

شبیه‌سازی معتبر چسبندگی - لغزش بین میلگرد و بتن

مرتضی مهمی^۱ و وحید بروجردیان^{۲*}

^۱ کارشناس ارشد عمران - زلزله، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران
^۲ استادیار گروه سازه، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

(دریافت: ۹۶/۵/۳۱، پذیرش: ۹۸/۲/۴، نشر آنلاین: ۹۸/۲/۴)

چکیده

رفتار سازه‌های بتن مسلح متأثر از مکانیزم چسبندگی-لغزش بین بتن و میلگرد است. به همین منظور لازم است اثرات چسبندگی-لغزش در تحلیل سازه‌های بتن مسلح لحاظ شود. در این تحقیق، رفتار تنش چسبندگی-لغزش بین میلگرد و بتن مورد بررسی قرار گرفت. برای این کار، از شبیه‌سازی آزمایش‌های بیرون‌کشیدن میلگرد از داخل بتن در نرم‌افزار عناصر محدود آباکوس استفاده شد. دو نمونه آزمایشگاهی برای میلگرد ساده و سه نمونه آزمایشگاهی برای میلگرد آج‌دار با دو حالت طول مهاری کوتاه و بلند به وسیله این نرم‌افزار مدل‌سازی شد. برای لحاظ اثرات چسبندگی-لغزش، از یک روش جدید که مبتنی بر فنرهای غیرخطی است، استفاده شده است. در این شبیه‌سازی گره‌های فولاد به گره‌های بتن مجاور به‌وسیله فنرهای غیرخطی متصل شدند. رفتار این فنرها براساس مدل‌های مختلف چسبندگی-لغزش برای میلگرد ساده و آج‌دار در طول‌های چسبندگی کم و زیاد تنظیم شد. در نمونه‌های با میلگرد ساده، از چهار مدل چسبندگی-لغزش معروف استفاده شد و نتایج به‌دست آمده با منحنی آزمایشگاهی مقایسه شده که طی آن مدل توسعه یافته Melo و همکاران (۲۰۱۴) بهترین انطباق را با نتایج دقیق داشته است. در طرف دیگر از دو مدل چسبندگی-لغزش در نمونه‌های با میلگرد آج‌دار استفاده شد. براساس نتایج به‌دست آمده مشخص شد که استفاده از مدل‌های چسبندگی-لغزش که اثرات تسلیم میلگرد را هم لحاظ می‌کنند برای طول مهاری بلند ضروری است. در نهایت با مقایسه نتایج حاصل از این مدل‌ها با نتایج آزمایشگاهی، از فرآیند شبیه‌سازی معتبر رفتار کامپوزیت حاوی لغزش اطمینان حاصل شد.

کلیدواژه‌ها: بتن مسلح، چسبندگی لغزش، طول مهاری، المان Bond-link، آباکوس.

۱- مقدمه

بتن پس از شکست چسبندگی اولیه شکل می‌گیرد (شکل (۱)). آج‌های روی میلگرد نیروهای فشاری را به بتن انتقال می‌دهند تا به یک بزرگای معینی قبل از خرد شدن یا برش بتن برسد. این نیروهای فشاری را می‌توان به دو مؤلفه نرمال و موازی میلگرد تجزیه کرد. مؤلفه نرمال از یک سو تنش فشاری شعاعی^۱ و از سوی دیگر تنش کششی محیطی^۲ در بتن را رقم می‌زند. اگر مقدار تنش اخیر از مقاومت کششی بتن تجاوز کند، ترک خوردگی شعاعی بتن در اطراف میلگرد شکل می‌گیرد. شکل‌گیری اولین ترک شکافت خوردگی نمایانگر انتهای مرحله دوم انتقال نیرو بین بتن و میلگرد است.

وقوع لغزش بین میلگرد و بتن در سازه‌های بتن مسلح تأثیر قابل توجهی در رفتار استاتیکی و دینامیکی این سازه‌ها دارد. به‌طور کلی، لغزش بین میلگرد و بتن منجر به عدم سازگاری کرنش‌ها بین این دو و در مجموع باعث کاهش سختی و افزایش تغییر شکل در عضو بتن مسلح می‌شود. این در حالی است که در بسیاری از تحلیل‌های عددی، برای سهولت تحلیل، فرض چسبندگی کامل بین میلگرد و بتن مبنای کار قرار می‌گیرد. برای لحاظ پدیده لغزش، نیاز به استفاده از مدل‌های رفتاری تنش چسبندگی-لغزش است. دو مکانیزم انتقال تنش بین میلگرد و بتن وجود دارد. اولین روش انتقال نیرو یا اولین سطح چسبندگی به چسبندگی شیمیایی و فیزیکی و زبری میکروسکوپی سطح میلگرد مربوط می‌شود. دومین روش انتقال نیرو، به‌وسیله درگیری آج میلگرد با

2. Circumferential stress (Hoop stress)

1. Radial stress

*نویسنده مسئول؛ شماره تماس: ۰۲۱-۷۷۲۴۰۳۹۹

آدرس ایمیل: m.mohemmy@yahoo.com (م. مهمی)، broujerdian@iust.ac.ir (و. بروجردیان).

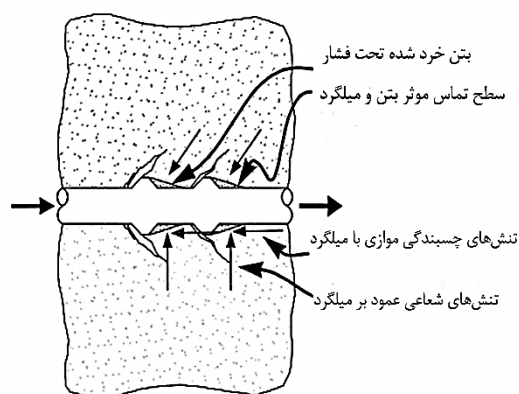
Zhou و همکاران (۲۰۱۷) اثر کرنش فولاد را در مدل چسبندگی لغزش وارد کردند. به تدریج پارامترهای دیگری مانند کرنش فولاد، قطر میلگرد، کرنش بتن و آسیب‌دیدگی بتن وارد مدل‌های رفتاری چسبندگی شده است (Mirza و Houde، ۱۹۷۹؛ Marti و همکاران، ۱۹۹۸؛ Ožbolt و همکاران، ۲۰۰۲؛ Lowes و همکاران، ۲۰۰۴؛ Wu و Gilbert، ۲۰۰۹؛ Santos و Henriques، ۲۰۱۵؛ Dehestani و همکاران، ۲۰۱۷).

اخیراً مدل‌های چسبندگی لغزش زیادی برای بتن‌های پرمقاومت ارائه شده است (Sulaiman و همکاران، ۲۰۱۷). همچنین تحلیل‌هایی بر روی رفتار دینامیکی چسبندگی-لغزش بین میلگرد و بتن صورت گرفته است (Panteki و همکاران، ۲۰۱۷). در تحقیقی توسط شجاعی‌فر و فرزام (۱۳۹۳) تأثیر چسبندگی-لغزش بین میلگرد و بتن با استفاده از مدل‌های شبکه‌ای مورد بررسی قرار گرفت که نشان داد مدل‌های چسبندگی-لغزش مختلف تأثیرات متفاوتی در عرض و نحوه انتشار ترک دارند.

میری و همکاران (۱۳۹۷) به تأثیر میزان خوردگی خاموت و میلگردهای کششی بر رفتار تیرهای بتن مسلح پرداختند که در این تحقیق اهمیت چسبندگی لغزش در گسیختگی نمونه‌ها مشخص شد. واضح است که با افزایش تعداد پارامترهای مدل، استفاده از آن برای مقاصد آیین‌نامه‌ای و مهندسی دشوارتر می‌شود. به‌هرحال، پس از انتخاب مدل رفتاری مناسب، چالش بعدی نحوه پیاده‌سازی آن در نرم‌افزار المان محدود برای شبیه‌سازی رفتار یک عضو بتن مسلح است. دو روش رایج برای مدل‌سازی رفتار چسبندگی-لغزش بین میلگرد و بتن در تحلیل اجزای محدود وجود دارد:

۱) روش المان رابط (Ngo و Scordelis، ۱۹۶۷) که در آن از المان‌های فتری مجزا با مشخصات مکانیکی معین استفاده می‌شود، و ۲) روش ناحیه اتصال (DeGroot و همکاران، ۱۹۸۱ و Alsheghri و Al-Rub، ۲۰۱۶) که در آن المان چسبندگی ارتباط پیوسته‌ای بین بتن و فولاد به‌وجود می‌آورد. در هر یک از روش‌های مورد اشاره، تنظیم پارامترهای المان تماس برای انطباق با مدل رفتاری کار دشواری است.

در تحقیق حاضر، با استفاده از نرم‌افزار عناصر محدود آباکوس (ABAQUS، ۲۰۱۰) و بهره‌گیری از روش شبیه‌سازی چسبندگی-لغزش ارائه شده در این مقاله که مبتنی بر المان رابط به عنوان المان تماس است، شبیه‌سازی معتبری از آزمایش بیرون کشیدن میلگرد از بتن، ارائه می‌شود. بر این اساس، برخی از مدل‌های رایج چسبندگی-لغزش برای میلگردهای ساده و آج‌دار ارزیابی و نقاط



شکل ۱- ایده‌آل‌سازی ناحیه اتصال

در میلگردهای ساده، معمولاً شکست از نوع بیرون کشیدن^۳ است. اما در میلگردهای آج‌دار، علاوه بر چسبندگی شیمیایی و پایداری اصطکاکی، درگیری بین بتن و آج میلگرد باعث افزایش تنش چسبندگی و کاهش لغزش می‌شود و بسته به طول مهار، شکست می‌تواند از نوع بیرون کشیدن میلگرد و یا شکافت خوردگی بتن^۴ باشد.

دو حالت برای تنش چسبندگی وجود دارد. در حالت اول، که معمولاً برای میلگردهایی با طول مهار کوتاه متصور است، تنش چسبندگی و لغزش در طول محور میلگرد ثابت فرض می‌شود. در حالت دوم، که معمولاً برای میلگردهای با طول مهار زیاد متصور است، تنش چسبندگی و لغزش تابعی از مختصات محلی میلگرد فرض می‌شود. وقتی طول میلگرد مدفون در بتن از پنج برابر قطر میلگرد بزرگ‌تر نباشد، طول مهار کم و در غیر این صورت، طول مهار زیاد محسوب می‌شود (Ruiz، ۲۰۱۷).

تاکنون مدل‌های چسبندگی لغزش بسیاری برای میلگردهای ساده و آج‌دار با طول مهار کم و زیاد ارائه شده است. برخی از فرمول‌بندی‌ها اثرات سخت‌شدگی کششی^۵ پس از تسلیم را در محاسبات منظور می‌کنند. به این منظور، پارامترهای کرنش فولاد، کرنش بتن و آسیب‌دیدگی بتن وارد مدل‌های رفتاری چسبندگی شده است. مدل‌های اولیه تنش چسبندگی را به صورت تابعی از مقاومت فشاری بتن و مقدار لغزش در نظر می‌گرفتند (Giampi و همکاران، ۱۹۸۶).

اولین بار Shima و همکاران (۱۹۸۷) یک مدل چسبندگی با اثرات کرنش فولاد، قطر میلگرد و مقاومت بتن پیشنهاد کردند. پس از آن Marti و همکاران (۱۹۹۸) یک مدل با فرض رفتار چسبندگی لغزش صلب پلاستیک ارائه کردند که با رسیدن فولاد به حد تسلیم، تنش چسبندگی به نصف مقدار اولیه کاهش می‌یابد.

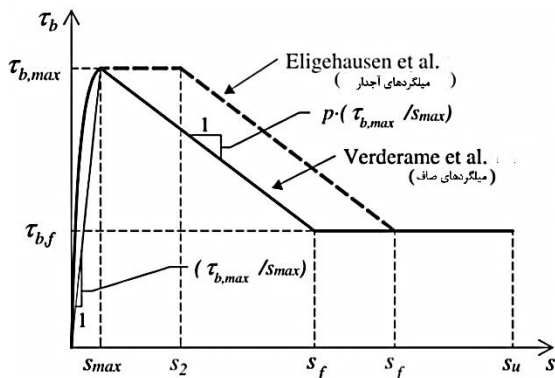
$$\tau_{b,max} = k \times \sqrt{f_c} \times f_y \quad (2)$$

$$k = -3.63 \times 10^{-5} \times \left(\frac{l_{emb}}{\phi}\right)^2 + 1.75 \times 10^{-3} \times \left(\frac{l_{emb}}{\phi}\right) + 0.0178 \quad (3)$$

که در آن f_c مقاومت فشاری بتن، f_y تنش تسلیم میلگرد، ϕ قطر میلگرد، l_{emb} طول مهار، $\tau_{b,max}$ تنش چسبندگی حداکثر و S_{max} لغزش حداکثر است. سایر پارامترهای مدل عبارتند از:

$$S_{max} = 0.23 \text{ mm}, \alpha = 0.26, \tau_{b,max} = 0.31 \sqrt{f_c}$$

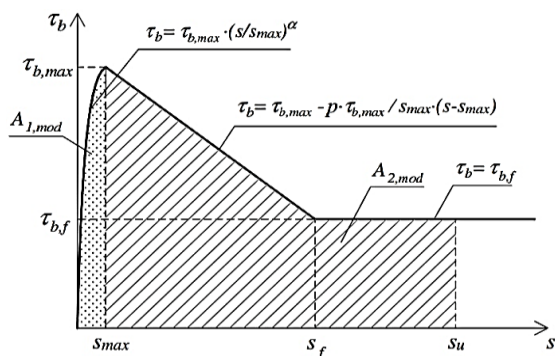
$$\tau_{b,max} = 0.43 \tau_{b,f}, p = 0.06$$



شکل ۳- مدل تنش چسبندگی - لغزش Verderame (Verderame GM و همکاران، ۲۰۰۹)

• مدل اصلاح شده Verderame^۷

این مدل با ایجاد تغییراتی در پارامترهای مدل Verderame (Verderame GM و همکاران، ۲۰۰۹) به وجود آمد (شکل (۴)). پارامترهای این مدل به وسیله روابط (۲) تا (۹) بیان می شود.



شکل ۴- مدل تنش چسبندگی - لغزش Verderame اصلاح شده (Verderame و همکاران، ۲۰۰۹)

قوت و ضعف آن‌ها استخراج می شود. همچنین اعتبار روش شبیه سازی پیشنهادی بررسی می شود.

۲- مدل های چسبندگی - لغزش در میلگرد ساده و آجدار

مدل های چسبندگی - لغزش استفاده شده در این تحقیق برای میلگردهای ساده و آجدار، در این بخش تشریح می شوند.

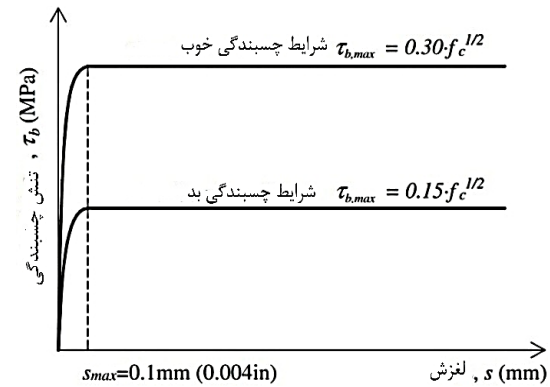
۱-۲- مدل های چسبندگی - لغزش برای میلگردهای ساده

• مدل FIP ۲۰۰۰^۶

CEB-FIP (CEB-FIP 2000) یک منحنی چسبندگی - لغزش را برای میلگرد ساده ارائه کرده است که در (شکل (۲)) نشان داده شده است. این مدل شامل یک شاخه اولیه غیرخطی تا مقدار S_{max} است که به وسیله رابطه (۱) بیان می شود و سپس با یک شاخه ثابت ادامه می یابد.

$$\tau_b = \tau_{b,max} (S/S_{max})^\alpha \quad (1)$$

که در آن $\alpha = 0.5$ ، $S_{max} = 0.1 \text{ mm}$ و $\tau_{b,max}$ ماکزیمم تنش چسبندگی است که برای شرایط چسبندگی خوب مساوی $0.3 \sqrt{f_c}$ و برای شرایط چسبندگی ضعیف مساوی با $0.15 \sqrt{f_c}$ است که در آن f_c مقاومت فشاری بتن است.



شکل ۲- مدل تنش چسبندگی - لغزش FIP ۲۰۰۰ (CEB-FIP، ۲۰۰۰)

• مدل Verderame

Verderame و همکاران (۲۰۰۹) یک سری آزمایش بیرون کشیدن میلگرد تحت بارگذاری یکنواخت و چرخه‌ای برای میلگرد ساده انجام دادند. براساس نتایج به دست آمده در تحقیق مزبور، مدل چسبندگی - لغزش Ciampi و همکاران (۱۹۸۱) برای میلگرد آجدار اصلاح شد (شکل (۳)). ماکزیمم تنش چسبندگی در این مدل از روابط (۲) و (۳) به دست می آید.

۲-۲- مدل های چسبندگی - لغزش در میلگرد آجدار

• مدل FIP ۹۰^۸

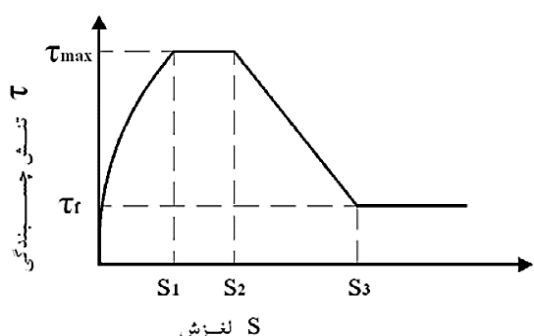
این مدل توسط Ciampi و همکاران (۱۹۸۱) ارائه شده و توسط روابط (۱۵) تا (۱۸)، شکل (۶) و جدول (۱) بیان می شود.

$$\tau_b = \tau_{max} \left(\frac{S}{S_1}\right)^\alpha \quad 0 \leq S \leq S_1 \quad (15)$$

$$\tau = \tau_{max} S_1 \leq S \leq S_2 \quad (16)$$

$$\tau = \tau_{max} - (\tau_{max} - \tau_f) \left(\frac{S-S_2}{S_3-S_2}\right) S_2 \leq S \leq S_3 \quad (17)$$

$$\tau = \tau_f S_3 \leq S \quad (18)$$



شکل ۶- مدل تنش چسبندگی - لغزش FIP ۹۰ (Ciampi و همکاران، ۱۹۸۱)

جدول ۱- پارامترهای مدل FIP ۹۰ (Ciampi و همکاران، ۱۹۸۱)

بتن محصور نشده *		بتن محصور شده **		
شرایط چسبندگی خوب	دیگر شرایط چسبندگی	شرایط چسبندگی خوب	دیگر شرایط چسبندگی	
0.6 mm	0.6 mm	1 mm	1 mm	S ₁
0.6 mm	0.6 mm	3 mm	3 mm	S ₂
1 mm	2.5 mm	فاصله آجها	فاصله آجها	S ₃
0.4	0.4	0.4	0.4	α
2√f _c	1√f _c	1.25√f _c	2.5√f _c	τ _{max}
0.15τ _{max}	0.15τ _{max}	0.4τ _{max}	0.4τ _{max}	τ _f

* گسیختگی به علت شکافت خوردگی بتن
** گسیختگی به علت برش بتن بین آجها

• مدل Haskett و همکاران (۲۰۰۸)

این مدل بر مبنای مدل CEB-FIP ۹۰ ارائه شد که با روابط (۱۹) و (۲۰) بیان می شود. در این رابطه τ_{max} تنش چسبندگی ماکزیمم و S₁ = 1.5 mm و S_{max} = 15mm است (شکل (۷)).

$$\tau_b = \tau_{max} \left(\frac{S}{S_1}\right)^{0.4} \quad 0 \leq S \leq S_1 \quad (19)$$

$$\tau = \tau_{max} \left(\frac{S_{max} - S}{S_{max} - S_2}\right) S_1 \leq S \leq S_{max} \quad (20)$$

$$\tau_{b,f} = 0.41 \times \tau_{b,max} \quad (4)$$

$$\alpha = 1.9 \times 10^{-4} \times \left(\frac{l_{emb}}{\phi}\right)^2 + 0.088 \quad (5)$$

$$S_{max} = 9.1 \times 10^{-4} \times \left(\frac{l_{emb}}{\phi}\right) + 0. \quad (6)$$

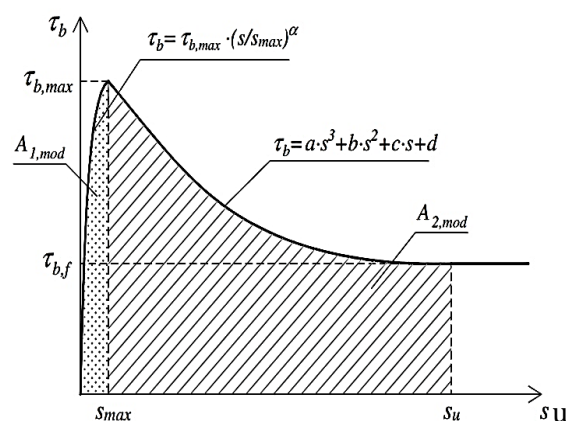
$$P = (2.7 \times 10^{-7} \times l_{emb}^2 - 2.6 \times 10^{-5} \times l_{emb} + 0.027) \quad (7)$$

$$S_f = \frac{S_{max} \times (\tau_{b,max} + P \times \tau_{b,max} - \tau_{b,f})}{P \times \tau_{b,max}} \quad (8)$$

$$A_{2,mod} = 5.1 \times \tau_{b,max} + 0.51 \quad (9)$$

• مدل Melo و همکاران (۲۰۱۴)

این مدل مشابه مدل Verderame اصلاح شده است فقط شاخه نزولی منحنی با یک معادله درجه ۳ که به وسیله روابط (۱۰) تا (۱۴) بیان می شود جایگزین شده است (شکل (۵)).



شکل ۵- مدل تنش چسبندگی - لغزش Melo و همکاران (۲۰۱۴)

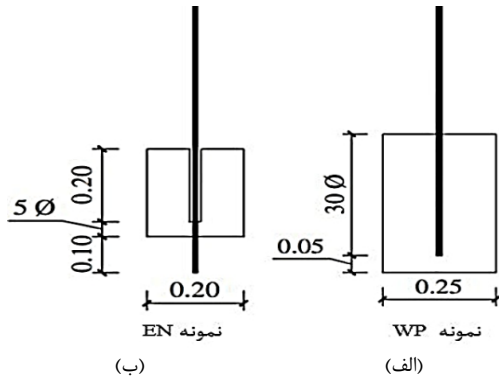
$$\tau_b = a \times S^3 + b \times S^2 + c \times S + d \quad (10)$$

$$a = \frac{4 \times (3 \times A_{2,mod} + (S_{max} - 10) \times (\tau_{b,max} + 2 \times \tau_{b,f}))}{(S_{max} - 10)^4} \quad (11)$$

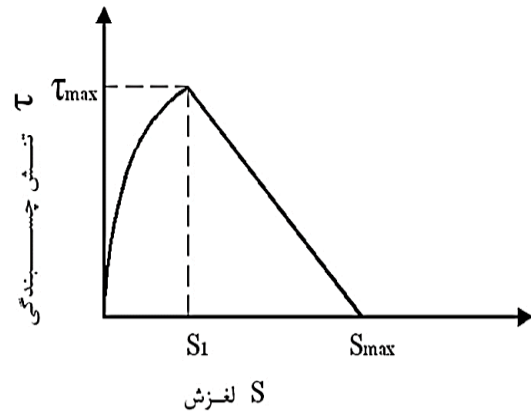
$$b = \frac{[-3 \times (4 \times A_{2,mod} \times (20 + S_{max}) + (S_{max} - 10) \times ((30 + S_{max}) \times \tau_{b,max} + (50 + 3 \times S_{max}) \times \tau_{b,f}))]}{(S_{max} - 10)^4} \quad (12)$$

$$c = \frac{[60 \times (4 \times A_{2,mod} \times (5 + S_{max}) + (S_{max} - 10) \times ((10 + S_{max}) \times \tau_{b,max} + (10 + 3 \times S_{max}) \times \tau_{b,f}))]}{(S_{max} - 10)^4} \quad (13)$$

$$d = \frac{(-100 \times (10 + 3 \times S_{max}) \times \tau_{b,max} + S_{max} \times (S_{max}^2 - 30 \times S_{max} - 600) \times \tau_{b,f}) + (S_{max} - 10) - 1200 \times A_{2,mod} \times S_{max}}{(S_{max} - 10)^4} \quad (14)$$



شکل ۸- نمونه‌های آزمایشگاهی Pull out برای میلگرد ساده (Melo و همکاران، ۲۰۱۴)



شکل ۷- مدل تنش چسبندگی- لغزش Haskett (Haskett و همکاران، ۲۰۰۸)

۳-۲- آزمایش‌های مربوط به میلگرد آج‌دار

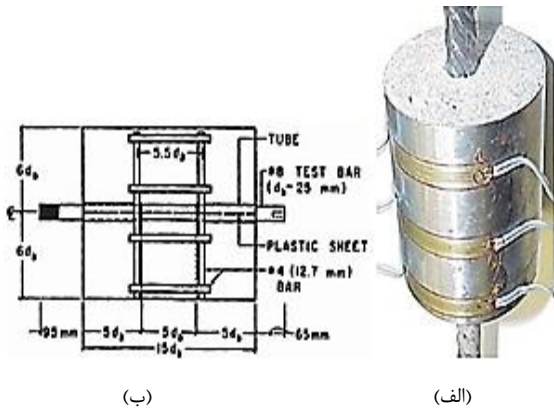
برای مدل‌سازی آزمایش بیرون کشیدن میلگرد آج‌دار از بتن، از آزمایش‌های Lettow و Eligehausen (۲۰۰۴) و Ciampi و همکاران (۱۹۸۱) برای طول مهاری کم (شکل (۹)) و آزمایش‌های Bigaj و همکاران (۱۹۹۹) برای طول مهاری زیاد (شکل (۱۰)) استفاده شد.

۳-۳- معرفی داده‌های آزمایشگاهی

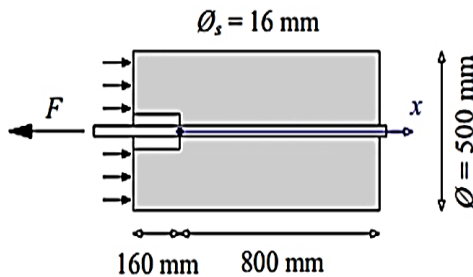
برای ارزیابی مدل‌های چسبندگی- لغزش موجود و نیز اعتبارسنجی مدل پیشنهادی از برخی نتایج آزمایش‌های موجود در زمینه بیرون کشیدن میلگرد از بتن استفاده شد. در ادامه، جزئیات این آزمایش‌ها معرفی شده است.

۳-۱- آزمایش‌های مربوط به میلگرد ساده

برای مدل‌سازی آزمایش بیرون کشیدن میلگرد صاف از بتن، از آزمایش‌ها Melo و همکاران (۲۰۱۴) برای دو حالت طول مهاری کم و زیاد استفاده شده است.



شکل ۹- نمونه‌های آزمایشگاهی Pull out برای میلگرد آج‌دار با طول مهاری کم: الف) آزمایش‌های Lettow و Eligehausen (۲۰۰۴)، ب) آزمایش‌های Ciampi و همکاران (۱۹۸۱)



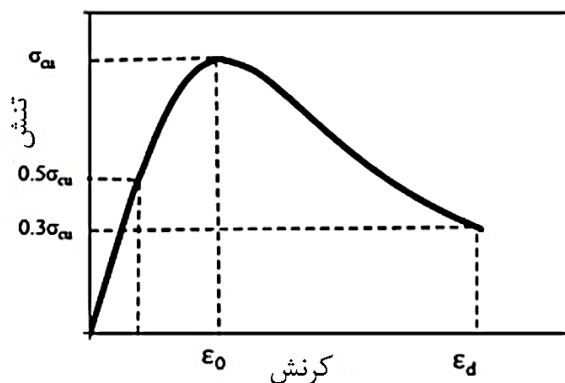
شکل ۱۰- نمونه‌های آزمایشگاهی Pull out برای میلگرد آج‌دار با طول مهاری زیاد (Bigaj، ۱۹۹۹)

• نمونه WP - Ø10

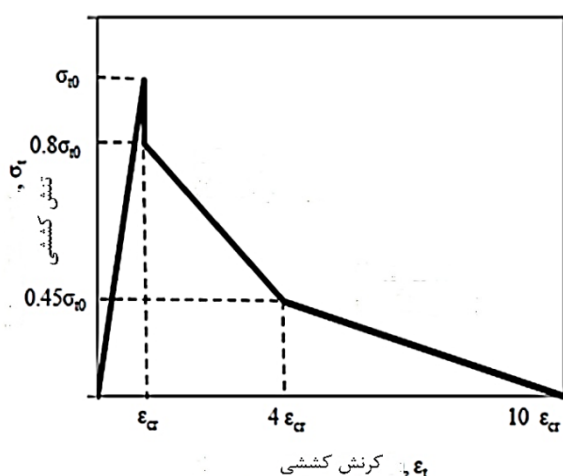
مشخصات این نمونه با طول مهاری زیاد، که در شکل (۸-الف) نمایش داده شده است، عبارت‌اند از: مقاومت فشاری بتن $f_c = 15.8 MPa$ ، تنش تسلیم فولاد $f_y = 427 MPa$ ، ابعاد $250 \times 250 mm$ ، قطر میلگرد $\phi_s = 10 mm$ ، طول مهاری $l_{emb} = 30\phi_s$

• نمونه EN - Ø12

مشخصات این نمونه با طول مهاری کم، که در شکل (۸-ب) نمایش داده شده است، عبارت‌اند از: مقاومت فشاری بتن $f_c = 15.8 MPa$ ، تنش تسلیم فولاد $f_y = 405 MPa$ ، ابعاد $200 \times 200 mm$ ، قطر میلگرد $\phi_s = 10 mm$ ، طول مهاری $l_{emb} = 5\phi_s$



شکل ۱۱- مدل ساختاری رفتار فشاری بتن (Hsu و Hsu، ۱۹۹۴)



شکل ۱۲- مدل ساختاری رفتار کششی بتن (Nayal و Rasheed، ۲۰۰۶)

۳-۴- مدل سازی چسبندگی - لغزش

برای شبیه سازی تماس بین میلگرد و بتن از المان Bond-link استفاده شده که هیچ گونه بعد فیزیکی ندارد و دو گره با مختصات یکسان را با فنرهای غیرخطی به هم وصل می کند (شکل (۱۳)). با اختصاص منحنی نیرو- تغییر مکان به این فنرها، می توان چسبندگی- لغزش بین بتن و میلگرد مجاور را شبیه سازی کرد که نیروی هر فنر از حاصل ضرب تنش چسبندگی در سطح بارگیر فنر به دست می آید. دقت این شبیه سازی بستگی به تعداد فنرها دارد، در صورتی که از فنرهای زیاد با فاصله کم استفاده شود، شبیه سازی از دقت بالایی برخوردار خواهد شد. در این پژوهش به دلیل شبیه سازی سه بعدی میلگرد و بتن و برای افزایش دقت، در هر ۵ میلی متر از طول میلگرد از ۴ فنر غیرخطی برای اتصال بتن به میلگرد مطابق شکل های (۱۴)، (۱۵) و (۱۶) استفاده شده است.

• آزمایش Elgehausen و Lettow (۲۰۰۴)

این آزمایش برای طول مهاری کم با مشخصات زیر انجام شده است: قطر نمونه $D=60\text{mm}$ ، مقاومت فشاری $f_c = 21\text{MPa}$ ، بتن، $\phi_s = 12\text{mm}$ قطر میلگرد، $l_{emb} = 5\phi_s$ طول مهاری، $f_y = 500\text{MPa}$ تنش تسلیم فولاد، ضخامت حلقه فولادی دور نمونه $t=0.8\text{mm}$ (شکل (۹-الف)).

• آزمایش Ciampi و همکاران (۱۹۸۱)

این آزمایش برای طول مهاری کم با مشخصات زیر استفاده شده است: ابعاد نمونه $300 \times 300\text{mm}$ ، مقاومت فشاری بتن $f_c = 30\text{MPa}$ ، قطر میلگرد $\phi_s = 12\text{mm}$ ، طول مهاری $l_{emb} = 5\phi_s$ ، تنش تسلیم فولاد $f_y = 420\text{MPa}$ (شکل (۹-ب)).

• آزمایش Bigaj و همکاران (۱۹۹۹)

این آزمایش برای طول مهاری زیاد استفاده شده است که دارای مشخصات زیر است: قطر نمونه $D=60\text{mm}$ ، $f_c = 27\text{MPa}$ مقاومت فشاری بتن، $\phi_s = 16\text{mm}$ قطر میلگرد، $l_{emb} = 50\phi_s$ طول مهاری، $f_y = 500\text{MPa}$ تنش تسلیم فولاد (شکل (۱۰)).

۴- مدل سازی عددی

برای مدل سازی آزمایش های بیرون کشیدن میلگرد از بتن، از نرم افزار اجزا محدود آباکوس استفاده شد. جزئیات مدل سازی در این بخش تشریح شده است.

۴-۱- مدل سازی رفتار بتن

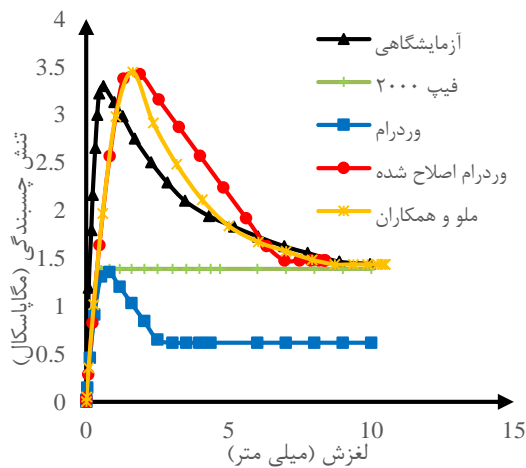
برای مدل سازی رفتار بتن در مدل اجزا محدود، به طور گسترده ای از مدل پلاستیسیته آسیب بتن استفاده می شود (Lubliner و همکاران، ۱۹۸۹). در این تحقیق نیز از همین مدل استفاده شد. در این مدل دو مکانیزم خرابی عمده به صورت ترک- خوردگی ناشی از کشش و خردشدگی ناشی از فشار در مصالح بتنی در نظر گرفته می شود. مدل های ساختاری به کار گرفته شده برای رفتار فشاری و کششی بتن به ترتیب در شکل های (۱۱) و (۱۲) نشان داده شده اند.

۴-۲- مدل سازی رفتار فولاد

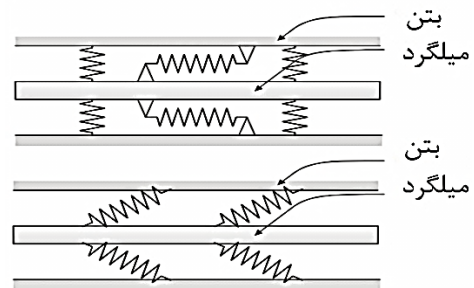
برای مدل سازی رفتار فولاد از مدل الاستوپلاستیک^۹ استفاده شده است.

۵- ارزیابی و صحت‌سنجی مدل‌های عددی برای میلگرد ساده

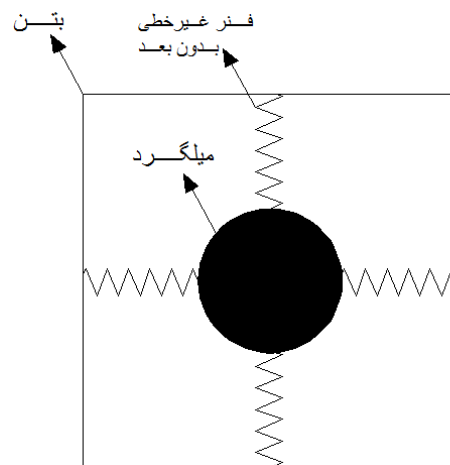
در این بخش با مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نتایج مدل‌های عددی، مدل‌های چسبندگی- لغزش موجود در میلگرد صاف، ارزیابی می‌شوند. شکل‌های (۱۷) و (۱۸) منحنی‌های آزمایشگاهی و عددی تنش چسبندگی- لغزش میلگرد ساده را به ترتیب برای نمونه‌های WP- $\phi 10$ و EN- $\phi 12$ نشان می‌دهد. در هر دو نمونه از چهار مدل رفتاری چسبندگی پیش‌گفته برای میلگردهای ساده استفاده شده است. مقایسه منحنی‌های عددی و آزمایشگاهی نشان می‌دهد که مدل‌های Verderame و FIP ۲۰۰۰، مقدار تنش چسبندگی حداکثر را بسیار کم‌تر از واقع برآورد می‌کند. این اختلاف در نمونه EN- $\phi 12$ نسبت به نمونه WP- $\phi 10$ کم‌تر است. علت این اختلاف در مدل‌های عددی و آزمایشگاهی اثرات عوامل مختلف مانند طول مهاری میلگرد، قطر میلگرد و تنش تسلیم میلگرد است. تأثیر عوامل مزبور در مدل‌های Verderame و FIP ۲۰۰۰ لحاظ نشده است. درحالی‌که، مدل‌های Verderame اصلاح شده و Melo اثرات مزبور را لحاظ می‌کنند. همان‌طور که در شکل‌های (۱۷) و (۱۸) دیده می‌شود، دو مدل اخیر انطباق مناسبی را با نمونه‌های آزمایشگاهی دارند. به‌ویژه در شاخه نزولی منحنی چسبندگی لغزش در هر دو نمونه EN- $\phi 12$ و WP- $\phi 10$ ، مدل Melo و همکاران، نسبت به مدل Verderame اصلاح شده به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک‌تر است. یکی از دستاوردهای این قسمت، اطمینان از صحت فرآیند تکنیک شبیه‌سازی چسبندگی- لغزش به‌کار گرفته شده در نرم‌افزار آباکوس در این تحقیق است.



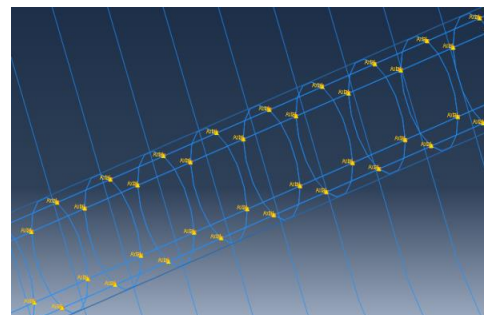
شکل ۱۷- مقایسه منحنی آزمایشگاهی تنش چسبندگی- لغزش با منحنی عددی برای نمونه WP- $\phi 10$



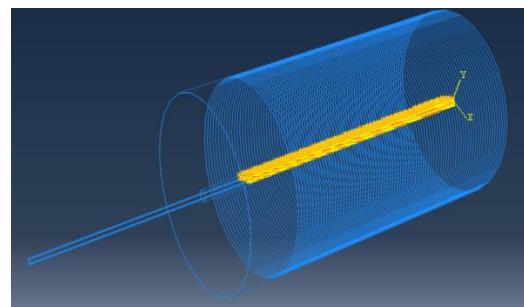
شکل ۱۳- المان Bond-link



شکل ۱۴- اتصال بتن به میلگرد با چهار فنر غیرخطی

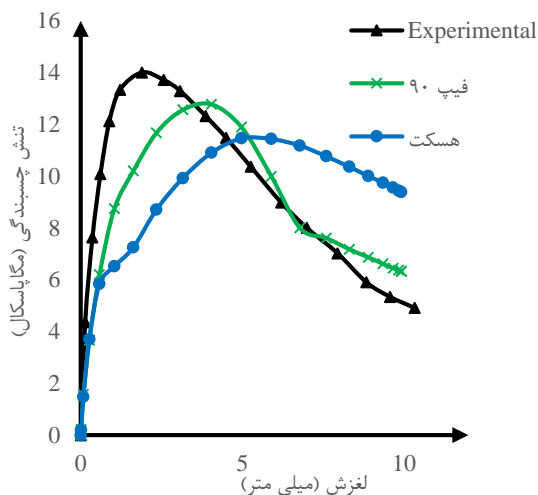


شکل ۱۵- آرایش فنرهای غیرخطی در طول میلگرد

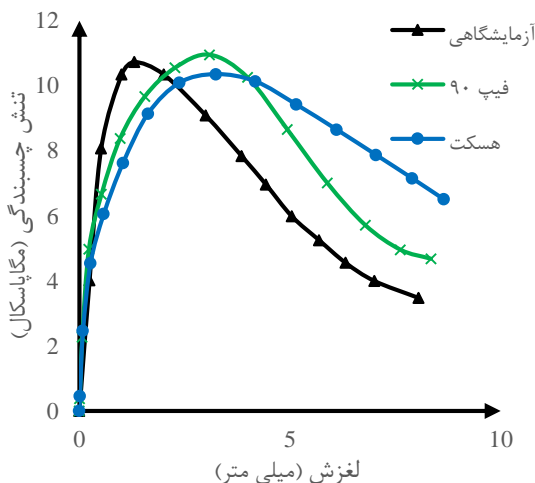


شکل ۱۶- شبیه‌سازی آزمایش بیرون کشی و چسبندگی- لغزش

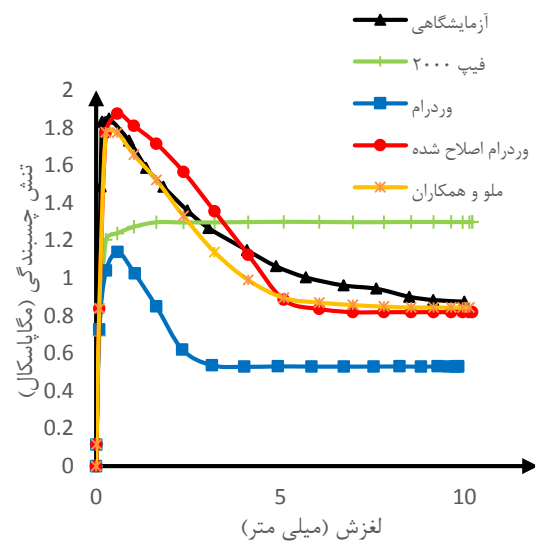
مدل عددی با مقادیر آزمایشگاهی اختلاف دارد. اما با افزایش x تقریباً منحنی مدل‌های عددی به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک می‌شود. دلیل اختلاف مقادیر لغزش در ابتدای x در منحنی آزمایشگاهی با دو مدل عددی، اثرات کرنش فراتسلیم فولاد است. هنگامی که فولاد به حد تسلیم می‌رسد تنش چسبندگی کاهش یافته و لغزش افزایش می‌یابد و به دلیل این که در دو مدل عددی Haskett و CEB-FIP 90 اثرات کرنش فراتسلیم فولاد وجود ندارد این اختلاف در ابتدای x با مقادیر آزمایشگاهی دیده می‌شود.



شکل ۱۸- مقایسه منحنی آزمایشگاهی تنش چسبندگی لغزش با منحنی‌های عددی برای نمونه‌های آزمایشگاهی Ciampi و همکاران (۱۹۸۱)



شکل ۱۹- مقایسه منحنی آزمایشگاهی تنش چسبندگی لغزش با منحنی‌های عددی برای نمونه‌های آزمایشگاهی Lettow و Eligehausen (۲۰۰۴)



شکل ۲۰- مقایسه منحنی آزمایشگاهی تنش چسبندگی لغزش با منحنی عددی برای نمونه EN-φ12

۶- ارزیابی و صحت‌سنجی مدل‌های عددی برای میلگرد آج‌دار

همان‌طور که در بخش ۲-۴ تشریح شد، در خصوص میلگرد آج‌دار، از نمونه‌های آزمایشگاهی Ciampi و همکاران (۱۹۸۱)، Lettow و Eligehausen (۲۰۰۴) برای طول مهاری کم و آزمایش Bigaj و همکاران (۱۹۹۹) برای طول مهاری زیاد استفاده شد. برای مدل‌سازی عددی همه نمونه‌ها، از مدل رفتاری چسبندگی پیشنهادی این پژوهش در کنار مدل‌های پیش‌گفته FIP ۹۰ و Haskett برای میلگردهای آج‌دار استفاده شده است. شکل‌های (۱۹) و (۲۰) مقایسه نتایج آزمایشگاهی تنش چسبندگی- لغزش میلگرد با مدل‌های عددی را به ترتیب برای نمونه‌های آزمایشگاهی Ciampi و همکاران (۱۹۸۱) و Lettow و Eligehausen (۲۰۰۴) نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل‌ها دیده می‌شود، در لغزش بسیار کم (حدود 0.5mm) منحنی‌های مربوط به دو مدل عددی دیگر با منحنی آزمایشگاهی انطباق خوبی دارد. اما در تخمین حداکثر تنش چسبندگی و در خصوص رفتار پس از اوج تنش چسبندگی- لغزش، مدل FIP 90 نسبت به مدل Haskett نتایج بهتری را نشان می‌دهد. شکل (۲۱) نمودارهای آزمایشگاهی و عددی مقادیر لغزش در برابر موقعیت میلگرد، x را برای نمونه Bigaj و همکاران (۱۹۹۹) نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، مقدار لغزش در طول میلگرد با تغییرات زیادی همراه است. به طوری که در منحنی آزمایشگاهی، مقادیر لغزش در ابتدای میلگرد، $x = 0$ حدود 5mm است و این مقدار با شدت زیادی کاهش یافته تا در حدود $x = 300 \text{ mm}$ به صفر می‌رسد. مدل‌های عددی استفاده شده برای این نمونه، Haskett و FIP ۹۰ است. در ابتدای x مقادیر لغزش در این دو

به رفتار واقعی اندرکنش میلگرد ساده در بتن نزدیک تر است.
۳- در زمینه رفتار چسبندگی میلگرد آجدار برای حالت طول مهاری زیاد، منحنی آزمایشگاهی لغزش در برابر موقعیت میلگرد با دو مدل عددی FIP ۹۰ و Haskett مقایسه شد. هر دو مدل عددی در ابتدای منحنی اختلاف زیادی را با منحنی آزمایشگاهی نشان دادند. دلیل این اختلاف، جاری شدن میلگرد در وضعیت طول مهاری زیاد است که منجر به کاهش تنش چسبندگی و افزایش لغزش می شود.

۴- به دلیل این که مدل های FIP ۹۰ و Haskett اثرات کرنش فولاد را لحاظ نمی کنند، مدل های مناسبی برای حالت طول مهاری زیاد نیستند و در این حالت باید از مدل هایی که اثرات کرنش فولاد و به ویژه کرنش فراتسلیم را مانند FIP ۲۰۱۰^۱ لحاظ می کنند استفاده کرد.

۵- در نهایت نتایج به دست آمده از مدل سازی آزمایش بیرون-کشی در میلگرد صاف و آجدار نشان می دهد که روش شبیه سازی تنش چسبندگی- لغزش بیان شده در این تحقیق روشی بسیار مناسب برای در نظر گرفتن اندرکنش تماسی بین بتن و فولاد ساده و آجدار است. در صورت توسعه دادن این روش در کرنش فراتسلیم میلگرد، می توان از آن در مطالعات بیشتری استفاده کرد.

۸- مراجع

شجاعی فرح، فرزام م، "بررسی تأثیر چسبندگی لغزش بر ترک خوردگی تیرهای بتن آرمه با استفاده از مدل های شبکه ای"، نشریه مهندسی عمران و محیط زیست، ۱۳۹۳، ۴۴ (۳)، ۷۶، ۲۷-۳۷.

میری م، نظام دوست م، بهشتی نژاد ح، "تأثیر میزان خوردگی خاموت و میلگردهای کششی بر رفتار تیرهای بتن مسلح"، نشریه مهندسی عمران و محیط زیست، ۱۳۹۹، ۵۰ (۲)، ۹۹، ۶۱-۷۰.

ABAQUS v.6.10., "Standard User's Manual", Hibbitt, Karlsson & Sorensen Incorporation, 2010.

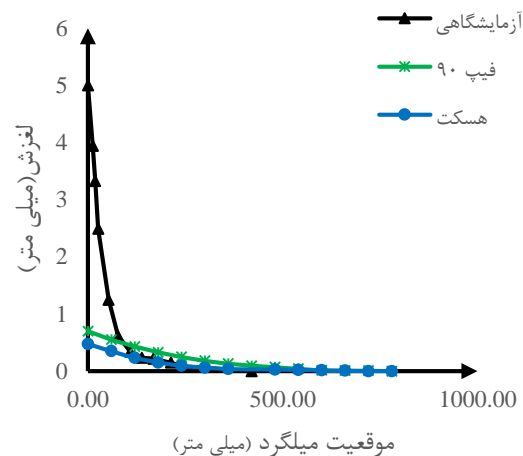
Alsheghri AA, Al-Rub RK, "Finite element implementation and application of a cohesive zone damage-healing model for self-healing materials", Engineering Fracture Mechanics, 2016, 163 (9), 1-22.

Bigaj AJ, "Structural dependence of rotation capacity of plastic hinges in RC beams and slabs", PhD thesis. Poland, Warsaw University of Technology, 1999.

CEB-FIP, "CEB-FIP Model Code 1990: Design Code", London: Telford, 1990.

CEB-FIP, "Bulletin 10: bond of reinforcement in concrete-state-of-art", International Federation for Structural Concrete, Lausanne, 2000.

Ciampi V, Eligehausen R, Bertero V, Popov EP, "Analytical model for deformed-bar bond under



شکل ۲۱- مقایسه منحنی آزمایشگاهی لغزش موقعیت میلگرد با منحنی عددی برای نمونه Bigaj و همکاران (۱۹۹۹)

۷- نتیجه گیری

در این تحقیق، با شبیه سازی آزمایش ها موجود در زمینه بیرون کشیدن میلگرد از بتن، مدل های چسبندگی لغزش مختلف مربوط به میلگرد صاف و آجدار بررسی شد. برای شبیه سازی رفتار تماس بین بتن و فولاد در نرم افزار اجزای محدود آباکوس، از روشی جدید که مبتنی بر المان Bond link است استفاده شد. به کمک این روش می توان در حالت دوبعدی و سه بعدی بین گره های بتن و فولاد، با مشخصات یکسان، فنرهای غیرخطی رابط تعریف کرد و با تعیین مشخصات فنر و فاصله فنرها اثرات چسبندگی- لغزش را با دقت بالا لحاظ کرد. نتایج زیر به تفکیک از این تحقیق به دست آمده است:

۱- در مدل سازی آزمایش بیرون کشیدن میلگرد صاف از دو نمونه آزمایشگاهی WP- $\phi 10$ و EN- $\phi 12$ با طول مهاری کم و زیاد استفاده شد و چهار مدل چسبندگی لغزش Verderame، FIP ۲۰۰۰، Verderame اصلاح شده و Melo و همکاران مورد بررسی قرار گرفت. مقایسه نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی نشان داد که مدل های Verderame و FIP ۲۰۰۰ به دلیل لحاظ نکردن اثرات طول مهاری، قطر و تنش تسلیم میلگرد، در تخمین رفتار کامپوزیت بتن مسلح ضعیف هستند و پیشنهاد می شود از مدل های Verderame اصلاح شده و Melo همکاران که اثرات مزبور را لحاظ می کنند استفاده شود.

۲- در شاخه نزولی نمودارهای چسبندگی لغزش نمونه های WP- $\phi 10$ و EN- $\phi 12$ ، انطباق مدل Melo و همکاران با نمودار آزمایشگاهی نسبت به مدل Verderame اصلاح شده بهتر بوده و دلیل آن استفاده از یک معادله درجه سه در شاخه نزولی مدل Melo و همکاران است که نسبت به مدل Verderame اصلاح شده

- Ruiz MF, Muttoni A, Gambarova PG, "Analytical modeling of the pre-and postyield behavior of bond reinforced concrete", *Journal of Structural Engineering-ASCE*, 2007, 133 (10), 1364-72.
- Santos J, Henriques AA, "New finite element to model bond-slip with steel strain effect for the analysis of reinforced concrete structures", *Engineering Structures*, 2015, 86, 72-83.
- Shima H, Chou LL, Okamura H, "Micro and macro models for bond in reinforced concrete", *Journal of Faculty of Engineering, University of Tokyo, Ser B*, 1987, 39 (2), 94-133.
- Sulaiman MF, Ma CK, Apandi NM, Chin S, Awang AZ, Mansur SA, Omar W, "A review on bond and anchorage of confined high-strength concrete", *Structures*, 2017, 97 (8), 97-109.
- Verderame GM, Ricci P, Carlo GD, Manfredi G, "Cyclic bond behavior of plain bars. Part I: experimental investigation", *Constr Build Mater*, 2009a, 23 (12), 3499-3511.
- Verderame GM, Ricci P, Carlo GD, Manfredi G, "Cyclic bond behavior of plain bars. Part II: analytical investigation", *Constr Build Mater*, 2009b, 23 (12), 3512-3522.
- Wu HQ, Gilbert RI, "Modeling short-term tension stiffening in reinforced concrete prisms using a continuum-based finite element model", *Engineering Structures*, 2009, 31 (10), 2380-2391.
- Zhou B, Wu R, Feng J, "Two models for evaluating the bond behavior in pre-and post-yield phases of reinforced concrete", *Construction and Building Materials*, 2017, 147 (8), 847-857.
- generalized excitations", *Transactions of IABSE Colloquium on Advanced Mechanics of Reinforced Concrete*, Delft, Netherlands, 1981.
- DeGroot AK, Kusters GMA, Monnier T, "Numerical Modelling of Bond-slip Behavior", *Concrete Mechanics*, 1981, 26 (1B), 6-38.
- Dehestani M, Asadi A, Mousavi SS, "On discrete element method for rebar-concrete interaction", *Construction and Building Materials*, 2017, 151 (10), 220-227.
- FIB-Bulletin 55-Model Code 2010-First Complete Draft, Volume 1. International federation for structural concrete (fib), Lausanne, Switzerland, 2010.
- Haskett M, Oehlers DJ, Mohammed Ali MS, "Local and global bond characteristics of steel reinforcing bars", *Engineering Structures*, 2008, 30 (2), 376-383.
- Haukaas T, "Finite element reliability and sensitivity methods for performance-based engineering", PhD Thesis, University of California, Berkeley, US, 2003.
- Lettow S, Eligehausen R, "The simulation of bond between concrete and reinforcement in nonlinear three-dimensional finite element analysis", in 5th International PhD Symposium in Civil Engineering, Delft, The Netherlands, 2004, 16-19.
- Lowes LN, Moehle JP, Govindjee S, "Concrete-steel bond model for use in finite element modeling of reinforced concrete structures", *ACI Struct Journal*, 2004, 101 (4), 501-11.
- Hsu LS, Hsu CTT, "Complete stress-strain behavior of high-strength concrete under compression", *Magazine of Concrete Research*, 1994, 46 (169), 301-312.
- Lublinter J, Oliver S, Oñate E, "A plastic-damage model for concrete", *International Journal of Solids and Structures*, 1989, 25 (2), 299-326.
- Marti P, Alvarez M, Kaufmann W, Sigrist V, "Tension chord model for structural concrete", *Struct. Engineering International*, 1998, 8 (4), 287-298.
- Melo J, Rossetto T, Varum H, "Experimental study of bond-slip in RC structural elements with plain bars", *Materials and Structures*, 2015, 48 (8), 2367-2381.
- Mirza SM, Houde J, "Study of Bond-Slip Relationships in Reinforced Concrete", *ACI Journal*, 1979, 76 (1), 19-46.
- Nayal R, Rasheed HA, "Tension stiffening model for concrete beams reinforced with steel and FRP bars", *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2006, 18 (6), 831-841.
- Ngo D, Scordelis AC, "Finite element analysis of reinforced concrete beams", *Journal of ACI*, 1967, 64 (3), 152-163.
- Ožbolt J, Lettow S, Kožar I, "Discrete bond element for 3D finite element analysis of reinforced concrete structures", in *Proceedings of the 3rd International Symposium: Bond in Concrete-from research to standards*. Budapest: University of Technology and Economics, 2002.
- Panteki E, Máca P, Häussler-Combe U, "Finite element analysis of dynamic concrete-to-rebar bond experiments in the push-in configuration", *International Journal of Impact Engineering*, 2017, 106 (8), 155-170.

EXTENDED ABSTRACT

Valid Simulation of Bond-Slip Behavior between Concrete and Reinforcement

Morteza Moheemmy, Vahid Broujerdian *

School of Civil Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Irna

Received: 23 August 2017; Accepted: 25 April 2019

Keywords:

Reinforced concrete, Bond slip, Pull-out test, Bond-link element.

1. Introduction

The behavior of reinforced concrete structures is influenced by the bond-slip mechanism between concrete and rebar. The performance and strength of the structure are strongly affected by this mechanism. So, it is indispensable to take bond-slip effects into account when analyzing the reinforced concrete structures. Ignoring bond-slip effects causes stiffness of the structure to be calculated more than its actual value. It also diminishes the deformation and augments the forces in the analytical model compared to those of the experimental model. In the plain bars the failure is usually a pull-out type. However, in the deformed bar, in addition to chemical and frictional bonding, interlocking between concrete and rib of rebar increases bond stress. Depending on the bonded length, the failure can be of the type of pull-out or splitting concrete. There are two cases in the local response of bond stress. In the first one, the slip along the axis of the bar is assumed to be constant in short bonded length bars, whereas in the second case, the slip is a function of the local coordinate in long bonded length bars. When the bonded length of an embedded bar is relatively small; i.e., $L \leq 5\phi_s$ and a force F is applied at one of its ends, the relative steel-concrete slip can be considered constant in the longitudinal direction. The bar behaves like a rigid body with a similar response regardless of the type of bond test performed pull-out or push-in test. However, when the bonded length is relatively large; i.e., typically $L > 10\phi_s$, the steel strains cannot be neglected, and the slip between the bar and the concrete block cannot be considered constant. This is a very typical situation in reinforced concrete, since many codes specify minimum values for L/ϕ_s larger than 10. In the current study, bond-slip behavior between concrete and reinforcement is investigated. To do this, the simulation of the pull-out test in finite element software, ABAQUS, is utilized. In this simulation, in order to take bond-slip effects into consideration, steel nodes are connected to that of adjacent concrete through non-linear springs. The behavior of these springs is defined based on a variety of bond-slip models for a plain and deformed bar with short or long embedment length. Eventually, the merits and demerits of the models have been explained. In this study different bond-slip models are investigated so as to model pull-out tests in smooth and deformed bars. In finite element modeling, bond-link element is utilized to simulate bond-slip between concrete and rebar.

2. Methodology

2.1. FE modeling

In this study, for simulating the contact between the rebar and the concrete, a Bond-link element (Fig. 1-a) (Ngo and Scordelis, 1967) is used that does not have any physical dimension and connects two nodes with identical coordinates with nonlinear springs. By assigning a force-displacement curve to these springs, it can be shown that the bond-slip between concrete and adjoining rebar can be simulated. The accuracy of this simulation depends on the number of springs, and the simulation will be highly accurate if springs are used at

* Corresponding Author

E-mail addresses: m.moheemmy@yahoo.com (Morteza Moheemmy), broujerdian@iust.ac.ir (Vahid Broujerdian).

short distances (Fig. 1-b). In this research, due to the three-dimensional simulation of rebar and concrete, and for increasing accuracy, every 5 mm of rebar length is used from 4 non-linear springs to connect the concrete to the rebar. In the present study, the models CEB-FIP 2000 (International Federation for Structural Concrete, 2000), Verderame (Verderame et al., 2009), Modified Verderame (Verderame et al., 2009), Melo (Melo et al., 2014) for plain bar and models CEB-FIP 90 (CEB-FIP Model Code., 1990) and Haskett (Haskett et al., 2008) for the deformed bar have been used. Furthermore, pull-out tests performed by Melo et al. (2014) for short and long bonded length are used so as to model pull-out test with plain bar, EN- ϕ 12 Specimen for short bonded length and WP- ϕ 10 for long bonded length. Pull-out test carried out by Ciampi et al. (1981) and Lettow and Eligehausen (2004) for short bonded length and pull-out test performed by Bigaj (1999) for long bonded length are selected to model pull-out with the deformed bar.

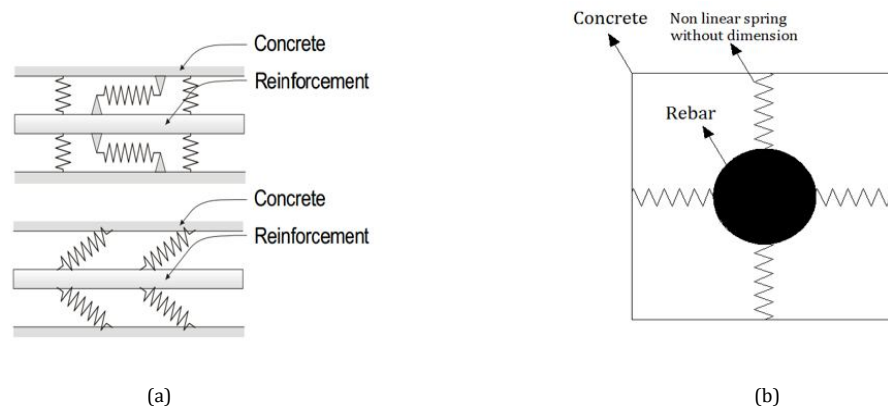


Fig. 1: a) Bond link element, b) nonlinear springs arrangement on the rebar

3. Results and discussion

3.1. Evaluation and validation for plain bar numerical models

Comparing between experimental and numerical graphs demonstrates Melo and Modified Verderame bond-slip models due to taking into account bonded length, the diameter of bar, and steel yield stress can simulate the interface between rebar and concrete better than CEB-FIP 2000 and Verderame models.

3.2. Evaluation and validation for deformed bar numerical models

Results for short bonded deformed bar shows in maximum bond stress CEB-FIP 90 model is better fitted to experimental result than Haskett models. For long bonded pull-out specimen (Bigaj) results the difference between experimental and numerical values, due to not considering steel post-yield strain by CEB-FIP 90 and Haskett is obvious.

4. Conclusions

In this study different bond-slip models are investigated so as to model pull-out tests in the plain and deformed bar. In finite element modeling, Bond link element is utilized to simulate bond-slip between concrete and rebar. Four bond-slip models (Verderame, CEB-FIP 2000, Modified Verderame, Melo) are utilized so as to model pull-out test with a plain bar. Comparing the results of these models with those of experimental samples demonstrates that the models CEB-FIP 2000 and Verderame owing to not considering the effects of bonded length, bar diameter, and yield stress, do not indicate reasonable results so it is recommended using the models Modified Verderame and Melo which take into account the fore mentioned effects. In the case of the deformed bar with short and long bonded length, force-displacement curves of Eligehausen (1981), Lettow (2004), and Bigaj (1999) tests are compared with the results of numerical models CEB-FIP90 and Haskett. The CEB-FIP90 model for the deformed bar showed much better correspondence with experimental results than the other model. For long bonded length, the test results of Bigaj were used and experimental curve and slip-rebar location were compared with two numerical models of CEB-FIP90 and Haskett. A large difference was observed

at the beginning of the curve due to the yielding of the rebar. The leading cause is that steel strain effects were not considered in these models.

5. References

- Ngo D, Scordelis AC, "Finite element analysis of reinforced concrete beams", *Journal of ACI*, 1967, 64 (3), 152-163.
- CEB-FIP Bulletin 10: Bond of reinforcement in concrete-state-of-art. International Federation for Structural Concrete, Lausanne, 2000.
- Verderame GM, Ricci P, Carlo GD, Manfredi G, "Cyclic bond behavior of plain bars. Part I: experimental investigation", *Constr Build Mater*, 2009a, 23 (12), 3499-3511.
- Verderame GM, Ricci P, Carlo GD, Manfredi G, "Cyclic bond behavior of plain bars. Part II: analytical investigation", *Constr Build Mater*, 2009b, 23 (12), 3512-3522.
- Melo J, Rossetto T, Varum H, "Experimental study of bond-slip in RC structural elements with plain bars", *Materials and Structures*, 2015, 48 (8), 2367-2381.
- CEB-FIP, "CEB-FIP Model Code 1990: Design Code", London: Telford, 1993.
- Haskett M, Oehlers DJ, Mohammed Ali MS, "Local and Global Bond Characteristics of Steel Reinforcing Bars", *Engineering Structures*, 2008, 30 (2), 376-383.
- Lettow S, Eligehausen R, "The simulation of bond between concrete and reinforcement in nonlinear three-dimensional finite element analysis", in 5th International PhD Symposium in Civil Engineering, Delft, The Netherlands, 2004, 16-19.
- Ciampi V, Eligehausen R, Bertero VV, Popov EP, "Analytical model for deformed-bar bond under generalized excitations", *Transactions of IABSE Colloquium on Advanced Mechanics of Reinforced Concrete*, Delft, Netherlands, 1981.
- Bigaj AJ, "Structural dependence of rotation capacity of plastic hinges in RC beams and slabs", PhD thesis. Poland: Warsaw University of Technology, 1999.