad-Reza M. Tabatabai ^b, Farhad Imanshoar ^{a,*}, Amin Jafari ^b

^a Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz 5166616471, Iran

^b Faculty of Water & Environmental Engineering, Shahid Abaspour Engineering Campus, Shahid Beheshti University, Tehran 16765-1719, Iran

Received: 16 March 2013; Accepted: 9 September 2013

Keywords:

River bank profile, Sand-bed river, Laboratory study

1. Introduction

Researchers have suggested different equations for river bank profile, such as trigonometric, parabolic, exponential equations, etc [1]. In this research, a laboratory study has been conducted in a straight reach of sand-bed river in order to validate ten types of river bank profile equations. For this purpose, several stable channel geometry and especially experimental observations for channel bank shapes were compared with theoretical bank profiles and then the mean standard error of each equation was calculated and according to the results the closer ones were identified.

2. Methodology: Experimental study

This research concerns a carefully controlled set of experiments, to study in detail on river bank profiles in sand-bed channels. All the experiments were carried out in the Water Research Institute (WRI) in Tehran, Iran. The flume in which the experiments were carried out is 12 x 0.75 x 0.6 meters as shown in Fig. 1. The side walls of the flume are made of glass, which allows the convenience of visual observations. Water is circulated by a pump, and the discharge is measured with a triangular weir equipped at the upper tank. An adjustable tailgate controls the flow depth at the downstream end, so as not to yield the drawdown backwater.

Two samples of well-graded sands with median diameter, D_{50} , of 1.2 and 1.6 mm, and the gradation coefficient, less than 1.3 were used, because for these sizes ripples or dunes were not produced [2]. The initial cross sections for both types of sand were semi-trapezoidal and modeled by steel templates. Only one side bank was made mobile to exclude the tendency toward meanders [2, 3]. The dimensions of the semi-trapezoid were computed using the Lacey, Julien and Wargadalam, Arbelaez et al. and Meija regime equations [4]. Finally, for $D_{50}=1.2$ mm, the initial semi-trapezoidal section was made with a lateral slope of 30° , and 17-cm bottom width, 32-cm top width, and 8-cm depth. For this type of sand, the amounts of constant discharge were 11.09, 12.07 and 12.88 l/s throughout the runs. In the same way, for $D_{50}=1.6$ mm, the initial semi-trapezoidal section was made with a lateral slope of 30° , and 22-cm bottom width, 41-cm top width, and 11-cm depth. For this type of sand, the constant discharge rates were set 14.17, 16 and 17.96 l/s throughout the runs.

For each experiment, the flume was filled by the uniform sand. Then, a channel was carved along the left side of the flume with the help of mentioned steel former fixed on a carriage. The modeled channel (carved channel) filled slowly with still water before the start of experiments. Then the tailgate was opened and the water was re-circulated. The desired discharge was kept constant until a stable channel section was reached. In other words, the experiment was continued until a dynamically stable state had been achieved. The duration of the experiments was such that the channel would establish a regime was often lasted about 5 hours. In this research equilibrium was considered to exist when changes in channel shape (width and depth) were less than 4% and the longitudinal profile of the water surface was regular and nearly constant [2, 3].

Finally, the elevations of free surface and channel geometry were measured by a point gage at four sections in the 4.5-m, 5.5-m, 6.5-m and 7.5-m section from the entrance which were named section A, B, C and D.

* Corresponding Author

E-mail addresses: yhassanzadeh@tabrizu.ac.ir (Yousef Hassanzadeh), mrrtabatabai@pwut.ac.ir (Mohammad-Reza M. Tabatabai), imanshoar@tabrizu.ac.ir (Farhad Imanshoar), aminjafari@stud.pwut.ac.ir (Amin Jafari).

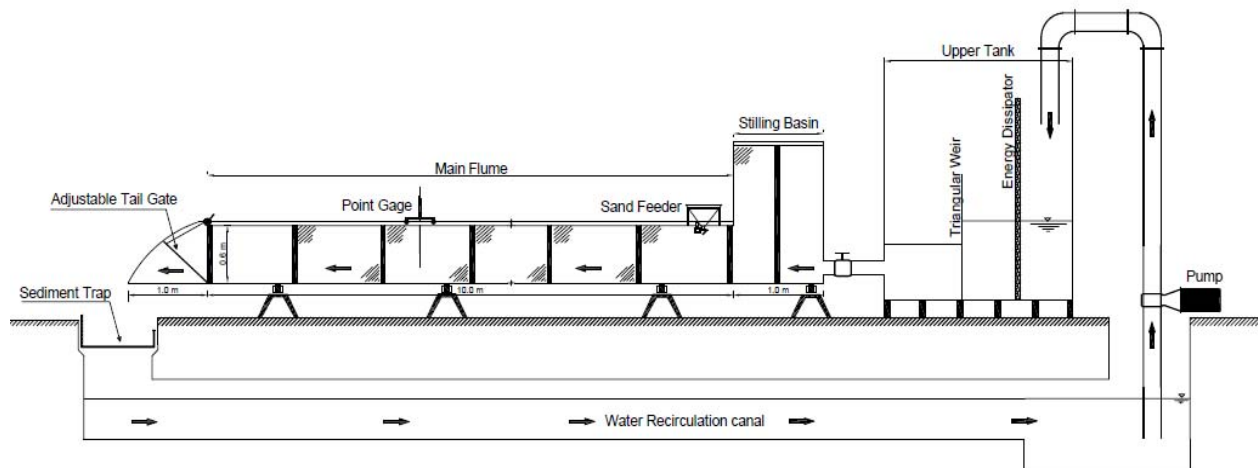


Fig. 1. Schematic of experimental setup (side view)

3. Results and discussion

In order to validate ten types of river bank profile in comparison with experimental observations for sand-bed channel tests, the mean cross sections' shape for channel banks according to the experimental results in section A, B, C and D were determined and with the other theoretical bank profiles were drawn as Figs. 2 and 3. At the next step, mean standard error of each profile equation was calculated and the results are presented in Table 1.

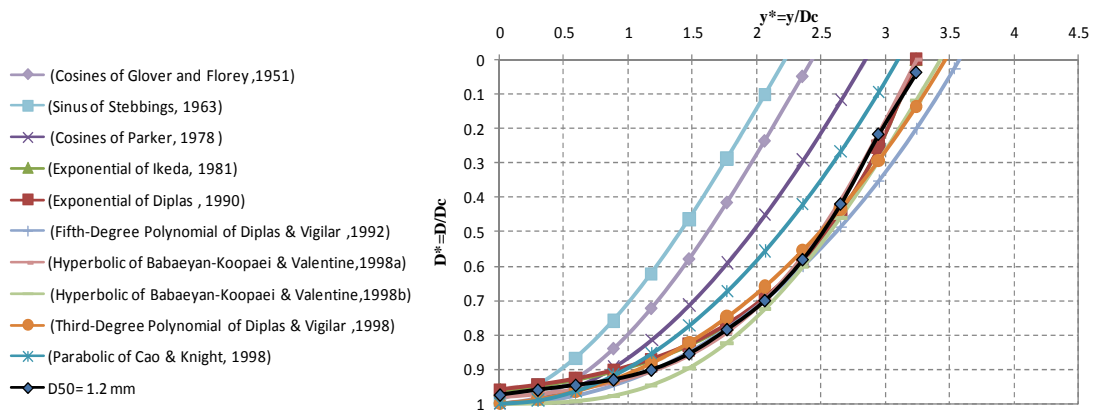


Fig. 2. Comparison between different river bank profiles and experimental observations for $D_{50}=1.2$ mm

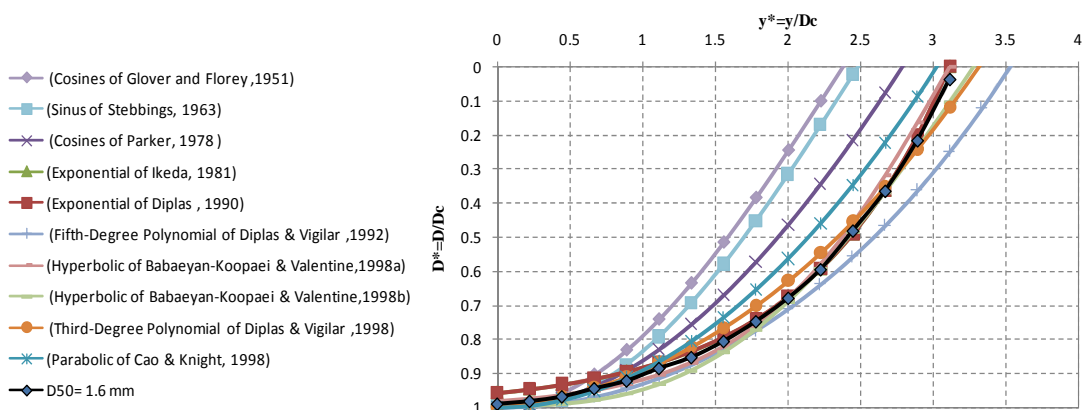


Fig. 3. Comparison between different river bank profiles and experimental observations for $D_{50}=1.6$ mm

Table 1. MSE of river bank profiles in comparison with experimental data

| Type of river bank profile | Sand size | |
|--|-----------------|-----------------|
| | $D_{50}=1.2$ mm | $D_{50}=1.6$ mm |
| Cosines of Glover & Florey (1951) | 8.3914 | 6.3100 |
| Cosines of Parker (1978) | 3.0459 | 2.5137 |
| Sinus of Stebbings (1963) | 9.7468 | 5.8349 |
| Parabolic of Cao & Knight (1998) | 0.9897 | 0.7343 |
| Exponential of Ikeda (1981) | 0.0507 | 0.0421 |
| Exponential of Diplas (1990) | 0.0512 | 0.0499 |
| Hyperbolic of Babaeyan-Koopaei and Valentine (1998a) | 0.0177 | 0.0532 |
| Hyperbolic of Babaeyan-Koopaei and Valentine (1998b) | 0.1800 | 0.1043 |
| Fifth-Degree Polynomial of Diplas and Vigilar (1992) | 0.4378 | 0.5989 |
| Third-Degree Polynomial of Diplas and Vigilar (1998) | 0.762 | 0.1205 |

4. Conclusions

The results of this research indicate that stable river bank profile can not be introduced agreeably via trigonometric equations corresponding to stable condition and non-cohesive materials. In this manner, the hyperbolic and exponential equations have less diversion in comparison with others while trigonometric equations present the most diversion in comparison with observed data. In other words, it seems that the models which consider the Reynolds-stresses resulting from turbulent momentum transfer have more accuracy in comparison with the other ones.

5. References

- [1] American Society of Civil Engineers Task Committee on Hydraulics, "Bank Mechanics and Modeling of River Width Adjustment, River width adjustment, II: Modeling", *Journal of Hydraulic Engineering*, 1998, 124 (9), 903-917.
- [2] Ikeda, S., "Incipient Motion of Sand Particles on Side Slopes", *Journal of Hydraulic Division*, 1982, 108 (HY1), 95-114.
- [3] Wolman, M. G., Brush, L. M., "Factors Controlling the Size and Shape of Stream Channels in Coarse Non-Cohesive Sands", *Geological Survey Professional Paper*, 1961, 282-G, Washington, USA.
- [4] Garde, R. G., "River Morphology", *New International Publishers*, New Delhi, 2006, CHP 10.