

محاسبه شاخص قابلیت اعتماد فازی سازه‌ها با استفاده از تکنیک بهینه‌سازی آلفا برش‌ها

منصور باقری^۱، محمود میری^{۲*} و ناصر شایختی^۲

^۱ دانشجوی دکتری سازه، گروه مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان

^۲ استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان

چکیده

در این مقاله ضرورت استفاده از متغیرهای تصادفی فازی به منظور لحاظ نمودن عدم قطعیت ناشی از ابهام در داده‌های آماری پارامترهای سازه‌ای، در محاسبات تعیین شاخص قابلیت اعتماد سازه‌ها بررسی شده است. نظر به این که رویکردهای کلاسیک ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ها، به دلیل استفاده از متغیرهای تصادفی متداول، قادر نیستند عدم قطعیت واقعی پارامترهای سازه‌ای و از جمله عدم قطعیت ناشی از ابهام در داده‌های آماری پارامترهای سازه‌ای نظیر میانگین و انحراف معیار را به نحو مؤثری برآورد نمایند، بنابراین ارزیابی صحیحی از قابلیت اعتماد سازه ارائه نمی‌دهند. در این مقاله به منظور رفع این محدودیت، روش قابلیت اعتماد مرتبه اول (FORM) با استفاده از تکنیک بهینه‌سازی آلفا برش‌ها به صورت فازی فرموله شده و ضمن معرفی روش جدید قابلیت اعتماد مرتبه اول فازی (FFORM)، کاربرد آن در ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ها با حل سه مثال نشان داده شده است. فازی‌زدایی شاخص قابلیت اطمینان به دست آمده در مثال‌های حل شده و مقایسه آن با نتایج حاصل از روش‌های کلاسیک بیانگر موفقیت‌آمیز بودن استفاده از تکنیک بهینه‌سازی آلفا برش‌ها و صحت روش پیشنهادی است. بررسی نتایج نشان می‌دهد که شاخص قابلیت اعتماد به دست آمده از روش‌های موجود فقط بیانگر یک حالت خاص از روش فازی پیشنهادی این مقاله است. ضمن این‌که، در نظر نگرفتن تمام وجوه عدم قطعیت‌های موجود در پارامترهای مؤثر بر عملکرد سازه در روش‌های فعلی، موجب ایجاد خطای زیادی (حدود ۱۰٪) در محاسبه شاخص قابلیت اعتماد شده است. لذا احتساب عدم قطعیت ناشی از ابهام آماری در محاسبات تعیین شاخص قابلیت اعتماد سازه‌ها و تصحیح کلیه روش‌های موجود بر اساس آن ضروری به نظر می‌رسد.

واژگان کلیدی: شاخص قابلیت اعتماد، بهینه‌سازی آلفا برش‌ها، قابلیت اعتماد فازی.

۱- مقدمه

تصادفی ظرفیت‌های سازه و بارهای اعمالی به آن را مد نظر قرار می‌دهند. در این روش‌ها، با تعریف تابعی از متغیرهای در برگیرنده عدم قطعیت‌های موجود در یک سازه (متغیرهای تصادفی)، تحت عنوان تابع شرایط حدی (که مرز میان ایمنی و خرابی سازه را مشخص می‌کند)، قابلیت اعتماد و احتمال خرابی سازه ارزیابی می‌شود. منظور از خرابی، برآورده نکردن انتظارات تعریف شده از یک سازه یا قصور هر یک از اجزای سازه در انجام وظیفه‌اش می‌باشد.

به طور کلی، عدم آگاهی کافی از میزان صحت یک فرضیه یا احتمال وقوع یک پدیده عدم قطعیت نامیده می‌شود [۱]. به منظور توصیف و مدل‌سازی عدم قطعیت‌ها روش‌های مختلفی همانند روش تئوری احتمالات [۲]، روش جبر بازه‌ای [۳]، روش مدل‌سازی کوژ [۴]، تئوری مجموعه‌های فازی و تئوری متغیرهای تصادفی فازی [۵ و ۶] وجود دارند، که از این میان روش تئوری احتمالات بیشتر از دیگر روش‌ها مورد توجه محققان

برای تحلیل و ارزیابی رفتار سیستم‌های سازه‌ای به طور گسترده از مدل‌هایی استفاده می‌گردد که با به کارگیری فرضیات ساده کننده، موجب قابل فهم شدن سیستم می‌شوند. از آن‌جا که ممکن است در انتخاب این فرضیات و اعمال آن‌ها به مدل سیستم، دقت کافی در نظر گرفته نشده باشد، عملاً نوعی عدم قطعیت به وجود می‌آید. همچنین خطای انسانی موجود در فرآیند طراحی تا زمان بهره‌برداری از سیستم، و عدم شناخت کافی از ماهیت واقعی آن نیز از عوامل پدید آورنده عدم قطعیت در سیستم‌های مهندسی می‌باشند. لذا در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های موجود در داده‌ها و مدل محاسباتی یک سازه به عنوان یک سیستم مهندسی، به منظور ارزیابی صحیح رفتار و برآورد احتمال خرابی واقع بینانه‌ی آن، امری اجتناب‌ناپذیر است. مناسب‌ترین روش تأمین حاشیه‌ی ایمنی مطلوب برای سازه‌ها استفاده از روش‌هایی است که در ارزیابی ایمنی سازه، تغییرات

از این نوع عدم قطعیت می‌باشند. به منظور مدل‌سازی این نوع عدم قطعیت می‌بایست متغیرهای زبانی کمی‌سازی یا به اصطلاح فازی‌زدایی^۴ شوند. این کمی‌سازی با استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی قابل انجام است.

همان‌طور که اشاره شد، به منظور برآورد صحیح از عملکرد یک سازه و سنجش احتمال خرابی آن، استفاده از تئوری احتمالات در روند ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ها بیشتر مورد توجه محققان بوده است. از طرفی عموماً در مسائل قابلیت اعتماد سازه‌ای به دلیل عدم دسترسی به اطلاعات آماری واضح و دقیق متغیرها با ترکیبی از انواع عدم قطعیت‌های معرفی شده مواجهیم.

حال آن که، روش‌های احتمالاتی کلاسیک به علت عدم دخیل نمودن عدم قطعیت ناشی از ابهام آماری در روند تحلیل و ارزیابی ایمنی سازه، برآورد دقیق و منطبق با واقعیتی از پاسخ سازه و میزان قابلیت اعتماد آن ارائه نمی‌دهند [۸]. به همین دلیل در سال‌های اخیر محققان مطالعات سودمندی به منظور رفع این محدودیت انجام داده‌اند که منجر به ارائه تکنیک‌هایی جهت ترکیب عدم قطعیت تصادفی، بی‌قاعده و زبانی با استفاده از مجموعه‌های فازی در پروسه‌ی تحلیل و ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ای شده است. از میان این تکنیک‌ها می‌توان به تحلیل فازی [۹]، اجزای محدود فازی [۱۰]، بهینه‌سازی فازی [۱۱] و قابلیت اعتماد فازی اشاره نمود [۱۲].

اولین تحقیقات جدی در زمینه‌ی قابلیت اعتماد فازی توسط Cai و همکاران [۱۳] انجام شد. آن‌ها در تحقیقات خود نشان دادند که متغیرهای تصادفی می‌توانند دارای توابع توزیع امکان^۵ بوده و به صورت فازی در نظر گرفته شوند. تابع شرایط حدی نیز می‌تواند علاوه بر حالات حدی ایمنی و خرابی، حالات میانی دیگری هم داشته و به شکل فازی در نظر گرفته شود. هرچند زمینه‌ی تحقیقاتی Cai و همکاران [۱۳] سیستم‌های کامپیوتری بود اما به دنبال مطالعات آن‌ها، قابلیت اعتماد فازی در علوم مهندسی مختلف از جمله مهندسی عمران مطرح شد که می‌توان به تحقیقات Möller و همکاران به عنوان جامع‌ترین تحقیقات انجام شده در این زمینه اشاره نمود [۷، ۹ و ۱۲]. آن‌ها به منظور تعیین شاخص قابلیت اعتماد فازی یک روش پیچیده‌ی گرادبانی را ارائه نمودند که با چالش‌هایی نظیر وجود مشکل مشتق‌گیری به ویژه زمانی که تعداد متغیرها زیاد شود، ناپیوسته بودن بعضی

قرار گرفته است. اما این روش در صورتی قابل استفاده است که مقادیر کمی متغیرها با دقت زیاد مشخص بوده و داده‌های آماری کافی و قابل استناد برای تعیین توابع توزیع احتمال متغیرها در اختیار باشد، که در مسائل مهندسی سازه به ندرت محقق می‌شود [۷]. لذا می‌بایست به دنبال روش‌هایی بود که ابهام در داده‌های آماری متغیرها نیز در آن‌ها لحاظ شود که از آن جمله می‌توان به تئوری مجموعه‌های فازی و تئوری متغیرهای تصادفی فازی اشاره نمود. به طور کلی می‌توان دسته‌بندی زیر را برای عدم قطعیت‌ها در نظر گرفت [۷]:

● عدم قطعیت تصادفی^۱:

این نوع عدم قطعیت زمانی وجود دارد که از انجام پی در پی یک آزمایش مشخص تحت شرایط آزمایشگاهی یکسان، نتایج متفاوت اما با مقادیر کمی معین به دست آید. مانند آزمایش تعیین تنش تسلیم فولاد با فرض این که برای تمامی نمونه‌ها، کلیه‌ی شرایط آزمایشگاهی یکسان بوده و داده‌های آماری کافی برای تعیین توابع توزیع احتمال در اختیار باشد. این نوع عدم قطعیت با استفاده از روش‌های آماری و تئوری احتمال قابل بررسی است.

● عدم قطعیت بی‌قاعده^۲:

عدم قطعیت بی‌قاعده مربوط به شرایطی است که تعداد نتایج معدود و پراکنده‌ای از انجام یک آزمایش، مانند آزمایش تعیین خواص مکانیکی مصالح در اختیار است یا شرایط آزمایشگاهی برای انجام همه آزمایش‌ها یکسان نیست. به عنوان مثال آزمایش تعیین تنش تسلیم فولاد با شرایط آزمایشگاهی غیر یکسان در تکرار آزمایش و عدم وجود داده‌های آماری کافی و دقیق، که باعث ایجاد ابهام در تعیین توابع توزیع احتمال می‌شود. این نوع عدم قطعیت که ماهیت فازی دارد، با استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی و تئوری متغیرهای تصادفی فازی در کنار تئوری احتمال، قابل بیان و مدل‌سازی است.

● عدم قطعیت زبانی^۳:

عدم قطعیت زبانی، عدم قطعیتی است که به صورت دقیق و کمی قابل بیان نیست و با استفاده از متغیرهای زبانی و محاوره‌ای سنجیده می‌شود. این نوع عدم قطعیت فازی، بیشتر به مسائلی مربوط می‌شود که بحث کیفیت و دقت در آن‌ها حائز اهمیت است. دقت اجرای سازه (زیاد، متوسط، کم)، یا کیفیت بتن در یک مقطع بتنی (خیلی خوب، خوب، ضعیف) مثال‌هایی

4- Defuzzification
5- Possibility distribution

1- Stochastic uncertainty
2- Informal uncertainty
3- Lexical uncertainty

در صورتی که اثرات خارجی و محیطی در یک سازه طراحی شده را با x_S و مقاومت سازه را با x_R نمایش دهیم، تابع شرایط حدی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$g = x_R - x_S \quad (1)$$

در روند ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ها مقادیر x_S و x_R به صورت متغیرهای تصادفی و با توابع چگالی احتمال $f_R(x_R)$ و $f_S(x_S)$ با توزیع‌های آماری مختلف در نظر گرفته می‌شوند. با توجه به مقادیر x_S و x_R سه حالت کلی ایمنی ($g > 0$)، حالت مرزی ($g = 0$) و خرابی ($g < 0$) به دست می‌آید. احتمال خرابی یک سازه (P_f) و شاخص قابلیت اعتماد آن (β)، نیز مطابق روابط (۲) و (۳) تعریف می‌شوند [۱۵].

$$P_f = P[x_R \leq x_S] = \iint f_R(x_R) f_S(x_S) dx_R dx_S \\ = 1 - \int_0^{\infty} f_S(x_R) f_R(x_R) dx_R \quad (2)$$

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (3)$$

که در رابطه‌ی (۳)، $\Phi(\cdot)$ تابع توزیع احتمال تجمعی نرمال استاندارد^۶ می‌باشد. محاسبه‌ی انتگرال رابطه‌ی (۲) به دلیل در دسترس نبودن توابع چگالی احتمال ظرفیت و تقاضای سازه، به سادگی امکان‌پذیر نیست. ضمن این که انتگرال‌گیری مستقیم از رابطه‌ی فوق بنا به دلایلی نظیر افزایش ابعاد انتگرال به موازات پیچیدگی و ابعاد زیاد مسائل مهندسی، غیرخطی و چند بعدی بودن تابع $f(X)$ مشکل می‌نماید. لذا محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد و برآورد احتمال خرابی سازه در عمل با استفاده از روش‌های دیگری نظیر FORM^۷، SORM^۸، [۱۶]، [۱۷]، Importance sampling [۱۹] و Monte Carlo [۱۸] انجام می‌شود. با توجه به این که در این مقاله از روش قابلیت اعتماد مرتبه‌ی اول (FORM) استفاده شده ابتدا توضیح مختصری در مورد این روش داده می‌شود.

Lind و Hasofer در سال ۱۹۷۴ یک روش ساده و مؤثر به منظور تعیین شاخص قابلیت اعتماد ارائه نمودند که جزء روش‌های قابلیت اعتماد مرتبه‌ی اول (FORM) محسوب می‌شود. شاخص قابلیت اعتماد حاصل از این روش، شاخص قابلیت اعتماد Lind و Hasofer، β_{HL} نامیده می‌شود [۱۶].

از توابع و افتادن در نقاط بهینه‌ی محلی به جای مطلق، مواجهه است.

در این مقاله با معرفی یک روش جدید، شاخص قابلیت اعتماد فازی با استفاده از یک روش بهینه‌یابی ساده مبتنی بر روش بهینه‌سازی آلفا برش‌ها^۱ تعیین شده و جستجوی نقاط بهینه به طور هم‌زمان در زیر فضای قطعی^۲ انجام می‌شود. روش پیشنهادی در مسائل قابلیت اعتماد زمانی که هم‌هی متغیرها فازی هستند، به راحتی قابل پیاده‌سازی بوده و با بررسی هم‌زمان تمام حالات ممکن، یک جواب دقیق و قابل قبول در اختیار می‌گذارد.

۲- قابلیت اعتماد و احتمال خرابی سازه‌ها

اولین قدم در ارزیابی قابلیت اعتماد و برآورد احتمال خرابی سازه، پیش‌بینی رفتار و پاسخ سازه تحت معیار مورد نظر و پارامترهای مؤثر در آن است. این پارامترها که دارای رفتار تصادفی هستند، عملکرد سازه را به نمایش می‌گذارند و با عنوان تابع شرایط حدی یا تابع رفتار سازه شناخته شده می‌شوند. تابع شرایط حدی بسته به نوع مسائل قابلیت اعتماد می‌تواند متفاوت باشد. توابع شرایط حدی را می‌توان به سه گروه کلی ذیل تقسیم‌بندی نمود [۱۴]:

- تابع شرایط حدی نهایی^۳، تابع شرایط حدی خدمت‌پذیری^۴، تابع شرایط حدی شرطی^۵.
- تابع شرایط حدی نهایی معادل با حداکثر ظرفیت بار قابل تحمل سازه است که می‌توان به آن اعمال نمود، تشکیل مفاصل پلاستیک، فرا روی از ظرفیت لنگر نهایی و منهدم شدن بتن تحت فشار مواردی از این نوع تابع شرایط حدی می‌باشند. تابع شرایط حدی خدمت‌پذیری معادل با حداکثر محدودیت‌های تغییرشکل سازه در شرایط سرویس‌دهی آن می‌باشد. فزونی تغییر شکل سازه تحت بارهای اعمال شده نمونه‌ای از شرایط حدی خدمت‌پذیری است. تابع شرایط حدی شرطی نشان دهنده‌ی ظرفیت باربری سازه در مواقعی که بخشی از سازه در شرایط گسیختگی قرار دارد می‌باشد. تجاوز تنش از مقاومت مجاز یک عضو و یا ناپایداری یکی از اعضای سازه مواردی از این نوع شرایط حدی می‌باشند.

-
- 1- Alpha level optimization
 - 2- Crisp subspace
 - 3- Ultimate limit state
 - 4- Serviceability limit state
 - 5- Conditional limit state

6- Standard normal joint probability distribution function
7- Second Order Reliability Method
8- Second Order Reliability Method

رابطه‌ی (۴) نشان دهنده‌ی نحوه‌ی انتقال متغیر تصادفی نرمال x_i با میانگین و انحراف معیار μ_{x_i} و σ_{x_i} به فضای نرمال استاندارد z می‌باشد. روند محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد Hasofer و Lind با استفاده از معادلات هم زمان فوق نیازمند انجام مراحل زیر تا حصول همگرایی مورد نظر می‌باشد.

۱- فرمول‌بندی تابع شرایط حدی بر حسب متغیرهای تصادفی نرمال x_i .

۲- انتقال متغیرهای تصادفی نرمال از فضای x به فضای نرمال استاندارد z ، با استفاده از رابطه‌ی (۴) و فرمول‌بندی تابع شرایط حدی بر حسب متغیرهای تصادفی نرمال استاندارد.

۳- فرمول‌بندی تابع شرایط حدی بر حسب ضرایب α_i و β با استفاده از رابطه‌ی (۸).

۴- محاسبه‌ی ضرایب α_i با استفاده از رابطه‌ی (۵) و تعیین فرمول‌بندی صریح یا ضمنی شاخص β بر حسب ضرایب α_i .

۵- ایجاد حلقه‌ی درونی: انتخاب مقادیر اولیه برای ضرایب α_i و β ، به طوری که رابطه‌ی (۷) برای مقادیر انتخابی α_i برقرار باشد.

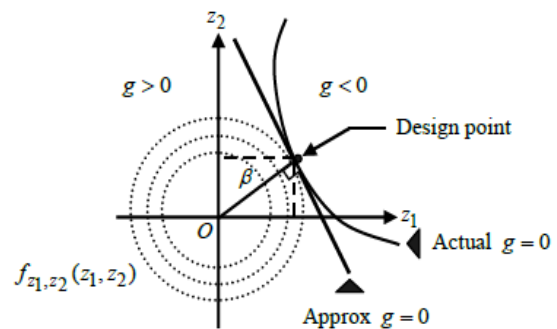
۶- جایگزینی مقادیر اولیه α_i و β در روابط به دست آمده از بند ۵ و تعیین مقادیر عددی سمت راست این روابط.

۷- محاسبه‌ی مقادیر جدید α_i و β با حل هم زمان معادلات بند ۵ و بازگشت به بند ۵ تا حصول همگرایی مورد نظر برای ضرایب فوق.

۳- روش پیشنهادی محاسبه قابلیت اعتماد فازی سازه‌ها

هدف ارزیابی قابلیت اعتماد فازی، تعیین و تشخیص شاخص قابلیت اعتماد و سطح ایمنی فازی است. محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد فازی حاصل از این رویکرد، مفهوم جدیدی در ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ها است که پس از فازی‌زدایی، با شاخص قابلیت اعتماد حاصل از روش‌های کلاسیک قابلیت اعتماد، قابل قیاس است. همان طور که قبلاً ذکر شد روش‌های کلاسیک قابلیت اعتماد به دلیل در نظر نگرفتن عدم قطعیت ناشی از ابهام آماری متغیرها قادر نیستند ارزیابی صحیحی از قابلیت اعتماد سازه ارائه دهند. لذا به منظور لحاظ نمودن این وجه از عدم قطعیت، در این مقاله از متغیرهای تصادفی فازی، در روند ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ها استفاده شده است. بدین منظور لازم است در ابتدا مفاهیم کلیدی متغیرهای تصادفی فازی، اعداد فازی مثلثی، آلفا برش، توابع توزیع احتمال فازی و تابع شرایط حدی فازی مورد استفاده در روش پیشنهادی، توضیح داده شوند.

در این روش کوتاه‌ترین فاصله‌ی تابع شرایط حدی از مبدأ دستگاه مختصات در فضای نرمال استاندارد z ، به عنوان شاخص قابلیت اعتماد در نظر گرفته شده و نقطه‌ای از تابع شرایط حدی که کمترین فاصله تا مبدأ را دارد، نقطه‌ی طراحی^۱ نامیده می‌شود. در این روش تابع شرایط حدی در نقطه‌ی طراحی توسط یک تابع خطی تقریب زده می‌شود، شکل (۱). در این شکل، تابع $f_{z_1, z_2}(z_1, z_2)$ ، تابع چگالی احتمال توأم^۲ در فضای نرمال استاندارد می‌باشد.



شکل ۱- شماتیک روش Lind و Hasofer

بر اساس روش Lind و Hasofer، اگر تابع شرایط حدی مورد نظر شامل n متغیر تصادفی نرمال باشد، برای تعیین شاخص قابلیت اعتماد می‌بایست تعداد $(2n+1)$ معادله‌ی هم زمان ذیل، با $(2n+1)$ مجهول $\beta, \alpha_1, \dots, \alpha_n, z_1, \dots, z_n$ حل شوند.

$$z_i = \frac{x_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \quad (۴)$$

$$\alpha_i = \frac{-\frac{\partial g}{\partial z_i}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial z_k}\right)^2}} \quad (۵)$$

$$\frac{\partial g}{\partial z_i} = \frac{\partial g}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial z_i} = \frac{\partial g}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \quad (۶)$$

$$\sum_{i=1}^n (\alpha_i)^2 = 1 \quad (۷)$$

$$z_i = \beta \alpha_i \quad (۸)$$

$$g(z_1, \dots, z_n) = 0 \quad (۹)$$

1- Design point

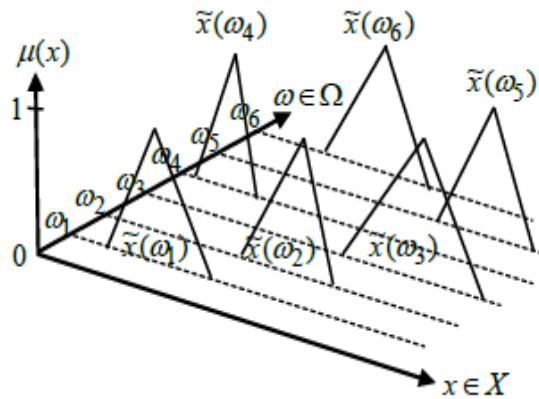
2- Joint probability distribution function

۳-۱- متغیرهای تصادفی فازی

فرض کنید Ω مجموعه تمامی رخ دادهای ممکن یک آزمایش تصادفی، و \tilde{X} یک مجموعه فازی از مجموعه مرجع n بعدی $X = R^n$ با تابع درجهی عضویت $\mu(x_i)$ بوده و $F(R^n)$ مجموعهی تمام اعداد فازی موجود در مجموعهی X باشد. آن گاه یک متغیر تصادفی فازی، حاصل تناظر غیرقطعی رابطه (۱۰) می‌باشد.

$$\Omega \rightarrow F(R^n) \quad (10)$$

شکل (۲) یک شش‌تایی مرتب $\tilde{x} = (\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_6) \subseteq X$ از حالات تحقق متغیر تصادفی فازی \tilde{X} را نشان می‌دهد.



شکل ۲- مجموعهی حالات تحقق متغیر تصادفی فازی

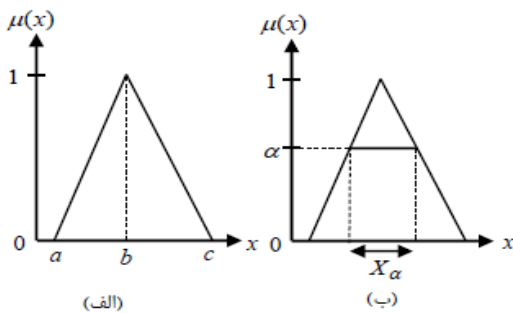
۳-۲- عدد فازی مثلثی^۱

اعداد فازی مثلثی عمدتاً به دلیل خطی بودن و سادگی محاسبات با آن، برای حل مسائل مهندسی همواره مورد توجه بوده است. این اعداد معمولاً به صورت $\tilde{X} = \langle a, b, c \rangle$ نشان داده می‌شوند، شکل (۳-الف). در این شکل، a کران پایین، b مقدار میانه و c کران بالای عدد مثلثی فازی است. با توجه به این که در مسائل مربوط به تحلیل ایمنی سازه‌ها مدل‌سازی ابهام آماری موجود در پارامترهای سازه‌ای با اعداد فازی مثلثی بیشتر به واقعیت نزدیک است، در این مقاله پارامترهای آماری متغیرهای سازه‌ای نظیر میانگین و انحراف معیار با اعداد مثلثی فازی مدل سازی شده‌اند.

۳-۳- آلفا برش^۲

آلفا برش عدد فازی \tilde{X} که با X_α نمایش داده می‌شود، یک مجموعهی معمولی است و عناصری را در بر می‌گیرد که مقدار درجه عضویت آن‌ها در مجموعه فازی \tilde{X} بیشتر از آلفا باشد، (شکل (۳-ب)). یعنی:

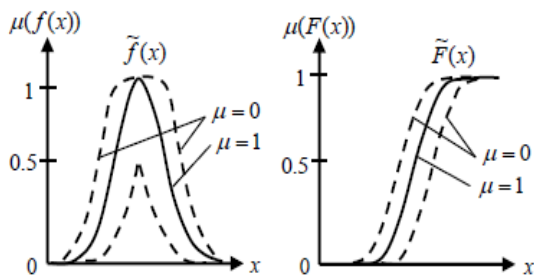
$$X_\alpha = \{x \in \tilde{X} | \mu(x) \geq \alpha\} \quad (11)$$



شکل ۳- الف) عدد فازی مثلثی، ب) آلفا برش یک عدد فازی مثلثی

۳-۴- توابع توزیع احتمال فازی^۳

با توجه به شکل (۴)، تابع توزیع احتمال فازی $\tilde{F}(x)$ و تابع چگالی احتمال فازی $\tilde{f}(x)$ ، مجموعهی حاصل از روی هم‌گذاری توابع توزیع احتمال $F_j(x)$ و $f_j(x)$ به ازای تمامی حالات وقوع متغیر تصادفی فازی، با مقادیر درجهی عضویت $\mu(F_j(x))$ و $\mu(f_j(x))$ می‌باشند. همان‌طور که اشاره شد در روش فازی پیشنهادی این تحقیق مقادیر میانگین و انحراف معیار متغیرهای تصادفی به صورت اعداد فازی مثلثی در نظر گرفته شده که منجر به در اختیار داشتن توابع توزیع احتمال فازی، مطابق شکل (۴) می‌گردد.



شکل ۴- تابع چگالی احتمال فازی و تابع توزیع احتمال فازی

2- α -cut

3- Fuzzy probability distribution function

1- Fuzzy triangular number

تکنیک بهینه‌سازی آلفا برش‌ها (به عنوان جایگزین مناسبی برای عملگر ماکزیمم-مینیمم اصل گسترش^۳ [۲۰])، مسئله‌ی تعیین شاخص قابلیت اعتماد فازی به تعداد زیادی مسئله‌ی هم‌زمان تعیین شاخص قابلیت اعتماد کلاسیک تبدیل شده و با روی هم‌گذاری نتایج حاصله، شاخص قابلیت اعتماد فازی محاسبه می‌گردد.

در صورتی که تابع شرایط حدی فازی رابطه (۱۲) شامل n متغیر تصادفی فازی باشد، با انتخاب مجموعه‌ی نقاط با مقادیر درجه‌ی عضویت بزرگتر یا مساوی α_k ، مجموعه‌ی آلفا برش A_i, α_k هر یک از متغیرهای تصادفی فازی، تعیین می‌گردد. مجموعه‌ی آلفا برش مورد نظر به ازای درجه‌ی عضویت صفر مجموعه‌ی تکیه‌گاه نامیده می‌شود. با روی هم‌گذاری این مجموعه‌ها به ازای درجه‌ی عضویت یکسان α_k متناظر تمامی متغیرهای تصادفی فازی، یک ابر فضای n بعدی تشکیل می‌گردد که زیر فضای قطعی X_{α_k} نامیده می‌شود. زیر فضای قطعی متناظر در صورتی که تابع شرایط حدی تنها شامل دو متغیر تصادفی فازی \tilde{x}_1 و \tilde{x}_2 باشد، در شکل (۶) نشان داده شده است. در رویکرد قابلیت اعتماد فازی پیشنهادی، به ازای هر برش دلخواه α_k از تمامی نقاط موجود در زیر فضای قطعی به عنوان نقاط ورودی به الگوریتم تحلیل قابلیت اعتماد FORM استفاده می‌شود. اگر الگوریتم تحلیل مسئله فازی به صورت تابع شامل متغیرهای محدب^۴ فازی $\tilde{z} = \tilde{f}(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n)$ تعریف شود، در صورتی که مجموعه‌های A_i, α_k متناظر با تمامی متغیرهای فازی ورودی در اختیار باشند، طبق اصول و قوانین ریاضیات فازی می‌توان عناصر موجود در مجموعه‌ی آلفا برش B_{α_k} متناظر با متغیر خروجی فازی $\tilde{z} = \tilde{B}$ را به دست آورد. با تعیین کوچکترین عضو $z_{\alpha_k l}$ و بزرگترین عضو $z_{\alpha_k r}$ ، متناظر با بازه‌ی B_{α_k} ، دو نقطه از تابع درجه‌ی عضویت پاسخ فازی $\mu(z)$ به ازای برش α_k ، به دست می‌آید. در این مقاله پاسخ فازی مورد نظر شاخص قابلیت اعتماد فازی بوده و به ازای هر برش، مقادیر $\beta_{\alpha_k l}$ و $\beta_{\alpha_k r}$ تعیین می‌گردند.

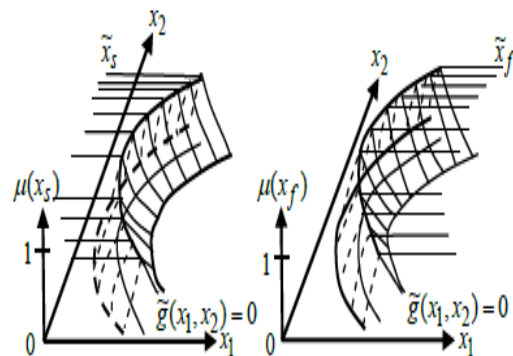
در تکنیک بهینه‌سازی آلفا برش‌ها پیشنهادی، تعیین مقادیر $z_{\alpha_k l}$ و $z_{\alpha_k r}$ ، به عنوان یک مسئله‌ی بهینه‌سازی جایگزین عملگر ماکزیمم-مینیمم اصل گسترش می‌شود. توابع هدف این مسئله‌ی بهینه‌سازی به شکل روابط (۱۳) و (۱۴) تعریف می‌شوند.

۳-۵- تابع شرایط حدی فازی^۱

تابع شرایط حدی فازی $\tilde{g}(x) = 0$ ، به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بر اساس قواعد تعریف یک مجموعه‌ی فازی مطابق رابطه‌ی (۱۲) تعریف می‌شود.

$$\{\tilde{g}(x) = 0\} = \{(g(x) = 0; \mu(g(x)) | x \in X)\} \quad (12)$$

با توجه به رابطه‌ی فوق، هر یک از مقادیر $g(x) = 0$ ، یکی از اعضای مجموعه‌ی فازی $\tilde{g}(x) = 0$ با درجه عضویت صفر بوده و معرف یک تابع شرایط حدی معمولی است. با روی هم گذاری این توابع شرایط حدی، تابع شرایط حدی فازی نتیجه می‌شود. ارزیابی نقاط تابع شرایط حدی فازی در خصوص نواحی ایمنی و خرابی، توسط توابع درجه عضویت نواحی ایمنی \tilde{x}_s و خرابی \tilde{x}_f انجام می‌شود که شماتیک آن برای تابع شرایط حدی با دو متغیر تصادفی فازی در شکل (۵) نشان داده شده است. در صورتی که مسئله‌ی قابلیت اعتماد دارای n متغیر تصادفی باشد، تابع شرایط حدی فازی به شکل زیر تعریف می‌گردد.



شکل ۵- تابع شرایط حدی فازی با دو متغیر تصادفی فازی

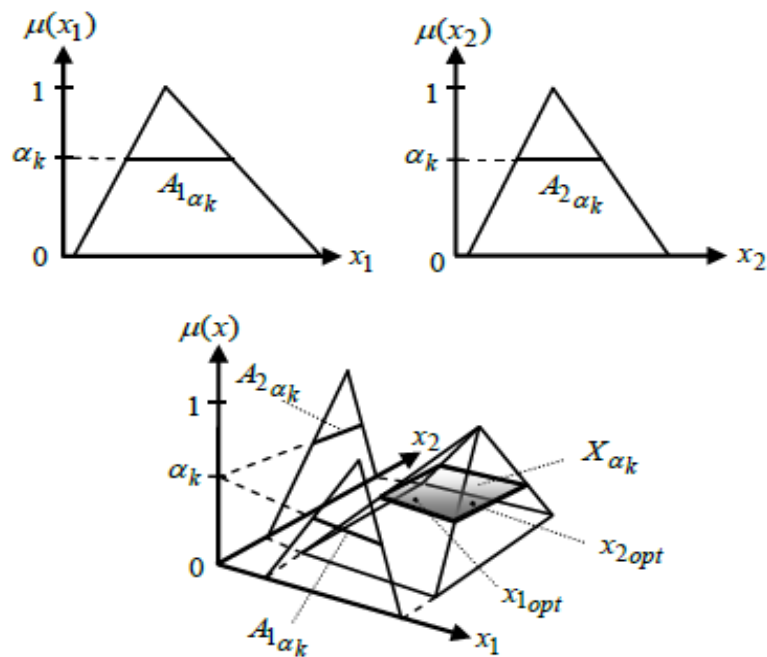
با توجه به اینکه با در اختیار داشتن تابع شرایط حدی فازی نمی‌توان به طور مستقیم و با استفاده از معادلات (۴) تا (۹) و روش قابلیت اعتماد مرتبه‌ی اول، شاخص قابلیت اعتماد فازی را تعیین نمود، لذا می‌بایست محاسبات از حالت فازی خارج و در حالت غیر فازی انجام شود. به این منظور در روش پیشنهادی این مقاله، ابتدا متغیرهای تصادفی فازی با استفاده از روش گسسته‌سازی^۲ [۷] (که تکنیک پرکاربردی در ریاضیات فازی است) به آلفا برش‌های خود تجزیه می‌شوند. سپس با استفاده از

3-Extension principle

4- Convex

1- Fuzzy limit state surface

2- α -discretization



شکل ۶- گسسته‌سازی متغیرهای فازی و زیرفضای قطعی دو بعدی

سپس با جایگزینی الگوریتم روش قابلیت اعتماد مرتبه‌ی اول Lind و Hasofer به جای الگوریتم تحلیل $z = f(x_1, \dots, x_n)$ در رویکرد بهینه‌سازی آلفا برش‌ها، مسئله‌ی تعیین شاخص قابلیت اعتماد فازی به مسئله‌ی تعیین مقادیر بهینه‌ی $\beta_{\alpha_k l}$ و $\beta_{\alpha_k r}$ ، به ازای تمامی مقادیر درجه‌ی عضویت شاخص قابلیت اعتماد فازی $\tilde{\beta}$ ، بر اساس روابط (۱۳) و (۱۴) تبدیل می‌گردد. تعیین نقاط بهینه‌ی فوق مستلزم تکرار محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد مرتبه‌ی اول β_{HL} ، برای تمامی ترکیبات نقاط متناظر موجود روی آلفا برش‌های یکسان متغیرهای ورودی فازی (مجموعه نقاط موجود در زیر فضای قطعی) و تعیین بازه‌ی β_{α_k} می‌باشد. انتخاب هر یک از ترکیبات فوق، منجر به یک مرتبه اجرای روش قابلیت اعتماد مرتبه‌ی اول شده و یکی از نقاط بازه‌ی β_{α_k} را به دست می‌دهد. شماتیک روش پیشنهادی با به کارگیری الگوریتم روش قابلیت اعتماد مرتبه اول FORM و تکنیک بهینه‌سازی آلفا برش‌ها به منظور تعیین شاخص قابلیت اعتماد فازی در شکل (۷) نمایش داده شده است.

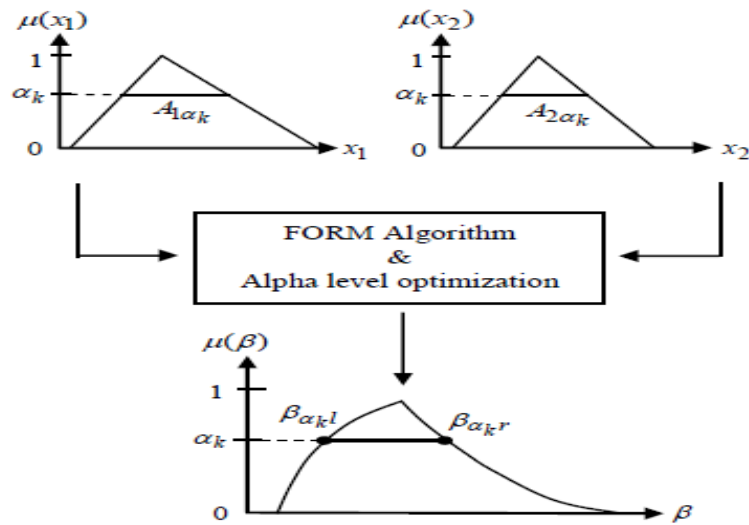
$$z = f(x_1, \dots, x_n) \Rightarrow \text{Max} | (x_1, \dots, x_n) \in X_{\alpha_k} \quad (13)$$

$$z = f(x_1, \dots, x_n) \Rightarrow \text{Min} | (x_1, \dots, x_n) \in X_{\alpha_k} \quad (14)$$

در این فرآیند بهینه‌یابی شرط $(x_1, \dots, x_n) \in X_{\alpha_k}$ به عنوان قید مسئله‌ی بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شود. روابط (۱۳) و (۱۴) توسط نقاط بهینه‌ی x_{opt} ارضاء می‌شوند، به طوری که مطابق شکل (۶) برای متغیر خروجی فازی، دقیقاً دو نقطه‌ی بهینه در زیر فضای قطعی به ازای هر برش تعیین می‌گردند. در خلال روند فوق، ایجاد تمایز میان دو الگوریتم زیر ضروری به نظر می‌رسد:

- الگوریتم تحلیل $z = f(x_1, \dots, x_n)$ ، که مقادیر ورودی فازی را به مقادیر خروجی فازی متناظر می‌سازد.
- الگوریتم پیدا کردن مقادیر کمینه و بیشینه‌ی $z_{\alpha_k r}$ و $z_{\alpha_k l}$

بنابراین، روش پیشنهادی برای تعیین شاخص قابلیت اعتماد فازی بدین صورت است که پس از تعریف متغیرهای تصادفی فازی و تعیین تابع شرایط حدی فازی، متغیرهای تصادفی فازی مطابق با رویکرد گسسته‌سازی معرفی شده، به ازای آلفا برش یکسان تجزیه شده و زیر فضای قطعی متناظر تشکیل می‌شود.

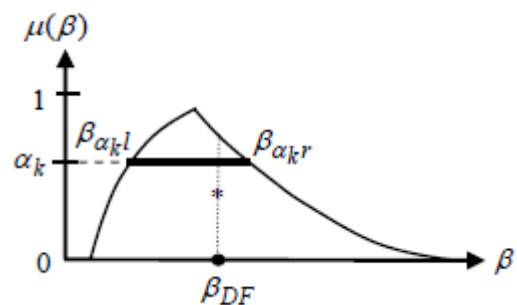


شکل ۷- شمانیک روش پیشنهادی

۳-۶- فاز زدایی شاخص قابلیت اعتماد فاز

پس از تعیین شاخص قابلیت اعتماد فاز مورد نظر این مقاله، به منظور مقایسه کمی شاخص حاصل با شاخص قابلیت اعتماد حاصل از روش‌های کلاسیک، و بررسی اثر لحاظ شدن عدم قطعیت ناشی از ابهام آماری متغیرهای تصادفی در مقدار شاخص قابلیت اعتماد، می‌بایست شاخص فاز حاصل را با استفاده از روش‌های فاز زدایی از حالت فاز خارج نماییم. بدین منظور در این مقاله از روش مرکز سطح^۱ به عنوان یک روش دقیق و متداول فاز زدایی استفاده شده است. در این روش همان‌طور که در شکل (۸) نشان داده شده است، مرکز سطح شاخص فاز با استفاده از رابطه (۱۵) تعیین شده و تحت عنوان شاخص حاصل از فاز زدایی β_{DF} معرفی می‌شود [۲۰].

$$\beta_{DF} = \frac{\int \beta \mu(\beta) d\beta}{\int \mu(\beta) d\beta} \quad (15)$$

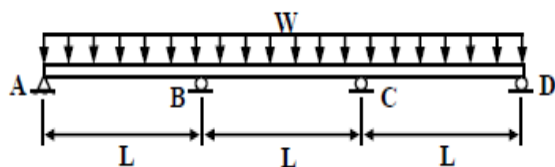


شکل ۸- فاز زدایی شاخص قابلیت اعتماد

۴- مثال‌های عددی

در این بخش به منظور بررسی کارایی روش پیشنهادی در مسائل مختلف قابلیت اعتماد سازه‌ای، سه مثال با توابع شرایط حدی مختلف حل می‌شوند. کلبه‌ی مراحل گسسته‌سازی آلفا برش‌های مقادیر ورودی فاز، به کارگیری تکنیک بهینه‌سازی آلفا برش‌ها، و همچنین فاز زدایی از شاخص قابلیت اعتماد فاز محاسبه شده توسط یک برنامه‌ی کامپیوتری در محیط نرم‌افزار MATLAB پیاده‌سازی و اجرا شده است.

مثال ۱) تیر سه دهانه‌ی فولادی با طول دهانه‌های ۵ متر، مطابق شکل (۹) مفروض است. متغیرهای تصادفی نرمال فاز در این مسئله عبارتند از بار گسترده‌ی فاز \tilde{W} ، مدول الاستیسیته فاز \tilde{E} و ممان اینرسی فاز \tilde{I} . میانگین و انحراف معیار فاز متغیرهای تصادفی فاز در قالب اعداد مثلثی فاز در جدول (۱) ارائه شده‌اند. تابع شرایط حدی فاز خدمت‌پذیری در نظر گرفته شده بر اساس معیار تغییر شکل بوده و تغییر شکل مجاز تیر تحت بار گسترده مرده برابر $\frac{L}{360}$ تعیین شده است.



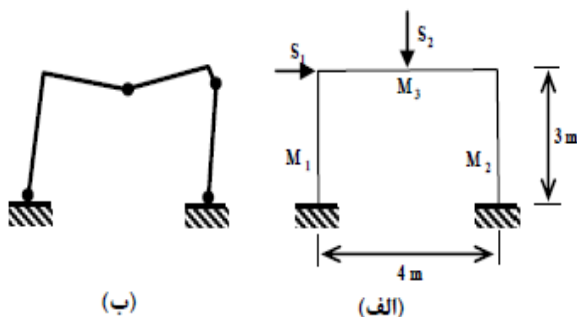
شکل ۹- تیر سه دهانه‌ی فولادی مثال ۱

جدول ۱- میانگین و انحراف معیار فازی متغیرهای تصادفی فازی مثال

متغیر تصادفی فازی	میانگین	انحراف معیار	نوع توزیع احتمال
\tilde{W}	$\langle 8.5; 10; 11 \rangle \text{ kN/m}$	$\langle 0.36; 0.40; 0.46 \rangle \text{ kN/m}$	نرمال
\tilde{E}	$\langle 1.70; 2; 2.2 \rangle \times 10^7 \text{ kN/m}$	$\langle 0.45; 0.50; 0.55 \rangle \times 10^7 \text{ kN/m}$	نرمال
\tilde{I}	$\langle 6.80; 8; 8.80 \rangle \times 10^{-4} \text{ m}^4$	$\langle 1.35; 1.50; 1.72 \rangle \times 10^{-4} \text{ m}^4$	نرمال

با استفاده از روش فازی‌زادایی معرفی شده، می‌توان شاخص قابلیت فازی را از حالت فازی خارج نموده، به صورت قطعی معرفی و تحت عنوان β_{DF} نام‌گذاری نمود. مقایسه‌ی مقادیر β_{HL} و β_{DF} ، اثر لحاظ نمودن ابهام متغیرهای تصادفی تابع شرایط حدی، بر شاخص قابلیت اعتماد را نشان می‌دهد.

مثال ۲) مکانیزم شکست پلاستیک قاب یک طبقه‌ی یک دهانه در شکل (۱۱) نشان داده شده است. تابع شرایط حدی فازی شرطی مطابق با روند گسیختگی و ایجاد مفاصل پلاستیک به صورت رابطه‌ی (۱۷) تعریف می‌گردد که در آن \tilde{M}_i لنگر پلاستیک فازی و \tilde{S}_i نیروی برشی فازی می‌باشند [۲۱].



شکل ۱۱- الف) قاب یک طبقه یک دهانه، ب) مکانیزم شکست پلاستیک قاب

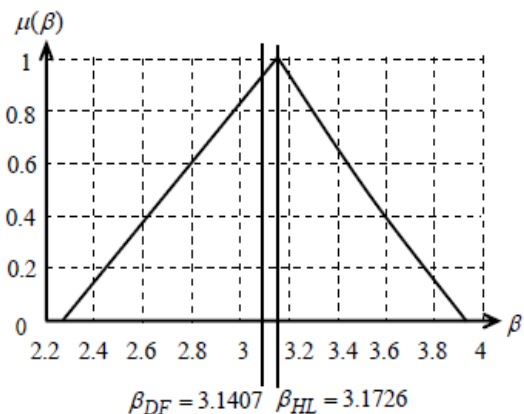
$$\tilde{g}(\tilde{M}_i, \tilde{S}_i) = \tilde{M}_1 + 3\tilde{M}_2 + 2\tilde{M}_3 - 15\tilde{S}_1 - 10\tilde{S}_2 \quad (17)$$

نظر به عدم قطعیت‌های موجود در بارهای وارده به قاب، پارامترهای آماری لنگرهای پلاستیک و نیروهای برشی در قالب اعداد مثلثی فازی در نظر گرفته شده که در جدول (۲) ارائه شده‌اند. با به کارگیری روش پیشنهادی شاخص قابلیت اعتماد فازی مطابق شکل (۱۲) به ازای پنج برش به دست می‌آید.

تحلیل سازه، بیشینه‌ی تغییر شکل را برابر با $0.0069 \frac{WL^4}{360}$ ، در فاصله‌ی $0.446L$ از دو انتهای تیر نشان می‌دهد. محاسبه شاخص قابلیت اعتماد فازی برای تیر مذکور مورد نظر است. با توجه به اطلاعات داده شده درخصوص شرایط تکیه گاهی و نحوه بارگذاری، تابع شرایط حدی فازی تیر مطابق با رابطه‌ی (۱۶) تعریف می‌شود [۱۵].

$$\tilde{g}(\tilde{W}, \tilde{E}, \tilde{I}) = \frac{L}{360} - 0.0069 \frac{WL^4}{EI} \quad (16)$$

شکل (۱۰) شاخص قابلیت اعتماد فازی حاصل را به ازای پنج برش $\alpha = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ نشان می‌دهد. مقدار عددی شاخص قابلیت اعتماد فازی به ازای درجه‌ی عضویت یک ($\alpha = 1$)، معرف شاخص قابلیت اعتماد مرتبه‌ی اول Hasofer و Lind β_{HL} ، است که با انجام محاسبات آنالیز قابلیت اعتماد برای همه‌ی متغیرهای تصادفی فازی به ازای درجه‌ی عضویت یک به دست می‌آید.



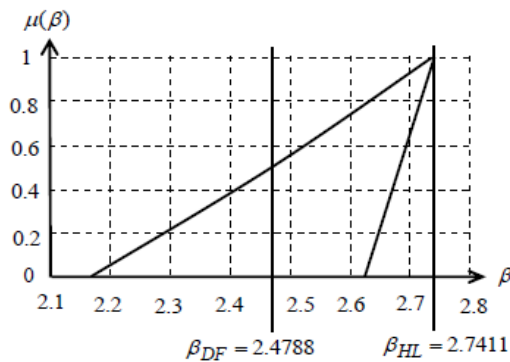
شکل ۱۰- شاخص قابلیت اعتماد فازی $\tilde{\beta}$ ، β_{HL} و β_{DF} مثال ۱

جدول ۲- میانگین و انحراف معیار فازی متغیرهای تصادفی فازی مثال ۲

متغیر تصادفی فازی	میانگین	انحراف معیار	نوع توزیع احتمال
\tilde{M}_1	$\langle 313.46; 368.78; 405.65 \rangle kN.m$	$\langle 49.77; 55.31; 63.60 \rangle kN.m$	لاگ نرمال
\tilde{M}_2	$\langle 313.46; 368.78; 405.65 \rangle kN.m$	$\langle 49.77; 55.31; 63.60 \rangle kN.m$	لاگ نرمال
\tilde{M}_3	$\langle 313.46; 368.78; 405.65 \rangle kN.m$	$\langle 49.77; 55.31; 63.60 \rangle kN.m$	لاگ نرمال
\tilde{S}_1	$\langle 199.80; 222; 255.30 \rangle kN$	$\langle 56.61; 66.6; 73.26 \rangle kN$	لاگ نرمال
\tilde{S}_2	$\langle 399.60; 444; 510.60 \rangle kN$	$\langle 75.48; 88.8; 97.68 \rangle kN$	لاگ نرمال

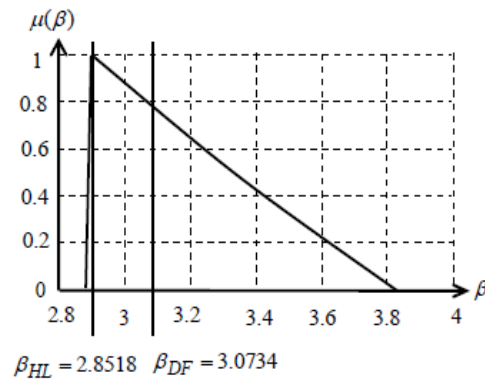
$$\tilde{g}(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3) = \tilde{x}_1 \tilde{x}_2 - \tilde{x}_3 \quad (18)$$

میانگین و انحراف معیار متغیرهای تصادفی در قالب اعداد مثلثی فازی و مطابق جدول (۳) در نظر گرفته می‌شوند. پیاده‌سازی روش قابلیت اعتماد مرتبه اول فازی منتج به تعیین شاخص قابلیت اعتماد فازی به ازای پنج برش مطابق شکل (۱۳) می‌شود. همان‌طور که قبلاً ذکر شد مقدار عددی شاخص قابلیت اعتماد فازی به ازای درجه عضویت یک، معرف شاخص قابلیت اعتماد مرتبه اول β_{HL} ، بوده و β_{DF} نشان دهنده شاخص قابلیت اعتماد حاصل از فازی‌زدایی می‌باشد.



شکل ۱۳- شاخص قابلیت اعتماد فازی $\tilde{\beta}$ ، β_{HL} و β_{DF} مثال ۳

در شکل فوق، β_{DF} بیانگر شاخص قابلیت اعتماد فازی حاصله از روش پیشنهادی پس از فازی‌زدایی و β_{HL} معرف مقدار عددی شاخص قابلیت اعتماد فازی به ازای درجه‌ی عضویت یک می‌باشند. مقایسه‌ی این دو، نشان دهنده‌ی اثر فازی‌سازی متغیرهای تصادفی در ارائه‌ی شاخص قابلیت اعتماد دقیق‌تر از سازه بوده و نشان می‌دهد فازی‌سازی تصویر واضح و روشن‌تری از عملکرد واقعی سازه و قابلیت اعتماد آن در اختیار می‌گذارد.



شکل ۱۲- شاخص قابلیت اعتماد فازی $\tilde{\beta}$ ، β_{HL} و β_{DF} مثال ۲

مثال ۳) تابع شرایط حدی فازی نهایی با سه متغیر تصادفی مستقل، با توزیع لاگ نرمال و اکستریم نوع I به صورت زیر مفروض است [۲۲].

جدول ۳- میانگین و انحراف معیار فازی متغیرهای تصادفی فازی مثال ۳

متغیر تصادفی فازی	میانگین	انحراف معیار	نوع توزیع احتمال
\tilde{x}_1	$\langle 36; 40; 46 \rangle$	$\langle 4.25; 50; 5.50 \rangle$	لاگ نرمال
\tilde{x}_2	$\langle 45; 50; 57.5 \rangle$	$\langle 2.12; 2.50; 2.75 \rangle$	لاگ نرمال
\tilde{x}_3	$\langle 850; 1000; 1100 \rangle$	$\langle 180; 200; 230 \rangle$	اکستریم نوع I

۵- تحلیل و تفسیر نتایج

به منظور بررسی صحت و دقت روش پیشنهادی، نتایج حاصل از حل مثال‌های فوق در جدول (۴) خلاصه شده است. همان‌طور که قبلاً اشاره شد روش‌های کلاسیک قابلیت اعتماد موجود، تنها بیانگر یک حالت خاص از روش پیشنهادی قابلیت اعتماد فازی می‌باشند. بدین معنی که در روش قابلیت اعتماد فازی ارائه شده، متغیرهای تصادفی و شاخص قابلیت اعتماد فازی دارای مقادیر درجه‌ی عضویت $\alpha \in [0,1]$ می‌باشند و در صورتی که محاسبات تعیین شاخص قابلیت اعتماد برای متغیرهای تصادفی به ازای مقادیر درجه‌ی عضویت یک انجام شود، روش پیشنهادی همانند روش‌های کلاسیک عمل نموده و شاخص قابلیت اعتماد حاصل، همان شاخص قابلیت اعتماد روش FORM خواهد بود. لذا به منظور بررسی صحت نتایج، جواب حاصل از روش پیشنهادی فازی به ازای درجه عضویت یک نیز استخراج و در جدول (۴) به همراه جواب حاصل از روش‌های کلاسیک و خطاهای مربوطه ارائه شده است.

همان‌طور که در جدول (۴) مشاهده می‌شود، جواب‌های حاصل از روش پیشنهادی به ازای برش یک ($\alpha = 1$) شاخص قابلیت اعتماد فازی، با دقت قابل قبولی بر نتایج حاصل از روش کلاسیک قابلیت اعتماد مرتبه‌ی اول منطبق است و این به دلیل استفاده از روش مذکور در روند فازی پیشنهادی و صحت آن است. به علاوه، نتایج حاصل در این حالت خاص (یعنی $\alpha = 1$)، تطابق بسیار خوبی با نتایج روش مونت کارلو [۱۸] دارد که بیانگر دقت و صحت روش پیشنهادی است. اما شاخص حاصل از فازی‌زدایی، به ویژه برای مثال‌های ۲ و ۳ متفاوت از روش مونت کارلو و روش قابلیت اعتماد مرتبه اول کلاسیک است که این امر بیانگر نقص روش‌های موجود در پیش‌بینی شاخص قابلیت اعتماد و احتمال خرابی سازه‌ها به دلیل در نظر نگرفتن عدم قطعیت ناشی از ابهام آماری متغیرهای تصادفی در ارزیابی ایمنی سازه است.

جدول ۴- مقایسه‌ی دقت روش پیشنهادی و روش‌های کلاسیک

روش پیشنهادی		FORM	MCS	پارامتر	مثال
β_{DF}	β_{HL}				
۳/۱۴۰۷	۳/۱۷۲۶	۳/۱۷۳۰	۳/۱۷۰۱	β	۱
.	۱/۰۱	۱/۰۲	۰/۹۳	خطا (%)	
۳/۰۷۳۴	۲/۸۵۱۸	۲/۸۵۱۰	۲/۷۹۴۰	β	۲
.	۷/۲۱	۷/۲۳	۹/۰۹	خطا (%)	
۲/۴۷۸۸	۲/۷۴۱۱	۲/۷۴۰۶	۲/۷۴۵۰	β	۳
.	۱۰/۵۸	۱۰/۵۶	۱۰/۷۳	خطا (%)	

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله بر استفاده از متغیرهای تصادفی فازی در حوزه‌ی قابلیت اعتماد تمرکز شده و امکان به کارگیری هم‌زمان عدم قطعیت با مشخصات تصادفی و فازی در ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ها فراهم گردیده است. روش قابلیت اعتماد فازی ارائه شده در این مقاله، امکان پیاده‌سازی روش‌های متنوع ارزیابی قابلیت اعتماد با در نظر گرفتن توابع شرایط حدی مختلف، به منظور لحاظ نمودن کامل عدم قطعیت‌های موجود در متغیرهای تصادفی در ارزیابی رفتار و بررسی ایمنی سازه‌ها را فراهم آورده است.

فازی‌زدایی شاخص قابلیت اعتماد فازی به دست آمده از روش پیشنهادی و مقایسه‌ی آن با شاخص قابلیت اعتماد حاصل از روش‌های کلاسیک، بیانگر تأثیر مهم عدم قطعیت ناشی از ابهام موجود در شاخص‌های آماری متغیرهای تصادفی در

اندازه‌ی شاخص قابلیت اعتماد می‌باشد. بررسی مثال‌های ارائه شده نشان دهنده‌ی اختلاف شاخص قابلیت اعتماد حاصل از روش پیشنهادی این تحقیق با شاخص قابلیت اعتماد حاصل از روش‌های متداول قابلیت اعتماد تا حدود ۱۰٪ می‌باشد که این مسئله مؤید لزوم در نظر گرفتن عدم قطعیت ناشی از ابهام آماری موجود در تعیین توابع توزیع احتمال متغیرهای تصادفی، در روند ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ها است. لذا پیشنهاد می‌شود از این پس روش‌های موجود با توجه به روش پیشنهادی اصلاح شده و اثر عدم قطعیت ناشی از ابهام آماری متغیرها، در روند ارزیابی ایمنی سازه‌ها لحاظ شود.

۷- مراجع

- [1] Graf, W., Sickert, J. U., Steinigen, F., "Numerical Simulation of Structures Using Generalized Models for Data Uncertainty",

- [12] Möller, B., Graf, W., Beer, M., Schneider, R., "Safety Assessment of Structures in View of Fuzzy Randomness", *Computers and Structures*, 2003, 81 (1), 1567-1582.
- [13] Cai, K. Y., Wen, C. Y., Zhang, M. L., "Fuzzy Reliability Modeling of Gracefully Degradable Computing Systems", *Reliability Engineering and System Safety*, 1991, 33 (1), 141-157.
- [14] Madsen, H. O., Krenk, S., Lind, N. C., "Methods of Structural Safety", Dover Publications, New York, 2006.
- [15] Nowak, A. S., Collins, K. R., "Reliability of Structures", McGraw-Hill, 2000.
- [16] Hasofer, A. M., Lind, N. C., "Exact and Invariant Second-Moment Code Format. *Engineering Mechanics*", 1974, 100 (1), 111-121.
- [17] Zhao, Y. G., Ono, T., "Moment Methods for Structural Reliability", *Structural Safety* 2001, 23 (1), 47-75.
- [18] Rashki, M., Miri, M., Azhdary Moghaddam, M., "A New Efficient Simulation Method to Approximate the Probability of Failure and Most Probable Point", *Structural Safety*, 2012, 39 (1), 22-29.
- [19] Zhang, H., "Interval Importance Sampling Method for Finite Element-Based Structural Reliability Assessment under Parameter Uncertainties", *Structural Safety*, 2012, 38 (1), 1-10.
- [20] Timothy, J. R., "Fuzzy Logic with Engineering Applications", Wiley, 3rd Edition, 2010.
- [21] Zhao, Y. G., HuiLu, Z., "Fourth-Moment Standardization for Structural Reliability Assessment", *Structural Engineering*, 2007, 133 (7), 916-924.
- [22] Wang, L., Grandhi, R. V., "Efficient Safety Index Calculation for Structural Reliability Analysis", *Computers and Structures*, 1994, 52 (1), 103-111.
- [2] Schuëller, G. I., "A State of the Art Report on Computational Stochastic Mmechanics", *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1997, 12 (4), 197-321.
- [3] Muhanna, R. L., Mullen, R. L., "Uncertainty in Mechanics Problems: Interval Based Approach", *Engineering Mechanics, ASCE*, 2001, 127 (6), 557-566.
- [4] Ben-Haim, Y., Elishakoff, I., "Convex Models of Uncertainty in Applied Mechanics", Elsevier, Amsterdam, 1990.
- [5] Kwakernaak, H., "Fuzzy Random Variables - I, Definitions and Theorems", *Information Sciences*, 1978, 15 (1), 1-29.
- [6] Kwakernaak, H., "Fuzzy Random Variables II, Algorithms and Examples for the Discrete Case", *Information Sciences*, 1979, 17 (1), 253-278.
- [7] Möller, B., Beer, M., "Fuzzy Randomness - Uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics", Springer Verlag, Berlin, 2004.
- [8] Helton, J. C., Oberkampf, W. L., "Alternative Representations of Epistemic Uncertainty", *Reliability Engineering and System Safety*, 2004, 85 (3), 1-10.
- [9] Möller, B., Beer, M., "Fuzzy Structural Analysis Using α -level Optimization", *Computational Mechanics*, 2000, 26 (6), 547-565.
- [10] Farkas, L., Moens, D., Vandepitte, W., Desmet, D., "Fuzzy Finite Element Analysis Based on Reanalysis Technique", *Structural Safety*, 2010, 32 (6), 442-448.
- [11] Serafinska, A., Kaliske, M., Zopf, C., Graf, W., "A Multi-Objective Optimization Approach with Consideration of Fuzzy Variables Applied to Structural Tire Design", *Computers and Structures*, 2013, 116 (1), 9-17.

EXTENDED ABSTRACT

Calculation of Fuzzy Structural Reliability Index Using α -level Optimization Technique

Mansour Bagheri, Mahmoud Miri *, Naser Shabakhty

Department of Civil Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, P.O. Box 9816745563-161, Iran

Received: 4 March 2013; **Accepted:** 9 September 2013

Keywords:

Reliability index, α -level optimization, Fuzzy reliability

1. Introduction

In structural reliability analysis, we encounter parameters which do not possess constant determined values and are of random and vague identity in nature. Hence, we inevitably face a sort of uncertainty in the safety assessment of structures. The nature of uncertainties and the methods of their modeling in assessing safety of structures have been of researcher's interest for many years [1]. A popular classification of uncertainty distinguishes between aleatory and epistemic uncertainty [2]. Probabilistic methods presuppose sufficient information for determining stochastic input parameters, such as, e.g. expected values, variances, and probability distribution functions. Thus they are only able to account for aleatory uncertainty. Inaccuracies, unreliable data, or uncertainty which cannot be described or insufficiently described statistically can thus only be accounted for approximately. Therefore, probabilistic methods may only be applied to a limited extent. Alternative methods based on fuzzy set theory [3] and the theory of fuzzy random variables [4] have only been applied in past few years which take into account epistemic uncertainty.

The purpose of this paper is to determine fuzzy structural reliability index through modeling epistemic uncertainty arising from ambiguity in statistical parameters of random variables. The fuzziness of the computed safety level characterizes the new quality of the safety assessment compared with probabilistic methods. Meanwhile, the introduction of Fuzzy First Order Reliability Method (FFORM) and its application in evaluating the reliability of structures is under taken by three examples. The developed fuzzy probabilistic concept for the safety assessment of structures provides sophisticated algorithms to take account of uncertainty of different characteristics in a comprehensive way.

2. Methodology

In the proposed method, the form of limit state function is initially determined in the standard normal space. Then, the mean and standard deviation of random variables are modeled as fuzzy triangular numbers and are discretized to their α -cuts. The corresponding α -cuts of all variables constitute a spatial shape which is called the crisp subspace. The entire points inside this subspace are used as inputs to analysis algorithm in order to determine the corresponding interval of the respective fuzzy response for the same α -cuts. Assembling these intervals yields the membership function of fuzzy output. On the other hand knowing the smallest and largest elements, the above interval would be specified. There are two optimum points in the crisp subspace which yield the smallest and largest elements of the aforesaid interval, see Fig. 1. Thus determining these points turns into two simultaneous optimization problems according to Eqs. (1) and (2), aims finding the two optimums in the α -level Optimization technique.

$$z = f(x_1, \dots, x_n) \Rightarrow \text{Max}|(x_1, \dots, x_n) \in X_{\alpha k} \quad (1)$$

$$z = f(x_1, \dots, x_n) \Rightarrow \text{Min}|(x_1, \dots, x_n) \in X_{\alpha k} \quad (2)$$

In the optimization process, condition $(x_1, \dots, x_n) \in X_{\alpha k}$ is considered as a constraint for optimization problems.

* Corresponding Author

E-mail addresses: mnsrbagheri@pgs.usb.ac.ir (Mansour Bagheri), mmiri@eng.usb.ac.ir (Mahmoud Miri), shabakhty@eng.usb.ac.ir (Naser Shabakhty).

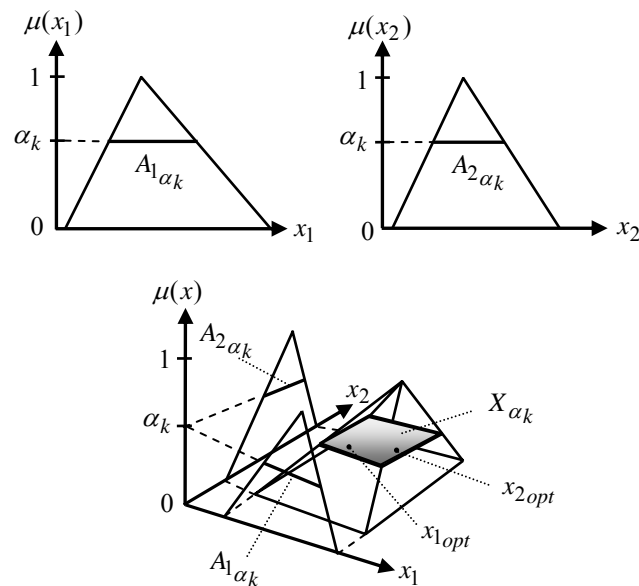


Fig. 1. Optimum points in the crisp subspace

3. Results and discussion

Comparison of the defuzzificated fuzzy reliability indices with classical methods results presented the successful application of α -level optimization technique with verification of the proposed method. Survey results shown that the reliability index obtained from the existing methods only represents a special case of fuzzy method proposed in this paper. Furthermore, neglecting epistemic uncertainties of parameters influencing the structural performance in current probabilistic methods has caused a large error (about 10%) in the reliability index calculation. Hence, taking in to account, the epistemic uncertainty arising from statistical ambiguity in calculation of structural reliability index and correction of all available methods are necessary.

4. Conclusions

In this paper, modeling the epistemic uncertainty of random variables via fuzzy triangular numbers in the FORM reliability method using the alpha level optimization method has been brought into focus. The proposed method is implementable in reliability problems in which all random variables are fuzzy sets and in reliability problems containing non-linear limit state functions and provides a precise acceptable response. The implementation of the proposed method leads to the definition of certain bounds of uncertainty for the reliability index, resulting in more realistic value compared to classic methods. Whiles this uncertainty interval is not taken into account in classic methods of reliability. The implementation of the proposed method with three examples demonstrates its capability in determining fuzzy reliability index. Investigation of results also indicates the accuracy of the proposed method and shows that the classic classic FORM method is only a special case of the proposed FFORM method.

5. References

- [1] Graf, W., Sickert, J. U., Steinigen, F., "Numerical Simulation of Structures Using Generalized Models for Data Uncertainty", Computational Methods and Experimental Measurements, 2009, 8 (4), 511-521.
- [2] Helton, J. C., Oberkampf, W. L., "Alternative Representations of Epistemic Uncertainty", Reliability Engineering and System Safety, 2004, 85 (3), 1-10.
- [3] Timothy, J. R., "Fuzzy Logic with Engineering Applications", Wiley, 3rd Edition, 2010.
- [4] Möller, B., Graf, W., Beer, M., Schneider, R., "Safety Assessment of Structures in View of Fuzzy Randomness", Computers and Structures, 2003, 81 (1), 1567-1582.