

شناسایی منابع آلاینده چندگانه در رودخانه در دامنه یک‌بعدی تحت شرایط واقعی

سیامک امیری^۱، مهدی مظاهری^{۲*} و جمال محمدولی سامانی^۳

^۱ کارشناسی ارشد دانشکده کشاورزی، گروه سازه‌های آبی، دانشگاه تربیت مدرس

^۲ دانشیار دانشکده کشاورزی، گروه سازه‌های آبی، دانشگاه تربیت مدرس

^۳ استاد دانشکده کشاورزی، گروه سازه‌های آبی، دانشگاه تربیت مدرس

(دریافت: ۹۶/۱۲/۶، پذیرش: ۹۸/۲/۴، نشر آنلاین: ۹۸/۲/۴)

چکیده

بحث شناسایی و بازیابی تابع شدت منابع آلاینده ناشناخته، یکی از مهم‌ترین مسائل و چالش‌های زیست‌محیطی در رودخانه‌ها است. از این‌رو لزوم بهره‌گیری از روش‌های مطمئن و دقیق جهت بازیابی اطلاعات مربوط به شدت زمانی و زمان رهاسازی آلودگی از منابع آلاینده در رودخانه اجتناب‌ناپذیر است. در هر کدام از روش‌های حل معکوس معادله جابه‌جایی - پراکندگی در رودخانه، محدودیت‌ها و نقاط ضعفی وجود دارد، بنابراین روشی مورد نیاز است که علاوه بر دقت و کاهش محدودیت‌ها، پیچیدگی‌های شرایط واقعی رودخانه را نیز از لحاظ شرایط جریان و منابع آلاینده مورد بررسی قرار دهد. بر همین اساس یک مدل عددی مبتنی بر رویکرد ریاضی ماتریس معکوس برپایه روش تنظیم تیخونف و نتایج حاصل از اصل برهم‌نهی ارائه شده است. این مدل به بازیابی توابع شدت زمانی منابع چندگانه آلاینده در حالت پیچیده پرداخته و با استفاده از داده‌های واقعی رودخانه کارون در فاصله ایستگاه ملائانی تا ایستگاه فارسیات در حالت یک‌بعدی و شرایط جریان غیرماندگار صحت‌سنجی شده است. در پایان علاوه بر ارائه چارچوب، نتایج محاسبات نشان می‌دهد که مدل معکوس مذکور به‌خوبی قادر است با کم‌ترین اطلاعات مشاهدات پایین‌دست و تنها با یک مرتبه اجرا تمامی توابع شدت منابع آلاینده در هر نقطه از رودخانه را بازسازی کند.

کلیدواژه‌ها: شناسایی منابع آلاینده، مدل معکوس، روش تنظیم تیخونف، اصل برهم‌نهی، معادله جابه‌جایی - پراکندگی، رودخانه کارون.

۱- مقدمه

خسارت‌های زیان‌بار و اغلب جبران‌ناپذیری بر محیط زیست و همچنین زندگی انسان‌ها می‌شود.

یافتن مکان و زمان انتشار آلودگی در رودخانه حدود سه دهه است که توجه بسیاری از محققان و صاحب‌نظران این حیطه را به خود معطوف کرده است. در بسیاری از تحقیقات انجام شده در زمینه یافتن مکان و زمان منابع آلاینده، از لحاظ نوع فرضیات و روش‌های حل مسئله، هر کدام دارای شرایط و پیچیدگی‌های خاص بوده است. در بررسی کلی‌تر، تحقیقات پیشین محققان سه رویکرد را برای حل مسئله برگشتی معادله انتقال مورد استفاده قرار داده‌اند که به صورت زیر است:

- ۱- حل مسئله برگشتی به صورت یک مسئله شبیه‌سازی - بهینه‌سازی^۱
- ۲- حل مسئله برگشتی با استفاده از روش‌های احتمالاتی و زمین‌آماري^۲

امروزه بحث کمبود منابع آب خصوصاً منابع آب سطحی به تهدیدی جدی برای محیط‌زیست و حیات انسان بدل شده است. از طرفی دیگر آلودگی همین مقدار محدود منابع آب سطحی، باعث جدی‌تر شدن چالش‌های پیش روی محققان و وضع‌کنندگان قوانین شده است. وضع قوانین کنترلی باعث تسلط بهتر و دقیق‌تر بر نحوه اضافه‌کردن آلودگی به منابع آب سطحی از جمله رودخانه‌ها می‌شود؛ اما این قوانین به‌تنهایی نتوانسته از مشکل آلودگی روزافزون رودخانه‌ها توسط صنایع جلوگیری کند. اکثر صنایع تولیدی که در مسیر رودخانه‌ها قرار گرفته‌اند، پسماندهای صنعتی خود را در رودخانه‌ها رهاسازی می‌کنند. در بسیاری از موارد سرپیچی از قوانین و تغییر در الگو و مقدار آلاینده رهاسازی شده در رودخانه توسط این واحدهای صنعتی، موجب وارد آمدن

2. Geostatistical approach

1. Simulation optimization method

* نویسنده مسئول؛ شماره تماس: ۰۲۱-۴۸۲۹۲۵۹۸

عملکرد مناسب است؛ اما از فرض‌های اساسی در روش زمین‌آماری مشخص بودن مکان و تابع شدت منابع آلاینده‌ای است که احتمال رهاسازی آلاینده از آن‌ها وجود دارد. در هر دو روش مکان منبع آلاینده به‌خوبی بازایی می‌شود؛ اما در رابطه با نیاز به تعداد نقاط مشاهده‌ای و تناوب مشاهدات، روش احتمال برگشتی به حداقل میزان این دو مورد در مقایسه با روش زمین‌آماری نیاز دارد؛ یعنی در روش احتمال برگشتی به حداقل اطلاعات مشاهداتی برای بازایی اطلاعات منبع آلاینده نیاز است.

Ghane و همکاران (۲۰۱۶) روش احتمال بازگشتی را جهت شناسایی مکان منبع آلاینده و زمان انتشار آلاینده در رودخانه به‌کار بردند. آن‌ها یک مدل عددی را که در آن معادله انتقال مبتنی بر احتمال بازگشتی بر پایه آنالیز الحاقی بود توسعه دادند. این روش همچنین در شبکه‌ای از رودخانه‌ها نیز مورد بررسی قرار گرفت. روش حل آن‌ها به علت استفاده از داده‌های واقعی رودخانه که در آن مشخصات طبیعی بستر جریان مدنظر است، دارای دقت و کاربرد مطلوب است.

Lee و همکاران (۲۰۱۸) با استفاده از مدل جنگل تصادفی^۶ به بازایی مکان منابع آلاینده در شبکه‌ای از رودخانه‌ها در حالت یک‌بعدی پرداختند. در این تحقیق درصد بازایی مکان‌های منابع آلاینده به ازای سناریوهای مختلفی مورد بررسی قرار گرفت. در یک سناریو به ازای هر منبع آلاینده یک حسگر ثبت اطلاعات منبع آلاینده در پایین‌دست آن به عنوان نقطه مشاهده‌ای در نظر گرفته شد. در سناریوی دیگری به ازای کل شبکه رودخانه تنها چند حسگر ثبت اطلاعات لحاظ شد. در نتایج آن‌ها درصد مکان‌های منابع آلاینده بازایی شده به ازای تعداد حسگرهای اندک نیز قابل قبول و مطلوب است؛ هرچند که این درصد در حالت وجود حسگرهای متعدد افزایش چشمگیری دارد اما به عنوان محدودیت کاربردی روش می‌تواند تلقی شود. عدم ارائه چارچوب و لزوم مشاهدات میدانی وسیع از محدودیت‌های پژوهش آن‌ها به حساب می‌آید.

در رویکرد سوم در حل مسئله معکوس، سعی بر این است که مجهولات مسئله به صورت معین و در چارچوب ریاضی حل شوند. استفاده از روش‌های تنظیم برای حل مسائل بدخیم در روش ریاضی موردنیاز است. کاستن از تعداد تکرارها و یا حذف کامل تکرارها در مقایسه با روش شبیه‌سازی-بهینه‌سازی و کاهش زمان و هزینه محاسبات از مزایا و پیچیدگی‌های حل مسئله معکوس نسبت به روش‌های دیگر از معایب روش ریاضی است (Mazaheri و همکاران، ۲۰۱۵).

El Badia و همکاران (۲۰۰۵) با یک بعدی در نظر گرفتن

۳- حل مسئله برگشتی با استفاده از روش‌های ریاضی^۳ در خصوصیات رویکرد اول می‌توان از ترکیب یک الگوریتم بهینه‌سازی با سایر روش‌های حل عددی معادلات انتقال و هیدرودینامیک و همچنین احتیاج به کامپیوترهای با پردازنده قوی جهت حل مسئله در این روش‌ها نام برد که به تناسب آن، عیب بالا بودن هزینه‌های محاسباتی را به دنبال دارد. همچنین غیریکتا بودن جواب‌های حل بازگشتی از دیگر معایب این روش است (Mazaheri و همکاران، ۲۰۱۵).

Mahinthakumar و Sayeed (۲۰۰۵) جهت تشخیص منابع آلاینده از ترکیب روش‌های بهینه‌سازی مربوط به پیدا کردن مینیمم نسبی با الگوریتم ژنتیک روش جدیدی را به‌کار بردند، آن‌ها با استفاده از سوپرکامپیوتر روش خود را صحت‌سنجی کردند. Singh و Datta (۲۰۰۶) از ترکیب مدل مستقیم با بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک، مسئله تشخیص منابع آلاینده با آب زیرزمینی را حل نمودند. آن‌ها اندازه‌گیری‌های مکانی و زمانی غلظت را در بهینه‌سازی به‌کار بردند. آن‌ها در این تحقیق سناریوهای مختلفی را از لحاظ تعداد منابع آلاینده و نقاط مشاهداتی در نظر گرفتند. همچنین برای محاسبه مکان منابع آلاینده از روش تمام منابع پتانسیل^۴ استفاده کردند.

Nardo و همکاران (۲۰۱۵) یک مدل یک بعدی را برای تشخیص زمان و مکان رهاسازی آلاینده در رودخانه ارائه کردند. این مدل بر اساس روش حداقل مربعات^۵ (که نوعی از انواع روش‌های تنظیم محسوب می‌شود) ارائه شد؛ اما عیبی که در این روش وجود دارد لزوم استفاده از تعداد زیادی نقطه مشاهده‌ای برای عملکرد بهتر مدل است.

در خصوصیات رویکرد دوم استفاده از کاربرد توزیع احتمالاتی زمین‌آماری موردنظر است. همچنین در این روش می‌توان به کاهش حجم محاسبات منتج به جواب‌های مسئله بازگشتی با کاهش تعداد شبیه‌سازی‌ها به عنوان مزیت اشاره کرد (Mazaheri و همکاران، ۲۰۱۵).

Wilson و Neupauer (۲۰۰۱) یک روش ریاضی به نام روش جزء کمکی^۷ را جهت اثبات معادلات حاکم، شرایط مرزی و شرایط اولیه در حل معکوس به‌کار بردند. آن‌ها مدل احتمال بازگشتی را برای دامنه یک بعدی و برای دامنه چندبعدی در شرایط جریان ماندگار ارائه کردند.

Cupola و همکاران (۲۰۱۵) پژوهشی در رابطه با مقایسه مدل مبتنی بر روش احتمال بازگشتی با مدل مبتنی بر روش‌های زمین‌آماری انجام دادند. در نتایج این پژوهش روش زمین‌آماری جهت یافتن مکان و تابع شدت بارگذاری منبع آلاینده دارای

6. Adjoint state method
7. Random forest model

3. Mathematical method
4. All potential sources
5. Least squares approach

از جریان، بستر و منبع آلاینده را در نظر گرفته‌اند؛ بنابراین ارائه روشی که بتواند شرایط مسئله را به سمت پیچیدگی‌های شرایط طبیعی سوق دهد، مطلوب و کاربردی خواهد بود. بر همین اساس پژوهش حاضر با توجه به رویکرد مورد استفاده دارای دقت و صرفه مطلوب هم از لحاظ زمان محاسبات (کاهش اجراها به تنها یک اجرا) و هم از لحاظ اقتصادی (به حداقل رساندن مشاهدات و برداشت‌های میدانی) در زمینه حل معکوس است. همچنین در نظر گرفتن پیچیدگی‌های شرایط منابع آلاینده در رودخانه (از نظر تعداد منابع آلاینده، فواصل و آرایش آن‌ها نسبت به همدیگر و نسبت به نقاط مشاهده‌ای) از دیگر نقاط مثبت مدل ارائه شده است. لازم است قبل از طرح مباحث جدید به خلاصه‌ای از عناوین پیش‌رو اشاره شود. در بخش دوم (مواد و روش‌ها) به معرفی معادلات حاکم بر مسئله در هر دو حل مستقیم و معکوس پرداخته می‌شود. همچنین به علت گستردگی روش حل معکوس، شرحی فشرده از نحوه حل معادلات و گسسته‌سازی‌های مربوطه ارائه خواهد شد. در بخش سوم (نتایج و بحث) روش ارائه شده در این پژوهش با استفاده از دو مثال فرضی و واقعی صحت‌سنجی شده است. در مثال اول نحوه بازیابی تابع شدت زمانی یک منبع آلاینده در حالت ساده تحت شرایط فرضی در دامنه یک‌بعدی بررسی می‌شود. در مثال دوم، روش ارائه شده در دامنه یک‌بعدی تحت شرایط واقعی رودخانه کارون صحت‌سنجی شده است. در بخش چهارم (نتیجه‌گیری) نیز شرحی از نتایج کلی در رابطه با یافتن تابع شدت زمانی منابع آلاینده در شرایط واقعی (شرایط جریان غیرماندگار و تعداد نامحدود منابع آلاینده) ارائه شده است.

۲- مواد و روش‌ها

در قسمت مبانی نظری، هرکدام از مراحل حل مسئله به صورت جداگانه و با در نظر گرفتن معادلات و روش‌های حاکم بر آن‌ها، مورد بررسی قرار می‌گیرد. مراحل حل مسئله که در مبانی نظری به آن اشاره می‌شود حل‌های عددی مستقیم و معکوس است که در ادامه به بررسی هرکدام از آن‌ها پرداخته می‌شود. به‌طور کلی روال حل مسئله به این صورت است که ابتدا با استفاده از حل عددی مستقیم دو دسته از معادلات هیدرودینامیک و انتقال جرم ماده آلاینده در یک بعد، مرحله اول محاسبات انجام می‌شود. سپس نتایج به دست آمده از این مرحله، ورودی‌های مرحله دوم محاسبات را تأمین می‌کند. مرحله دوم محاسبات همان حل عددی معکوس معادله انتقال جرم ماده آلاینده است که جهت به دست آوردن نتایج نهایی (تابع شدت زمانی منبع آلاینده) انجام می‌شود.

معادله انتقال و ثابت گرفتن سایر پارامترها (ضریب پراکندگی، سرعت جریان و ضریب واکنش درجه اول) روشی را برای پیدا کردن مکان و تابع شدت یک منبع آلاینده در رودخانه ارائه نمودند. آن‌ها اثبات نمودند که برای تعیین منبع آلاینده به صورت یکتا، دو نقطه مشاهده‌ای یکی در بالادست و دیگری در پایین دست منبع باید معلوم باشد. آن‌ها پس از اثبات بحث یکتایی، مقوله‌های پایداری و الگوریتم محاسباتی را نیز ارائه کردند و برای اثبات درستی روش ارائه شده از مثال‌های فرضی استفاده نمودند.

Chen و Zhang (۲۰۰۷) روشی بر پایه ماتریس معکوس را برای به دست آوردن تابع شدت زمانی منبع آلاینده گازی (داخل اتاقک هواپیما) با استفاده از غلظت در نقطه مشاهده‌ای ارائه کردند. فرض اساسی این روش مشخص بودن مکان منبع آلاینده گازی است.

Liu و Wang (۲۰۱۲) روشی تحلیلی را برای شناسایی منبع آلاینده در رودخانه و در دامنه یک‌بعدی ارائه کردند. در این روش به مشاهدات غلظت در دو نقطه در طول بازه رودخانه نیاز است.

Mazaheri و همکاران (۲۰۱۵) مسئله معکوس را با استفاده از روش تنظیم تیخونف^۸ و روش تابع گرین که خود نوعی حل مستقیم معادله جابه‌جایی-پراکندگی است حل کردند. روش آن‌ها مربوط به بازسازی شدت زمانی منابع آلاینده و مکان آن‌ها در رودخانه بود.

Zhang و همکاران (۲۰۱۵) مدل ماتریس معکوس و مدل احتمالاتی را برای تشخیص مکان آلاینده (داخل اتاقک هواپیما) و بازسازی تابع شدت زمانی آن‌ها، با هم ترکیب کردند. از ورودی‌های موردنیاز حل مسئله در این تحقیق، مقادیر غلظت در دو نقطه مختلف در فضای داخل اتاقک هواپیما بود.

Lei و همکاران (۲۰۱۸) با استفاده از یک روش که ترکیبی از دو روش تنظیم تیخونف و روش حداقل مربعات است، به بازیابی تابع شدت زمانی یک منبع آلاینده گرمایی (در حالت ساده) پرداختند. آن‌ها در نقاطی (نقاط مشاهده‌ای) که برای مشاهده اثر منبع در نظر گرفتند، حسگرهایی برای اندازه‌گیری مقادیر سری‌های زمانی گرما تعبیه کردند. با وجود این‌که حل مسئله معکوس در محیط هوا (سه‌بعدی) انجام گرفته است اما سطح بالای خطای محاسبات (بیش از سی درصد) به عنوان یکی از نکات منفی روش آن‌ها تلقی می‌شود. همچنین عدم استفاده از منابع آلاینده گرمایی با الگوی پیچیده از دیگر کاستی‌های تحقیق آن‌ها است.

پژوهش‌هایی که تاکنون در زمینه حل معکوس انجام شده است، اکثراً مربوط به محیط آب‌های زیرزمینی بوده و سهم پژوهش‌های انجام شده در آب‌های سطحی به مراتب کم‌تر است. از سوی دیگر پژوهش‌های انجام شده در رودخانه، هرکدام شرایطی

۲-۲- حل معکوس معادله انتقال جرم ماده آلاینده

در این قسمت ابتدا لازم است به فرم انتگرالی حل معادله جابه‌جایی- پراکندگی اشاره شود. این معادله انتگرالی با استفاده از فرم کلی حل تحلیلی با استفاده از اصل برهم‌نهی^{۱۲} و روش تابع گرین^{۱۳} به دست می‌آید. این معادله در حالت وجود یک منبع آلاینده معادله انتگرالی خطی ولترا^{۱۴} از نوع اول است که به صورت زیر بیان می‌شود (Mazaheri و همکاران، ۲۰۱۵):

$$(x, t) = \int_0^t w(\tau) G(x, t; x_s, \tau) d\tau \quad (۳)$$

در معادله فوق $w(\tau)$ تابع شدت (بارگذاری) منبع آلاینده، x_s مکان آن و $c(x, t)$ مقادیر غلظت نسبت به زمان (مقادیر منحنی پاسخ) در مکان‌های مختلف است. منظور از حل فرم انتگرالی معادله (۳) در واقع به دست آوردن $w(\tau)$ با فرض معلوم بودن $c(x, t)$ و $G(x, t; x_s, \tau)$ است؛ بنابراین در حل معکوس که هدف یافتن تابع شدت (بارگذاری) منبع آلاینده است، باید سایر ترم‌های معادله (۳) (مکان منابع آلاینده و منحنی‌های پاسخ حاصل از آن‌ها در نقاط مختلف) مشخص باشند. برای حل معادله انتگرالی (۳)، باید با گسسته‌سازی آن را به یک دستگاه معادلات خطی شامل مقادیر گسسته $w(\tau)$ به عنوان مجهولات دستگاه تبدیل کرد. از این‌رو نحوه به دست آوردن معادله خطی متناظر با هر نقطه اندازه‌گیری برای تشکیل دستگاه معادلات خطی را می‌توان به شکل زیر انجام داد:

اگر منحنی غلظت- زمان در محل $x = x_j$ شامل مقادیر گسسته c_1, c_2, \dots, c_n در زمان‌های معلوم t_1, t_2, \dots, t_n باشد و همچنین مقادیر گسسته و متوسط تابع شدت منبع آلاینده $w(\tau)$ در محل $x = x_s$ به صورت پله‌ای و با دوره‌های زمانی Δt_s شامل مقادیر گسسته w_1, w_2, \dots, w_m در نظر گرفته شوند، آنگاه می‌توان با گسسته‌سازی معادله (۳) (مانند نمونه شکل (۱)) با استفاده از قاعده مستطیل (Aster و همکاران، ۲۰۰۵) معادله خطی متناظر با یک نقطه اندازه‌گیری و یکی از مقادیر غلظت $c_1 = c(x_1, t_1)$ را به صورت معادله (۴) به دست آورد. حال با توجه به وجود n تعداد اندازه‌گیری و m تعداد مجهول، یک دستگاه معادلات خطی با n معادله و m مجهول به دست می‌آید که صورت ماتریسی آن به صورت معادله (۵) است:

$$g_1 w_1 + g_2 w_2 + \dots + g_m w_m = c_1$$

$$g_1 = \begin{cases} G(x_1, t_1; x_s(l-1)\Delta t_s \rightarrow l\Delta t_s), & 1 \leq l \leq i \\ 0 & i+1 \leq l \leq m \end{cases} \quad (۴)$$

$$Gw = c \quad (۵)$$

۲-۱- حل مستقیم معادلات هیدرودینامیک و انتقال جرم ماده آلاینده

توده ماده آلاینده در رودخانه تحت تأثیر عواملی چون پراکندگی، جابه‌جایی، واکنش، ته‌نشینی و جذب به سمت پایین‌دست منتقل می‌شود. یک سری از این عوامل به نوع ماده آلاینده و خواص شیمیایی و فیزیکی آن و یک سری دیگر از عوامل متأثر از خواص جریان و محیط جریان است؛ بنابراین با چشم‌پوشی از عوامل مربوط به نوع ماده آلاینده، به عوامل مربوط به جریان پرداخته می‌شود. در اینجا دو دسته از معادلات هیدرودینامیک و انتقال معرفی می‌شود. بخش اول معادله بقای جرم آب (معادله پیوستگی جریان) و معادله بقای مومنتم^۹ آب (معادله اندازه حرکت) است که به معادلات سنت- و نانت^{۱۰} معروف است (Chaudry, ۲۰۰۸)؛ و بخش دوم معادله انتقال یا معادله جابه‌جایی- پراکندگی^{۱۱} (معادله بقای جرم ماده آلاینده) (Chapra, ۱۹۹۷)، (Ghane و همکاران، ۲۰۱۶). در حالت یک بعدی و شرایط جریان غیرماندگار است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial z_w}{\partial x} + gAS_f \right) = 0 \end{cases} \quad (۱)$$

$$\frac{\partial (AC)}{\partial t} = - \frac{\partial (QC)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(AE_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) - AkC \pm AS \quad (۲)$$

در معادلات فوق z_w برابر با تراز سطح آب، Q برابر با دبی جریان، A برابر با سطح مقطع جریان، S_f برابر با شیب خط انرژی، C برابر با غلظت ماده آلاینده، g برابر با شتاب ثقل، x و t به ترتیب بیانگر بعد مکان و زمان در معادلات، E_x ضریب پراکندگی در راستای x ، k ضریب زوال آلاینده در رودخانه و S ترم منبع است. منظور از حل عددی مستقیم معادله انتقال آلاینده در رودخانه، محاسبه توزیع مکانی و زمانی غلظت آلاینده با معلوم بودن مکان و تابع شدت منابع آلاینده می‌باشد. حل عددی مستقیم انتقال خود شامل دو بخش، حل عددی معادلات هیدرودینامیک (معادله (۱)) و حل عددی معادله جابه‌جایی- پراکندگی (معادله (۲)) می‌باشد. به بیان دیگر نتایج حل عددی معادلات هیدرودینامیک شامل سرعت جریان و عمق جریان در مکان‌ها و زمان‌های مختلف، همراه با مشخصات منابع آلاینده (مکان و تابع شدت) و برخی پارامترهای دیگر، به عنوان ورودی برای حل عددی معادله جابه‌جایی- پراکندگی محسوب می‌گردند.

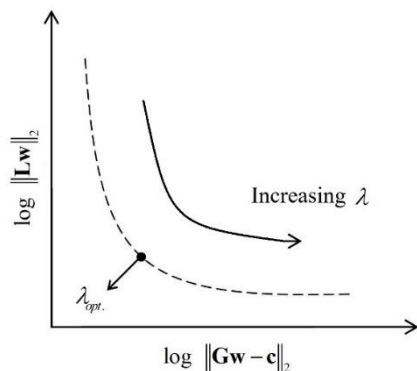
12. Superposition principle
13. Green's function
14. Volterra

9. Conservation of Momentum
10. Saint-Venant equations
11. Advection-dispersion equation (ADE)

$$w = (G^T G + \lambda^2 L^T L)^{-1} (G^T c) \quad (7)$$

در روابط بالا عملگرهای $\|\cdot\|_2$ ، $^{-1}$ و T به ترتیب برابر نرم درجه دوم اقلیدسی، معکوس ماتریس و ترانزپوز ماتریس می‌باشند. λ برابر با پارامتر تنظیم و L نیز برابر با ماتریس عملگر مشتقی است که درجه آن برابر با درجه تنظیم است. برای تنظیم درجه صفر، ماتریس L برابر با ماتریس همانی از درجه m (تعداد مجهولات دستگاه)، برای تنظیم درجه یک، این ماتریس با ابعاد $m - 1 \times m$ و برای تنظیم درجه دو این ماتریس با ابعاد $m - 2 \times m$ است. استفاده از تنظیم با درجات بالاتر نتایج حاصل از حل معکوس را به مقادیر واقعی نزدیک‌تر می‌کند.

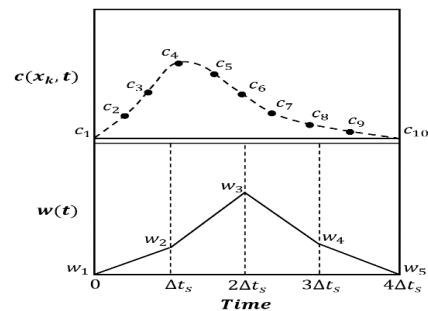
برای به دست آوردن پارامتر تنظیم چند روش وجود دارد که در این تحقیق از متداول‌ترین و مطمئن‌ترین این روش‌ها یعنی روش L -curve استفاده شده است. در این روش به ازای مقادیر مختلف λ مسئله حداقل مجذورات خطی (معادله (۶)) حل می‌شود و به ازای هر حل، مقدار $\|Lw\|_2$ در برابر $\|Gw - c\|_2$ در مقیاس لگاریتمی- لگاریتمی رسم می‌شود. شکلی که در این مقیاس به دست می‌آید تقریباً شبیه L است. در هر قسمت از منحنی به دست آمده اثر یکی از مقادیر $\|Lw\|_2$ و $\|Gw - c\|_2$ نسبت به دیگری بیشتر و یا کمتر می‌شود و به تناسب آن مقدار λ تغییر می‌کند، بنابراین بهینه‌ترین مقدار پارامتر تنظیم گوشه منحنی L شکل است. چون در این نقطه تعادل بین اثر عبارات $\|Lw\|_2$ و $\|Gw - c\|_2$ در مسئله برقرار می‌شود. شکل (۲) حالت کلی منحنی L -curve را نشان می‌دهد.



شکل ۲- حالت کلی منحنی L -curve

بنابراین وجود پارامترهای مذکور دستگاه معادلات خطی را خوش‌خیم (قابل حل) می‌کند. از آنجاکه معادله جابه‌جایی-پراکندگی (معادله بقای جرم ماده آلاینده) یک معادله دیفرانسیل جزئی خطی است، بنابراین اصل برهم‌نهی (جمع آثار) در مورد جواب‌های این معادله صادق است. بر اساس این اصل در مبحث

در معادله (۴) منظور از $G(x_1, t_1; x_s(l-1)\Delta t_s \rightarrow l\Delta t_s)$ مقدار تابع گرین در مکان x_1 و زمان t_1 می‌باشد که با حل معادله (۲) به ازای یک منبع آلاینده پالسی شکل در مکان x_s با شدت واحد و در بازه زمانی $(l-1)\Delta t_s$ تا $l\Delta t_s$ به دست می‌آید. در معادله (۵) نیز G برابر ماتریس ضرایب با ابعاد $n \times m$ و c و w نیز به ترتیب برابر بردار غلظت‌های نقطه مشاهده‌ای در زمان‌های مختلف (ماتریس معلومات) با ابعاد $n \times 1$ و بردار شدت‌های منبع آلاینده در زمان‌های مختلف (ماتریس مجهولات) با ابعاد $m \times 1$ می‌باشند.



شکل ۱- یک شکل شماتیک برای گسسته‌سازی معادله انتگرالی $n = 10$ و $m = 5$ با (۳)

دستگاه تشکیل شده یک دستگاه با تعداد معادلات و مجهولات نامساوی است. چنین دستگاه‌هایی دستگاه‌های فرامعین^{۱۵} نامیده می‌شوند. این دستگاه‌ها بدخیم^{۱۶} بوده و برای حل آن‌ها باید از تکنیک‌های خاص استفاده نمود. مسائل بدخیم در محاسبات مربوط به علوم و مهندسی بسیار ظاهر می‌شوند.

Hadamard (۱۹۲۳) اولین کسی بود که تعاریفی را از مسائل بدخیم مطرح کرد، بنا بر تعریف وی مسئله‌ای بدخیم محسوب می‌شود که حداقل یکی از شرایط زیر را داشته باشد:

- ۱- جواب نداشته باشد.
- ۲- جواب یکتا نداشته باشد.
- ۳- تغییرات کوچک در مقادیر ورودی تغییرات بزرگ در مقادیر خروجی ایجاد کند.

حل یک دستگاه فرامعین خطی در حالت عادی با تبدیل آن به یک مسئله حداقل مجذورات خطی قابل حل است. معادله زیر حل یک دستگاه فرامعین خطی با استفاده از مسئله حداقل مجذورات خطی متناظر با آن و با استفاده از روش تنظیم تیخونف است (Wei و همکاران، ۲۰۱۵):

$$\min Z(w) = \|Gw - c\|_2^2 + \lambda^2 \|Lw\|_2^2 \quad (6)$$

در نهایت مسئله حداقل مجذورات خطی فوق به صورت زیر بیان می‌شود:

۳- نتایج و بحث

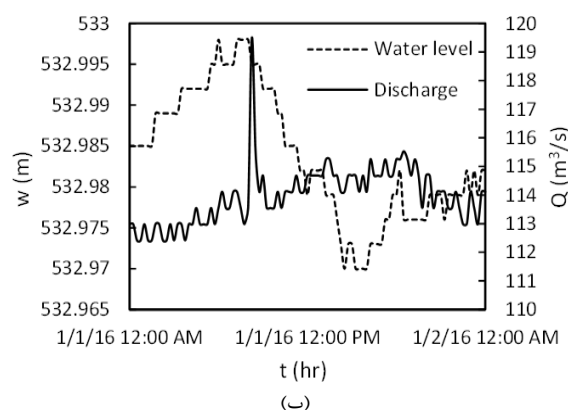
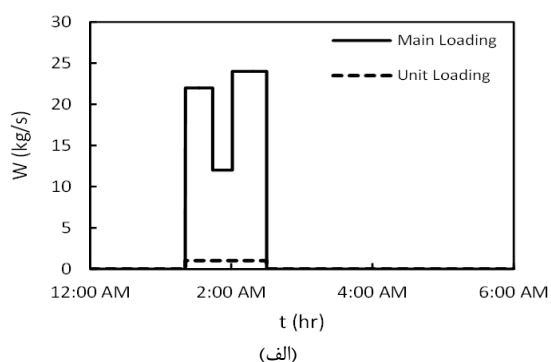
از آنجاکه در پژوهش‌های پیشین مباحث مربوط به اصل برهم‌نهی و مدل معکوس براساس روش تنظیم تیخونف در شرایط پیچیده منابع آلاینده و شرایط جریان غیرماندگار در رودخانه واقعی بررسی نشده است، در این قسمت سعی می‌شود هدف پژوهش که ارائه چارچوب کلی جهت بازیابی تابع شدت زمانی منابع چندگانه آلاینده در رودخانه است بررسی شود.

در ادامه مدل معکوس مورد استفاده در این پژوهش، یعنی روش ماتریس معکوس برپایه روش تنظیم تیخونف در حالت یک بعدی و تحت شرایط فرضی و واقعی با ذکر دو مثال (که جزئیات آن پیش‌تر ذکر شد) مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد.

۳-۱- مثال اول: بازیابی تابع شدت زمانی یک منبع آلاینده

در حالت ساده تحت شرایط فرضی

در این مثال یک بارگذاری پله‌ای با مدت زمان یک ساعت و ده دقیقه مطابق شکل (۳-الف) در فاصله زمانی ۰۱:۲۸ تا ۰۲:۳۸ بامداد از یک منبع آلاینده نقطه‌ای رهاسازی می‌شود. در این قسمت از یک رودخانه فرضی (شکل (۴)) به طول مسیر ۱۱۴ کیلومتر با مقطع نامنظم استفاده می‌شود.



شکل ۳- الف) منحنی بارگذاری پله‌ای و بارگذاری واحد، ب) منحنی سری زمانی دبی جریان در ابتدای رودخانه و منحنی سری زمانی تراز سطح آب در انتهای رودخانه در طول دوره شبیه‌سازی

معادلات دیفرانسیل اگر y_1 و y_2 دو جواب یک معادله دیفرانسیل خطی همگن باشند، آنگاه $\alpha y_1 + \beta y_2$ نیز یک جواب برای آن معادله دیفرانسیل خواهد بود. به عبارتی دیگر هرگاه مقادیر غلظت در محل منبع آلاینده در یک عددی ضرب شوند، مقادیر غلظت مشاهداتی در هر نقطه از پایین‌دست (نقاط مشاهداتی) در همان عدد ضرب می‌شود. با توجه به تعاریف و مشخصاتی که برای مسئله معکوس در مطالب فوق مطرح شد، برای بازسازی تابع شدت یک منبع آلاینده، باید به حل دستگاه معادلات خطی پرداخت که در این دستگاه، معلومات مسئله همان مقادیر غلظت‌های منحنی پاسخ در نقاط مشاهده‌ای، مجهولات مسئله مقادیر متوسط بارگذاری منبع آلاینده و همچنین ضرایب معادلات نیز مقادیر غلظت بارگذاری‌های واحد (در قسمت نتایج و بحث به آن اشاره خواهد شد) در نقاط مشاهده‌ای است؛ بنابراین برای تشکیل این دستگاه معادلات خطی باید هرکدام از اجزای دستگاه، به عنوان یک ماتریس تعریف شود تا در نهایت با نوشتن کدهای مراحل حل دستگاه معادلات خطی تشکیل شده، به حل نهایی مسئله پرداخته شود. مراحل زیر روند تشکیل و حل دستگاه معادلات خطی را نشان می‌دهد:

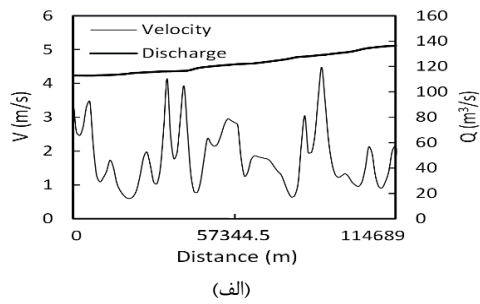
(۱) تعریف G برابر ماتریس ضرایب با ابعاد $n \times m$

(۲) تعریف C برابر ماتریس معلومات با ابعاد $n \times 1$

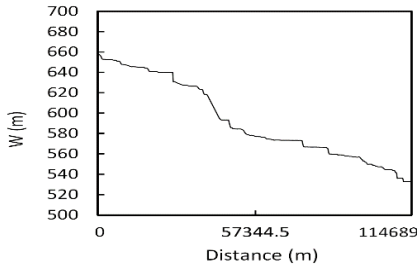
در این مرحله درصد خطایی به عنوان خطای برداشت داده‌ها (نزدیک به شرایط واقعی) برای مقادیر غلظت در نقاط مشاهده‌ای تعریف می‌شود که این مقدار خطا در قسمت مثال‌ها، دارای بیش‌ترین مقدار ۱۵٪ و کم‌ترین مقدار ۵٪ است.

(۳) اعمال مناسب‌ترین روش برای حل دستگاه معادلات خطی مربوطه جهت به دست آوردن w که همان ماتریس مجهولات با ابعاد $m \times 1$ است. در اینجا به علت حجم بالای مطالب، از توضیح پیرامون روش‌های مختلف حل دستگاه‌های معادلات خطی اجتناب می‌شود. در نهایت با حل دستگاه معادلات خطی که جزئیات آن مطرح شد، مقادیر متوسط بارگذاری اصلی منبع آلاینده به دست می‌آید.

در این پژوهش کاربرد اصل برهم‌نهی در حل مستقیم معادله انتقال مورد بررسی و نتایج حاصل از آن در تشکیل ماتریس ضرایب حل معکوس مورد استفاده قرار می‌گیرد. با استفاده از این روش می‌توان بارگذاری‌های پیچیده را به بارگذاری‌های ساده‌تر (ضریبی از بارگذاری واحد) با فواصل زمانی مختلف تقسیم کرد؛ سپس در مکان‌های مشاهداتی، منحنی پاسخ حاصل از هرکدام از این بارگذاری‌های ساده را به دست آورده و به همان فواصل زمانی مذکور تأخیر داد. در نهایت تمام منحنی‌های پاسخ بارگذاری‌های ساده با هم جمع می‌شوند تا منحنی پاسخ بارگذاری پیچیده اولیه به دست آید. منحنی پاسخ حاصل از این روش، دقیقاً منطبق بر منحنی پاسخ حاصل از بارگذاری پیچیده است.

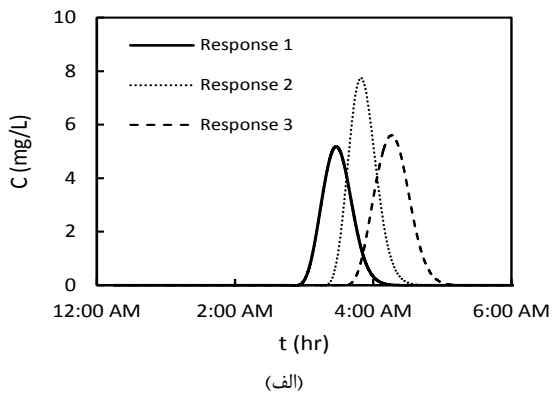


(الف)

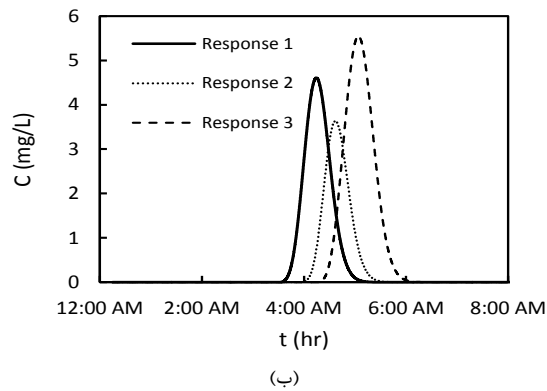


(ب)

شکل ۵- خروجی‌های حل عددی مستقیم معادلات هیدرودینامیک نسبت به طول رودخانه در زمان 02:00 AM: (الف) مقادیر دبی و سرعت متوسط مقطع، (ب) تراز سطح آب

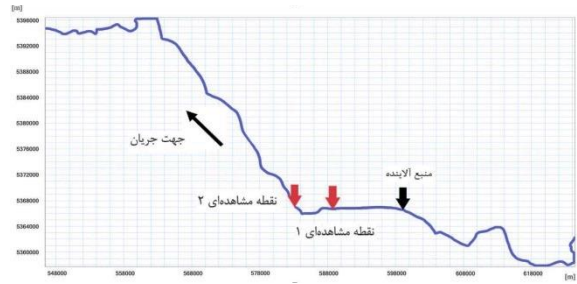


(الف)



(ب)

شکل ۶- منحنی‌های پاسخ بارگذاری‌های واحد (با تأخیر زمانی) از منبع آلاینده: (الف) در فاصله ۱۰ کیلومتری، (ب) در فاصله ۱۷ کیلومتری



شکل ۴- موقعیت مکانی منبع آلاینده و نقاط مشاهده‌ای در رودخانه با شرایط فرضی

منبع آلاینده در فاصله ۳۳ کیلومتری از ابتدای مسیر رودخانه و نقاط مشاهده‌ای به ترتیب در فواصل ۱۰ کیلومتری و ۱۷ کیلومتری از منبع بارگذاری آلاینده قرار دارند. شرایط جریان غیرماندگار بوده و شرایط مرزی حل معادلات هیدرودینامیک به صورت سری‌های زمانی دبی رودخانه (برای شرط مرزی بالادست) و سری‌های زمانی تراز سطح آب (برای شرط مرزی پایین‌دست) در طول دوره شبیه‌سازی است. نمودار شرایط مرزی حل معادلات هیدرودینامیک مربوط به ۲۴ ساعت (دوره شبیه‌سازی) در شکل (۳-ب) آورده شده است. ضریب زبری مانینگ^{۱۷} برای کل مسیر جریان مقدار متوسط ۰.۳۳ و مقدار ضریب پراکنندگی نیز برابر ۲۰ مترمربع بر ثانیه در نظر گرفته شده است.

۳-۱-۱- انتقال جرم ماده آلاینده

مطابق آنچه در قسمت میانی و روش‌ها بیان شد، در حل عددی مستقیم معادلات هیدرودینامیک پارامترهای مختلف جریان مانند سرعت و عمق جریان در مکان‌ها و زمان‌های مختلف محاسبه می‌گردد. همچنین در حل عددی مستقیم معادله انتقال، غلظت‌های ناشی از بارگذاری اصلی منبع آلاینده و بارگذاری واحد در نقاط مشاهده‌ای در پایین‌دست منبع آلاینده محاسبه می‌شود. بارگذاری واحد، یک بارگذاری با شدت متوسط یک کیلوگرم بر ثانیه در طول مدت بارگذاری تعریف می‌شود. در شکل (۵) که مربوط به حل عددی مستقیم معادلات هیدرودینامیک است، مقادیر سرعت، دبی و تراز سطح آب نسبت به مکان‌های مختلف در طول مسیر رودخانه در یک زمان مشخص در طول دوره شبیه‌سازی آورده شده است؛ در شکل (۶) نیز که مربوط به حل عددی مستقیم معادله انتقال است، منحنی پاسخ حاصل از هر کدام از بارگذاری‌های واحد برای نقاط مشاهده‌ای اول (۶-الف) و دوم (۶-ب) آورده شده است. همچنین در شکل (۷) منحنی پاسخ بارگذاری اصلی و منحنی حاصل از برهم‌نهی منحنی‌های پاسخ حاصل از هر کدام از اجزای بارگذاری اصلی آورده شده است.

17. Manning's roughness coefficient

دوم کم‌تر از نقطه مشاهده‌ای اول است بنابراین اطلاعات کم‌تری جهت بازیابی تابع شدت بارگذاری منبع آلاینده از نقطه دوم نسبت به نقطه اول قابل دریافت است و عملاً وجود آن در کنار نقطه مشاهده‌ای اول تأثیری در نتایج محاسبات نخواهد داشت. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در حل معکوس جهت به دست آوردن مقادیر متوسط بارگذاری منبع آلاینده وجود تنها یک نقطه مشاهده‌ای در پایین‌دست منبع آلاینده با دارا بودن اطلاعات موردنیاز کافی است (Hamdi, ۲۰۰۹)، (Mazaheri و همکاران، ۲۰۱۵)؛ که خود این مسئله موجب کاهش هزینه‌های محاسباتی و میدانی در حل مسئله معکوس می‌شود.

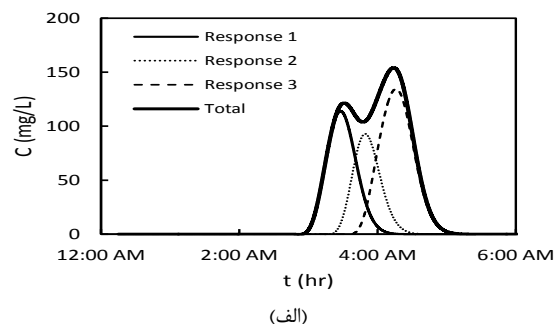
با توجه به جداول (۱) و (۲) مشاهده می‌شود که اگرچه ابعاد ماتریس ضرایب در حالت وجود دو نقطه مشاهده‌ای بزرگ‌تر از حالتی است که یک نقطه مشاهده‌ای در حل معکوس مورد استفاده قرار می‌گیرد، نتایج در هر دو حالت با همدیگر برابرند. در نتیجه در حالت وجود دو نقطه مشاهده‌ای چون شکل نمودارها تغییری نمی‌کند از آوردن شکل‌های تکراری اجتناب و فقط به جدول (۲) و شکل (۸) اکتفا می‌شود.

جدول ۱- نتایج حل معکوس برای نقطه مشاهده‌ای اول

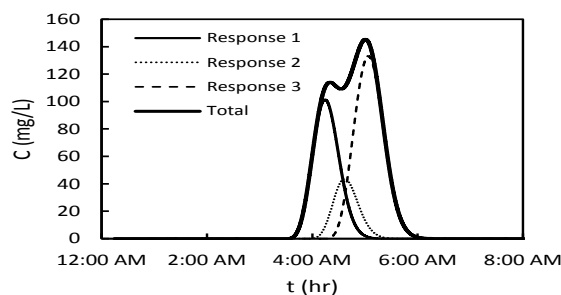
تنظیم درجه صفر		تنظیم درجه یک		دوره داده‌ها (دقیقه)
۲۵	۱۵	۵	۱۵	
خطای برداشت داده (%)	۵	۱۵	۵	
خطای نسبی محاسبات (%)	۲/۰۶۶	۴/۴۴	۱/۸۶۳	۵/۷۲
مقدار پارامتر تنظیم	۰/۰۰۰۸	۰/۰۳۵۵	۰/۰۱۰۳	۰/۰۶۶۱
ابعاد ماتریس ضرایب	(۱۹×۳)			

جدول ۲- نتایج حل معکوس برای نقطه مشاهده‌ای اول و دوم

تنظیم درجه صفر		تنظیم درجه یک		دوره داده‌ها (دقیقه)
۲۵	۱۵	۵	۱۵	
خطای برداشت داده (%)	۵	۱۵	۵	
خطای نسبی محاسبات (%)	۲/۰۶۶	۴/۴۴	۱/۸۶۳	۵/۷۲
مقدار پارامتر تنظیم	۰/۰۰۰۸	۰/۰۳۵۵	۰/۰۱۰۳	۰/۰۶۶۱
ابعاد ماتریس ضرایب	(۳۰×۳)			



(الف)



(ب)

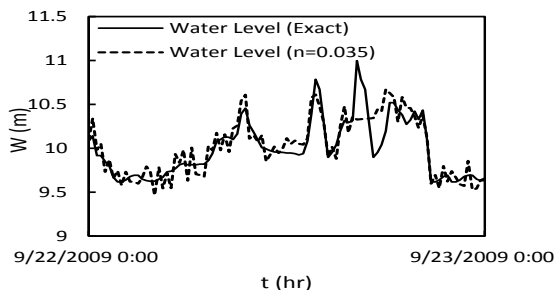
شکل ۷- منحنی پاسخ بارگذاری اصلی و منحنی حاصل از اصل برهم‌نهی از منبع آلاینده (انطباق کامل دو منحنی مذکور):
(الف) در فاصله ۱۰ کیلومتری، (ب) در فاصله ۱۷ کیلومتری

۳-۱-۲- حل عددی معکوس معادله انتقال جرم ماده آلاینده

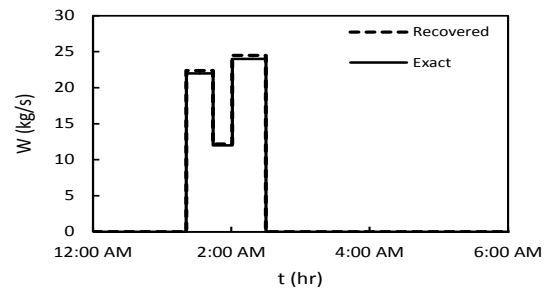
در این بخش بازسازی تابع شدت بارگذاری پله‌ای (اصلی) در بالادست (محل منبع آلاینده) که منحنی پاسخ (غلظت‌ها) حاصل از آن در پایین‌دست (نقاط مشاهده‌ای اول و دوم) و با استفاده از مدل عددی مستقیم به دست آمد، انجام می‌گیرد. با طی مراحل حل عددی معکوس (که در مبانی نظری به آن پرداخته شد) توسط مدل معکوس مورد استفاده در این پژوهش، نتایجی به دست آمد که به صورت نمودارهایی برای مشاهده و مقایسه با مقادیر واقعی در شکل‌های بعد آورده شده است. پس از نمایش نتایج برای درک بهتر از جزئیات حل توسط مدل معکوس، جدول (۱) آورده شده است. در ضمن در این مثال دو دسته حل معکوس به ازای دو نقطه مشاهده‌ای انجام شده است. واضح است که نتایج حاصل از حل معکوس به ازای یک نقطه مشاهده‌ای دقیقاً همان نتایج حاصل از حل معکوس به ازای دو نقطه مشاهده‌ای است؛ دلیل برابری نتایج به این نکته برمی‌گردد که در بازیابی تابع شدت بارگذاری یک منبع به ازای دو نقطه مشاهده‌ای نتایج منحنی پاسخ در نقطه مشاهده‌ای دوم به نتایج منحنی پاسخ در نقطه اول وابسته است، در هر صورت چون رتبه ماتریس^{۱۸} ضرایب در نقطه مشاهده‌ای

کلی) حل معکوس تحت شرایط واقعی رودخانه کارون مورد استفاده قرار می‌گیرد. ورودی‌های مورد نیاز در حل عددی مستقیم معادلات هیدرودینامیک و انتقال، با استفاده از داده‌های واقعی رودخانه که از دو ایستگاه ملاتانی (ابتدای مسیر رودخانه) و فارسیات (انتهای مسیر رودخانه) برداشت شده است، تأمین می‌شود. طول کل مسیر مورد مطالعه از ایستگاه ملاتانی تا ایستگاه فارسیات ۱۰۵ کیلومتر است. در ضمن از اطلاعات ایستگاه میانی اهواز که در فاصله ۶۰ کیلومتری از ایستگاه ملاتانی قرار دارد جهت واسنجی مدل مستقیم به منظور به دست آوردن ضریب زبری نزدیک به حالت واقعی استفاده شده است (شکل ۹).

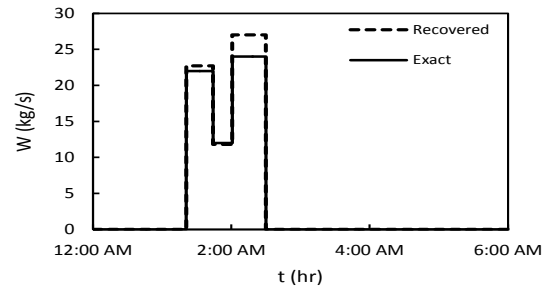
شرایط مرزی حل معادلات هیدرودینامیک، سری‌های زمانی دبی رودخانه در ایستگاه ملاتانی (بالادست) و سری‌های زمانی تراز سطح آب در ایستگاه فارسیات (پایین‌دست) است. نمودار شرایط مرزی حل معادلات هیدرودینامیک مربوط به ۲۴ ساعت (دوره شبیه‌سازی) در شکل (الف-۱۰) آورده شده است. ضریب زبری مانینگ برای کل مسیر مقدار متوسط 0.35 به دست آمده و ضریب پراکندگی مقدار 80 مترمربع بر ثانیه (موسوی مهد، ۱۳۹۲) در نظر گرفته شده است. در شکل (ب-۱۰) که مربوط به حل عددی مستقیم معادلات هیدرودینامیک است، مقادیر سرعت و دبی جریان نسبت به مکان‌های مختلف در طول مسیر رودخانه در یک زمان مشخص در طول دوره شبیه‌سازی آورده شده است. در این مثال سعی می‌شود تمامی حالت‌های ممکن بارگذاری‌ها از لحاظ الگوی تابع شدت و مدت زمان بارگذاری و فواصل منابع آلاینده از همدیگر مورد آزمون قرار گیرد. در شکل (۱۱) مکان‌های منابع آلاینده و همچنین موقعیت نقاط مشاهده‌ای مربوط به هر کدام از آن‌ها در رودخانه کارون مشخص شده است. پیکان‌های قرمز رنگ و سفید رنگ به ترتیب موقعیت مکان منابع آلاینده و نقاط مشاهده‌ای را نشان می‌دهند. در جدول (۳) نیز اطلاعات کلی منابع آلاینده برای حالت پیچیده آورده شده است.



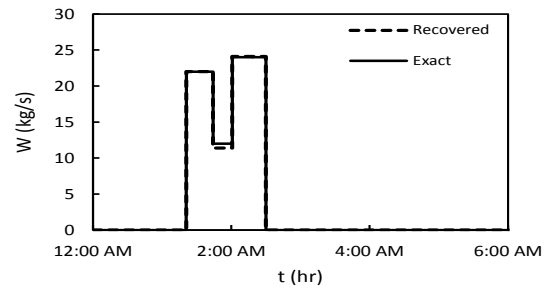
شکل ۹- مقادیر تراز سطح آب ایستگاه اهواز در حالت واقعی و شبیه‌سازی شده به ازای ضریب زبری $n = 0.035$



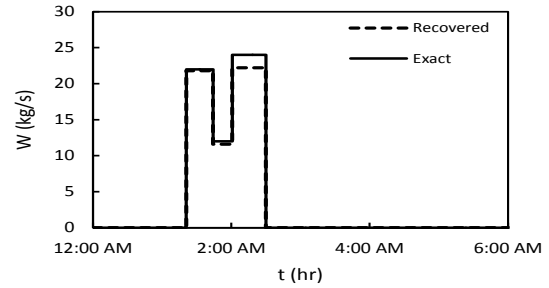
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۱۰- نمودار مقادیر محاسباتی و واقعی متوسط بارگذاری ۵٪ و ۱۵٪ خطا: (الف) و (ب) تنظیم‌های درجه صفر، (ج) و (د) تنظیم‌های درجه یک

۳-۲- مثال دوم: صحت‌سنجی مدل معکوس ارائه شده در حالت پیچیده تحت شرایط واقعی رودخانه کارون به منظور ارائه چارچوب کلی

در حل معکوس معادله انتقال به منظور به دست آوردن مقادیر واقعی متوسط بارگذاری و ارائه چارچوب در حالت کلی، تعداد سه منبع آلاینده و سه نقطه مشاهده‌ای به عنوان حالت پیچیده (حالت

جدول ۴- مشخصات حل معکوس در حالت کلی

منبع	منبع	منبع	
آلاینده ۳	آلاینده ۲	آلاینده ۱	
۲۰	۹	۸	تعداد اجزای ماتریس مجهولات
(۱۴۳×۲۰)	(۲۴×۹)	(۴۰×۸)	ابعاد ماتریس ضرایب
			دوره زمانی برداشت
۵	۱۰	۲۰	داده‌های غلظت در نقطه مشاهده‌ای (دقیقه)

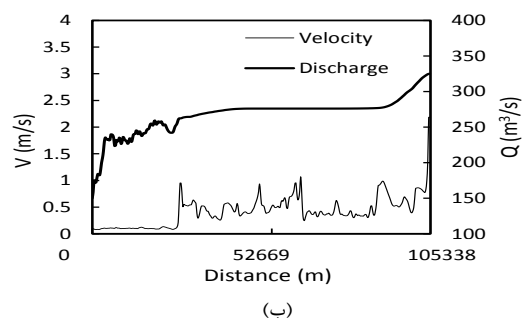
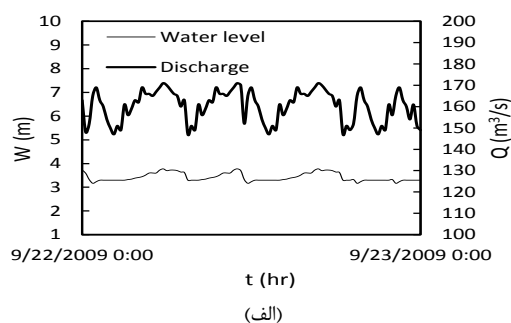


شکل ۱۱- موقعیت مکانی منابع آلاینده و نقاط مشاهده‌ای در رودخانه کارون

از آنجاکه به حل مستقیم معادلات هیدرودینامیک و انتقال جرم ماده آلاینده و اصل برهم‌نهی و حل معکوس مسئله انتقال در مطالب قبل اشاره شده است، در این مثال برای کاهش حجم مطالب از آوردن تمام نتایج و نمودارهای مربوط به آن‌ها در حالت کلی یعنی آرایش سه منبع آلاینده و سه نقطه مشاهده‌ای اجتناب می‌شود و تنها یک سری نمودار مقادیر محاسباتی توسط مدل معکوس و مقادیر واقعی متوسط بارگذاری در حالت کلی برای تنظیم درجه یک و ۵ درصد خطا در برداشت داده‌ها در شکل (۱۲) و شرحی از سایر نتایج در جدول (۵) آورده می‌شود.

جدول ۵- نتایج حل معکوس در حالت کلی

تنظیم درجه صفر		تنظیم درجه یک		
۵	۱۵	۵	۱۵	خطای برداشت داده (/)
۷/۵	۱۰/۳۶	۶/۳۳	۹/۱۸	خطای نسبی محاسبات (/)
	(۲۰۷×۳۷)			ابعاد ماتریس ضرایب
۰/۰۰۰۹۲	۰/۰۰۸۷۴	۰/۰۰۱۸۶	۰/۰۰۹۸۹	مقدار پارامتر تنظیم



شکل ۱۰- الف) منحنی‌های سری زمانی دبی جریان و تراز سطح آب در ابتدا و انتهای رودخانه در طول دوره شبیه‌سازی، ب) خروجی‌های حل عددی مستقیم معادلات هیدرودینامیک نسبت به طول رودخانه در زمان 02:00 AM، مقادیر دبی و سرعت متوسط مقطع

همان‌طور که در مطالب مربوط به مثال اول ذکر شد، نتایج حل مستقیم معادلات هیدرودینامیک و انتقال برای بارگذاری‌های واحد و اصلی در نقطه مشاهده‌ای منجر به تولید ورودی‌های حل مسئله معکوس برای بازبایی مقادیر متوسط بارگذاری منبع آلاینده می‌شود. همچنین نحوه انجام محاسبات و نمودارهای مربوط به حل مستقیم و معکوس نشان داده شد.

جدول ۳- مشخصات منابع آلاینده و نقاط مشاهده‌ای

منبع	منبع	منبع	
آلاینده ۳	آلاینده ۲	آلاینده ۱	
خطی	پله‌ای	خطی پله‌ای	الگوی بارگذاری منبع آلاینده
۳	۲	۴	مدت زمان بارگذاری (ساعت)
۶۱۸۰۲/۶۲	۴۰۵۶۲/۵۳	۴۰۸۱/۰۹	فاصله منبع آلاینده از ابتدای مسیر رودخانه (متر)
			فاصله نقطه مشاهده‌ای مربوط به هر منبع از ابتدای مسیر رودخانه (متر)
۷۲۱۶۰/۹۹	۴۲۸۷۶/۷۱	۱۴۲۹۰/۵۹	

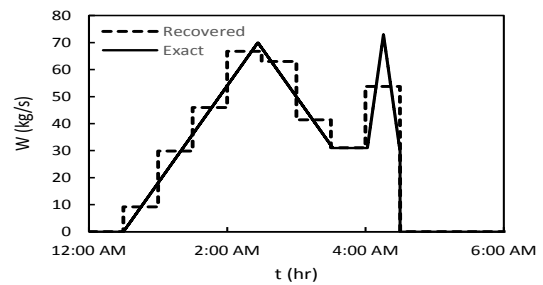
تعداد ستون‌ها)، بیش‌ترین دقت در حل مسئله معکوس حاصل شود. به‌عنوان مثال در حالت واقعی (مثال دوم) دقت بازیابی منبع آلاینده شماره سه بیشتر از منبع شماره یک است، اگرچه بازیابی منبع آلاینده اول هزینه محاسباتی کم‌تری در مقایسه با منبع شماره سه دارد.

۲) اعمال تدابیری که موجب کاهش تعداد مجهولات (کم‌تر شدن تعداد بارگذاری‌های واحد) شود، موجب کاهش تعداد ستون‌های ماتریس ضرایب شده که به تبع آن احتیاج به تعداد برداشت‌های میدانی غلظت بیشتر جهت افزایش دقت حل معکوس را برطرف می‌کند. این مورد در بارگذاری شماره سه در حالت واقعی (مثال دوم) مشهود است؛ افزایش تعداد مجهولات موجب می‌شود که برای نیل به حداکثر دقت، دوره تناوب برداشت‌های میدانی کاهش یابد.

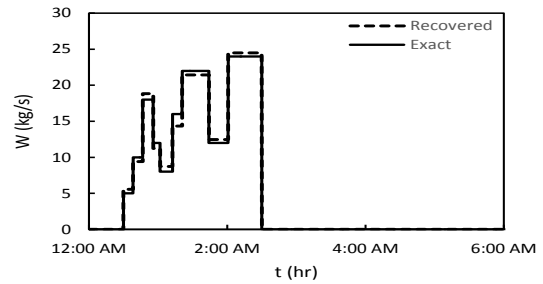
۳) مدل معکوس مورد استفاده به ازای شرایط مربوط به هر منبع آلاینده و هر نقطه مشاهده‌ای دارای انعطاف است. به عنوان مثال می‌توان دوره زمانی برداشت‌های میدانی مقادیر غلظت در نقاط مشاهده‌ای برای هر منبع آلاینده را مختص به خود در نظر گرفت، یا برای تمام منابع (حالت وجود منابع چندگانه) یک دوره (تناوب زمانی) برداشت یکسان در نظر گرفت. البته چون هدف مدل معکوس مورد استفاده علاوه بر دقت مطلوب، رساندن برداشت‌های میدانی به حداقل تعداد ممکن است، مورد اول پیشنهاد می‌شود. از سوی دیگر انتخاب دوره زمانی برداشت‌های میدانی با الگوی بارگذاری منبع آلاینده مرتبط است. مثلاً در بارگذاری شماره سه با توجه به کل زمان بارگذاری، مناسب‌ترین دوره برداشت (۵ دقیقه) در نظر گرفته شده است. در این پژوهش با توجه به نتایج حل‌های متعدد انجام شده، در بارگذاری‌های خطی با مدت زمان بیش‌تر از یک ساعت، این مقدار مناسب از دوره برداشت به سطح خطای پایین‌تر از ۱۱ درصد منجر می‌گردد.

۴) انتخاب فاصله نقاط مشاهده‌ای از منابع آلاینده به عوامل مختلفی از جمله مدت زمان بارگذاری منبع، ضریب پراکندگی و الگوی بارگذاری منبع بستگی دارد؛ به عنوان مثال در بارگذاری‌های پله‌ای چون اثر پله‌ها در پایین‌دست به مراتب سریع‌تر از اثر بارگذاری‌های خطی کاهش می‌یابد، بنابراین در حالات وجود منابع چندگانه آلاینده متشکل از انواع الگوها، در الگوهای پله‌ای باید نقاط مشاهده‌ای حتی‌الامکان نزدیک به منابع آلاینده در نظر گرفته شود (به عنوان مثال منبع شماره دو). در پژوهش حاضر (به ازای حل‌های متعدد) فاصله نقاط مشاهده‌ای از منبع برای بارگذاری‌های پله‌ای با زمان بارگذاری ۱/۵ تا ۴ ساعت (با ضریب پراکندگی یکسان) حداقل ۲ کیلومتر و حداکثر ۱۰ کیلومتر در نظر گرفته شده است.

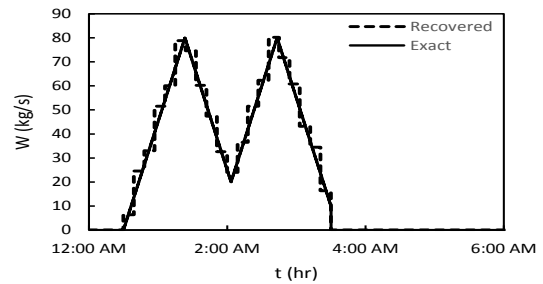
۵) مدل معکوس مورد استفاده در این پژوهش با دقت مطلوب قادر به بازیابی مقادیر متوسط منابع آلاینده برای تعداد منابع و



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱۲- نمودار مقادیر متوسط محاسباتی و مقادیر واقعی بارگذاری‌های شماره ۱ و ۲ و ۳ در حالت کلی - تنظیم درجه یک - ۵٪ خطا

۴- نتیجه‌گیری

مروری بر تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که اکثر پژوهش‌های انجام شده در حل معکوس مسئله انتقال مربوط به محیط آب زیرزمینی است و مطالعات در رودخانه آن‌هم تحت شرایط واقعی و پیچیده اندک است؛ بنابراین در این بخش از پژوهش یک چارچوب کلی در حل معکوس مسئله انتقال آلاینده در رودخانه بر اساس روش ریاضی ماتریس معکوس بر اساس روش تنظیم تیخونف تحت شرایط فرضی و واقعی جریان و در دامنه یک‌بعدی ارائه می‌شود که توجه به نکات زیر به‌عنوان چارچوب کلی ارائه شده در رابطه با حل مستقیم و حل معکوس ضروری است:

۱) ابعاد ماتریس ضرایب با توجه به تعداد حل‌های مستقیم بارگذاری واحد به ازای هر کدام از منابع و دوره (تناوب) مشاهدات غلظت در نقاط مشاهده‌ای تعیین می‌شود؛ بنابراین انتظار می‌رود با افزایش ردیف‌های ماتریس ضرایب (به اندازه حداقل دو برابر

- 1139.
- Ghane A, Mazaheri, M, Mohammad Vali Samani J, "Location and release time identification of pollution point source in river networks based on the Backward Probability Method", *Journal of Environmental Management*, 2016, 180, 164-171.
- Hadamard J, "Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations", New Haven: Yale University Press, 1923.
- Hamdi A, "The recovery of a time-dependent point source in a linear transport equation: application to surface water pollution", *Inverse Problems*, 2009, 25 (7), 075006.
- Lee YJ, Park C, Lee ML, "Identification of a Contaminant Source Location in a River System Using Random Forest Models", *Water*, 2018, 10 (4), 391.
- Lei L, Xue Y, Zheng W, Yang J, "An inverse method based on CFD to determine the temporal release rate of a heat source in indoor environments", *Applied Thermal Engineering*, 2018, 134, 12-19.
- Mahinthakumar GK, Sayeed M, "Hybrid genetic algorithm-local search methods for solving groundwater source identification inverse problems", *Journal of Water Resources Planning and Management*, 2005, 131 (1), 45-57.
- Mazaheri M, Mohammad Vali Samani J, Samani HMV, "Mathematical Model for Pollution Source Identification in Rivers", *Environmental Forensics*, 2015, 16 (4), 310-321.
- Neupauer RM, Wilson JL, "Adjoint-derived location and travel time probabilities for a multidimensional groundwater system", *Water Resources Research*, 2001, 37 (6), 1657-1668.
- Partial Differential Equations", New Haven: Yale University Press, 1923.
- Singh RM, Datta B, "Identification of groundwater pollution sources using GAbased linked simulation optimization model", *Journal of Hydrologic Engineering*, 2006, 11 (2), 101-109.
- Wei Y, Zhang T, Wang Sh, "Inverse Identification of Multiple Pollutant Sources", 14th Conference of International Building Performance Simulation Association, Hyderabad, India, 2015.
- Wang Z, Liu J, "Identification of the pollution source from one-dimensional parabolic equation models", *Applied Mathematics and Computation*, 2012, 219 (8), 3403-3413.
- Zhang T, Chen Q, "Identification of contaminant sources in enclosed space by a single sensor", *Indoor Air*, 2007, 17 (6), 439-449.
- Zhang T, Zhou H, Wang S, "Inverse identification of the release location temporal rates, and sensor alarming time of an airborne pollutant source", *Indoor Air*, 2015, 25 (4), 415-427.
- نقاط مشاهده‌ای نامحدود با هر الگویی از بارگذاری در هر نقطه از رودخانه است؛ بنابراین محدودیتی از این جهت در مدل معکوس وجود ندارد؛ اما به‌طور کلی هزینه محاسباتی (از لحاظ زمان محاسبات) در بارگذاری‌های خطی و خطی پله‌ای بیشتر از بارگذاری‌های پله‌ای است. به تبع قابل پیش‌بینی است که در بارگذاری‌های با الگوی نامشخص این هزینه نسبت به سایر الگوها بالاتر خواهد رفت؛ اما در نهایت می‌توان با روش پژوهش حاضر، با حداقلی از هزینه‌های محاسباتی سطح قابل قبولی از خطای محاسبات را حاصل نمود.
- ۶) برخلاف پژوهش‌های پیشین، به عنوان مثال تحقیق Lei و همکاران (۲۰۱۸)، در پژوهش حاضر از الگوهای بارگذاری معمول با چیدمان و تعداد مناسب (با وسعت بالای بازه حل مسئله) استفاده شده است. از طرفی سطح پایین خطای محاسباتی (حداکثر ۱۰ درصد با توجه به نتایج مثال‌های فرضی و واقعی) با وجود حداکثر خطا در برداشت داده‌های میدانی در نقاط مشاهده‌ای (۱۵ درصد)، استفاده از روش مذکور را برای بازیابی توابع شدت منابع آلاینده چندانکه توجیه می‌نماید. در بررسی نهایی، پژوهش حاضر از لحاظ ارائه یک چارچوب کلی در حل مستقیم و معکوس مسئله انتقال آلاینده در دامنه یک‌بعدی تحت شرایط پیچیده جریان و منابع آلاینده و نقاط مشاهده‌ای، دارای مزیت و نوآوری است.

۵- مراجع

- موسوی مهدس، "مدیریت بهره‌برداری مکانی و زمانی آب رودخانه کارون از حد فاصل سد گتوند تا خرمشهر با اعمال سناریوهای مختلف رهاسازی شوری از مخزن سد"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، گروه سازه‌های آبی، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۹۲.
- Aster RC, Borchers B, Thurber CH, "Parameter Estimation and Inverse Problems", San Diego, CA: Elsevier Academic Press, 2005.
- Chapra SC, "Surface water-quality modeling", New York. McGraw Hill Companies, Inc., 1997.
- Chaudry MH, *Open Channel Flow*. Springer, New York, 2008.
- Cupola F, Tanda MG, Zanini A, "Laboratory sandbox validation of pollutant source location methods", *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 2015, 29 (1), 169-182.
- Di Nardo A, Santonastaso GF, Battaglia R, Musmarra D, Tuccinardi FP, Castaldo F, Della Ventura B, Iervolino M, Velotta R, "Smart identification system of surface water contamination by an innovative biosensor network", In Proceedings of Conference on Environmental Management, Engineering, Planning and Economics (CEMEPE) and to the SECOTOX Conference, 2015.
- El Badia A, Ha-Duong T, Hamdi A, "Identification of a point source in a linear advection dispersion-reaction equation: Application to a pollution source problem", *Inverse Problems*, 2005, 21 (3), 1121-

EXTENDED ABSTRACT

Identification of Multiple Pollutant Sources in Rivers in One-Dimensional Domain under Real Conditions

Siamak Amiri, Mehdi Mazaheri*, Jamal Mohammad Vali Samani

Faculty of Agriculture, University of Tarbiat Modares, Tehran +9821 82880, Iran

Received: 26 February 2018; Accepted: 25 April 2019

Keywords:

Pollutant sources identification, Inverse model, Tikhonov regularization method, Superposition principle, Advection-dispersion equation, Karun River.

1. Introduction

It is almost three decades that finding the release time and location of pollutant sources in rivers has attracted the researchers' and pundits' attention. In most of the current studies related to finding the release time and the location of pollutant sources, each of the researchers has considered their own specific circumstances in kind of hypotheses and problem solution methods. In a more general study, in previous studies researchers have used three approaches for solving the inverse problem of the pollutant transport equation.

The first approach (simulation-optimization methods) includes characteristics such as combining an optimization algorithm with other numerical methods of solving transport and hydrodynamic equations. The need to use computers with strong processors for solving inverse problem is a type of computational costs that can be counted as a weakness for this method (Mazaheri et al., 2015).

The second approach (probabilistic and geostatistical methods) focuses on using probabilistic and geostatistical distribution. Furthermore, using this method would assist to decrease computational volume for finding inverse problem answers, and finally would reduce number of simulations. So, that is an advantage for this method.

The third approach (mathematical methods) is for solving the inverse problem in a specific way and a mathematical frame. Reducing the numbers of repetitions or removing them and also decreasing the time and computational costs are counted as benefits of mathematical methods.

In the field of the inverse solution, studies that have been done so far, mostly done in the groundwater environment and less attention has been given to surface water resources. Moreover, each done research in the river has considered mainly a simple condition of the flow, the river topography, and pollutant sources. Therefore, introducing a method to propel problem conditions toward real conditions would be more practical and useful. As a result, by considering the selected approach, the present study in decreasing the problem solution time to the least number of runs and also minimizing observations and field costs in the inverse solution domain is accurate and efficient.

2. Methodology

In the theoretical background, each step of the problem solution would be analyzed separately considering the equations and their govern rules. The problem-solving steps are forward and inverse solutions which will be discussed further. Generally, the problem-solving process primarily starts with the forward numerical

* Corresponding Author

E-mail addresses: siamakamiri@modares.ac.ir (Siamak Amiri), m.mazaheri@modares.ac.ir (Mehdi Mazaheri), samani_j@modares.ac.ir (Jamal Mohammad Vali Samani).

solution of two groups of hydrodynamic and transport equations. The second step is the inverse solution of the pollutant transport equation that is being done in order to achieve the final results of the inverse problem.

Actually, the meaning of the forward numerical solution of the pollutant transport equation in rivers is calculating the temporal and spatial distribution of the pollutant concentration with a clear awareness of the location and release rates from the pollutant source. The forward numerical solution of the transport problem consists of two parts; the first part is the numerical solution of hydrodynamic equations (Eq. 1 and Eq. 2) and the second part is the numerical solution of the advection-dispersion equation (Eq. 3). One-dimensional hydrodynamic equations in rivers given by Chaudry (2008) and the pollutant transport equation (ADE) given by Chapra (1997) are:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial z_w}{\partial x} + gAS_f = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} = -\frac{\partial(QC)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(AE_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) - AkC \pm AS \quad (3)$$

In the above equations, z_w is the water level elevation, Q the flow discharge, A the flow area, S_f the energy slope, C the concentration of the pollutant at downstream points, g the acceleration due to gravity, x the location variable, t the time variable, E_x the longitudinal dispersion coefficient, k the first-order decay coefficient, and S is the source term.

In other words, the outputs of the numerical solution of hydrodynamic equations consist of the flow velocity and the water depth in different times and locations along with the characteristics of pollutant sources (its location and the temporal release rate) and some other parameters are considered as the inputs of the numerical solution of the advection-dispersion equation (ADE). In addition to in the study the application of superposition principle results are used in the forward and inverse solutions of the pollutant transport equation.

3. Results and discussion

The inverse model of the study which is the Tikhonov regularization method based on the inverse matrix, would be analyzed in a one-dimensional domain and under hypothetical and real conditions. The first example is a hypothetical example to recover the temporal release rate of a pollutant source using two downstream observation points (Fig. 1). In the second example, the verification of the inverse model would be investigated using real topography data of the Karun River in a real flow regime.

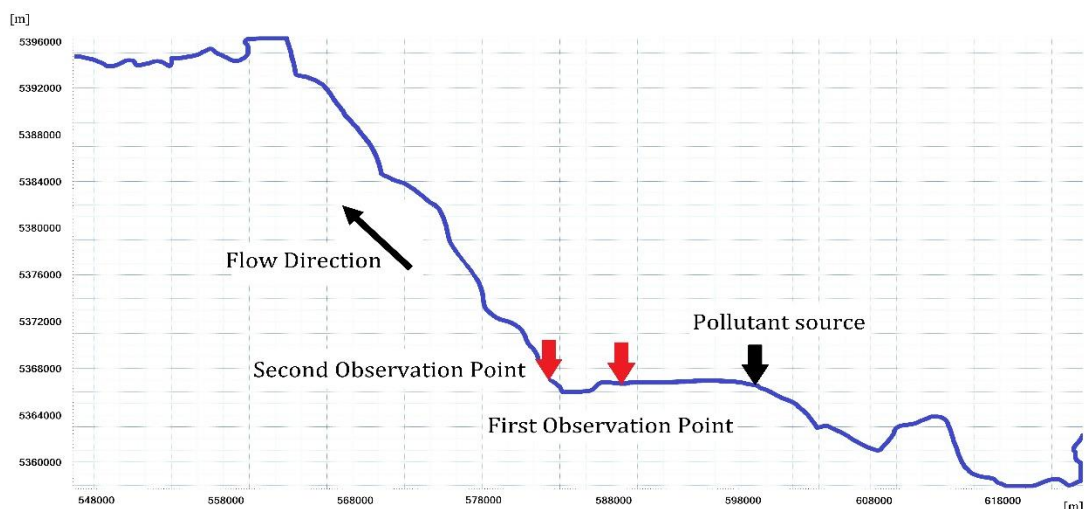


Fig. 1. Locations of the pollutant source and observation points in the hypothetical example

4. Conclusion

In this section, results for the inverse solution of the transport problem based on a mathematical inverse matrix and Tikhonov regularization method in hypothetical and real flow condition in one-dimensional domain will show. So the following points are some important details of mentioned results:

1. The inverse model is flexible for different conditions related to each pollutant source and observation point. For instance, the temporal frequency of field concentration observations in observation points for each pollutant source can be considered specifically or for all pollutant sources (in multiple sources mode) can be considered equally. But since the objective of the mentioned inverse model, besides the desirable accuracy, is to decrease the number of the field observations to the least, so the first case is suggested.

2. Making decisions that can reduce the number of problem unknowns can also decrease the need to access more field observations. So, decreasing in dimensions of the coefficients matrix can lead to increasing in accuracy of the inverse model.

5. References

Chapra SC, "Surface water-quality modeling", New York. McGraw Hill Companies, Inc. 1997.

Chaudry MH, "Open Channel Flow", Springer, New York, 2008.

Mazaheri M, Mohammad Vali Samani J, Samani HMV, "Mathematical model for pollution source identification in rivers", *Environmental Forensics*, 2015, 16 (4), 310-321.

<https://doi.org/10.1080/15275922.2015.1059391>.