

تحلیل ریسک احتمالاتی حوادث سیل با استفاده از تابع مفصل سه‌متغیره

عثمان محمدپور^۱، یوسف حسن‌زاده^{۲*}، احمد خدادادی^۳ و بهرام ثقفیان^۴

^۱ دانش‌آموخته دکتری عمران- آب، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران

^۲ استاد دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

^۳ استادیار دانشکده آمار و ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی

^۴ استاد دانشکده فنی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران

* نویسنده مسئول

دریافت ۹۴/۱۲/۲۲ پذیرش ۹۵/۷/۱۷

چکیده

با توجه به این که پدیده سیل دارای سه مشخصه اصلی دبی اوج، حجم و زمان تداوم است، تحلیل فراوانی یک‌متغیره سیل باعث می‌شود که تأثیر هم‌زمان متغیرهای وابسته در نظر گرفته نشود. این امر منجر به کمتر یا بیشتر برآورد شدن ریسک هیدرولوژیکی می‌گردد. بدین جهت تحلیل فراوانی سیل چندمتغیره می‌تواند راهکار مناسب‌تری باشد. توابع مفصل مهم‌ترین ابزار جهت انجام تحلیل فراوانی چندمتغیره هیدرولوژیکی هستند. یک گام مهم در به کارگیری توابع مفصل، انتخاب نوع توزیع احتمالاتی برای متغیرهای حاشیه‌ای است. در این مطالعه از روش تصمیم‌گیری چندمعیاره جهت انتخاب مناسب‌ترین توزیع استفاده شده است. از توابع مفصل ارشمیدسی سه بعدی برای تحلیل فراوانی سه‌متغیره سیل استفاده شده و برای برآورد پارامترهای آن‌ها، دو روش تابع استنباط برای حاشیه‌ها (Inference Function for Margins-IFM) و الگوریتم ژنتیک (Genetic algorithm-GA) به کار رفته‌اند. جهت بررسی کارایی روش پیشنهاد شده، از داده‌های رودخانه مهاباد یکی از رودخانه‌های مهمی که به دریاچه ارومیه می‌ریزد، استفاده شده است. به کمک شبیه‌سازی مونت-کارلو، نتایج دو روش تخمین پارامترها مقایسه گردیده است. نتایج نشان دادند که روش GA در مقایسه با روش IFM برتر است و تابع مفصل خانواده A12 بهترین برازش را به داده‌های سیل رودخانه مهاباد دارد. بر اساس نتایج، دوره برگشت‌های سه‌متغیره اولیه عطفی، فصلی و ثانویه سیل سال آبی ۶۷-۱۳۶۶ که دارای بیشترین دبی اوج داده‌های تاریخی است به ترتیب ۵۹/۳، ۱۱/۲ و ۲۹/۵ سال تعیین شده است. جهت طراحی سازه‌های هیدرولوژیکی نظیر سازه‌های کنترل سیل و سرریز سدها، استفاده از دوره برگشت ثانویه به جای دوره برگشت اولیه توصیه می‌گردد.

واژگان کلیدی: تحلیل فراوانی چندمتغیره، تصمیم‌گیری چندمعیاره، شبیه‌سازی مونت-کارلو، تابع مفصل، دوره بازگشت توأم.

۱- مقدمه

محاسبه و برآورد سیلاب طراحی سدها استفاده می‌کنند. برای مثال در ایالات متحده از روش تحلیل فراوانی وقوع سیلاب برای استخراج سیلاب‌هایی که دوره بازگشت آن‌ها از ۱۰۰ تا ۲۰۰ سال تجاوز نکند استفاده می‌شود و برای سیلاب‌های عظیم‌تر، از روش حداکثر سیل محتمل (PMF) استفاده می‌شود، در حالی که در کانادا از روش تحلیل فراوانی برای سیلاب با دوره بازگشت ۱۰۰۰ سال و حتی بیشتر نیز استفاده می‌شود. باید توجه شود که برآورد دقیق‌تر سیل طراحی، دارای نقش تعیین کننده از نظر کاهش خسارات اقتصادی، اجتماعی، زیست‌محیطی و تأمین سلامت سازه‌های آبی می‌باشد. بررسی‌های آماری سدهای تخریب شده جهان نشان می‌دهد که بیش از ۲۳ درصد سدهای تخریب شده دنیا به دلیل عدم توانایی سرریزهای آن‌ها در عبور جریان سیل می‌باشد [۲].

یکی از اطلاعات مورد نیاز و اثرگذار در طراحی سازه‌های کنترل سیل نظیر سرریز سدها، دیوارهای سیل بند، مخازن حفاظت سیل، کالورت‌ها و همچنین مطالعات پهنه‌بندی سیلاب، ساماندهی رودخانه و بیمه سیل، برآورد دبی جریان سیلابی با احتمالات مختلف می‌باشد. روش‌های مختلفی جهت برآورد سیل طراحی مورد استفاده قرار می‌گیرد که می‌توان به روش‌های استفاده از سیلاب‌های تاریخی، فرمول‌های تجربی، پوش سیلاب، تحلیل فراوانی، تحلیل منطقه‌ای، روش سینوپتیکی و روش دیرینه‌شناسی سیلاب اشاره کرد [۱]. روش تحلیل فراوانی وقوع سیلاب در اکثر قریب به اتفاق کشورهای اروپایی مورد استفاده قرار می‌گیرد و شاید رایج‌ترین روش در سطح جهان باشد. تعدادی از ممالک جهان ترکیبی از دو یا چند روش را برای

De Michele و Salvadori [۹] در سال ۲۰۰۳ برای اولین بار از تابع مفصل در هیدرولوژی استفاده کردند. ایشان ساختار وابستگی بین دو متغیر شدت و مدت بارش را با استفاده از تابع مفصل مدل‌سازی کردند.

در چند ساله اخیر کاربردهای متعددی از توابع مفصل در هیدرولوژی و منابع آب گزارش شده است. این مطالعه مجال بررسی همه این منابع را ندارد. در ادامه تنها بخشی از تحقیقات انجام شده در خصوص تحلیل فراوانی سیل بررسی می‌شود. علی‌رغم این که تحقیقات انجام گرفته در زمینه تحلیل فراوانی سیل دو متغیره با استفاده از تابع مفصل نسبتاً گسترده است [۶، ۱۰-۱۴]، اما مطالعات انجام شده در خصوص تحلیل فراوانی سه-متغیره نسبتاً محدود است.

Grimaldi و Serinaldi [۱۵]، روشی را جهت تحلیل فراوانی سیل چندمتغیره با استفاده از توابع مفصل خانواده ارشمیدسی نامتقارن توسعه دادند. نتایج حاصل از مطالعه موردی انجام شده نشان داد که تابع مفصل نامتقارن نسبت به تابع متقارن از مزایای بیشتری برخوردار است.

Ganguli و Reddy [۱۶] از توابع مفصل ارشمیدسی و بیضوی t استیودنت جهت ارزیابی احتمالاتی ریسک‌های سیل حوضه رودخانه Delaware در آمریکا استفاده نمودند. ایشان از آزمون‌های مبتنی بر فاصله نظیر آندرسون-دارلینگ و آزمون‌های گرافیکی و میزان وابستگی دنباله‌ها جهت انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل بهره بردند. یافته‌های مطالعه آن‌ها نشان داد که تابع مفصل t استیودنت عملکردی بهتر از دیگران ارائه می‌نماید.

Vandenberghه و همکاران [۱۷] با استفاده از توابع مفصل جنبه‌های عملی و تئوریک برآورد دوره برگشت‌های توأم در هیدرولوژی را با تاکید بر روی انتخاب مشخصات هیدروگراف طراحی مورد بررسی قرار دادند.

Abdi و همکاران [۱۸] روش مبتنی بر بهینه‌سازی را برای به دست آوردن پارامترهای سه تابع مفصل ارشمیدسی شناخته شده توسعه دادند. آن‌ها روش پیشنهاد شده را برای مدل‌سازی چندمتغیره مشخصه‌های خشکسالی ۶۰ ایستگاه باران‌سنجی استان آذربایجان شرقی به کار گرفتند. نتایج مطالعه نشان از برتری روش مبتنی بر بهینه‌سازی در مقایسه با روش‌های مرسوم نظیر گشتاورها و استنباط برای حاشیه‌ها دارد.

سالاری و همکاران [۱۹] از توابع مفصل ارشمیدسی دو بعدی برای مدل‌سازی ساختار وابستگی متغیرهای سیلاب در ایستگاه هیدرومتری اهواز بر روی رودخانه کارون استفاده کردند.

در روش تحلیل فراوانی وقایع حدی هیدرولوژیک، با تحلیل سوابق تاریخی و با تکیه بر آمار و اطلاعات موجود، ارتباط بین مقادیر حدی با احتمال وقوع (یا دوره بازگشت) سیلاب از طریق توزیع‌های احتمالاتی بررسی می‌شود. تاکنون تحلیل فراوانی سیل یک متغیره (عموماً بر مبنای اوج سیل) به طور وسیعی در مطالعات هیدرولوژیکی مورد استفاده قرار گرفته است [۲-۵]. بسیاری از پدیده‌های هیدرولوژیکی نظیر بارش، سیل، خشکسالی و نظایر آن‌ها دارای چند مشخصه وابسته هستند. برای مثال پدیده سیل دارای سه مشخصه دبی اوج، حجم و تداوم سیل می‌باشد. در این موارد به جای تحلیل فراوانی یک متغیره، بهتر است از روش‌های تحلیل فراوانی چندمتغیره استفاده شود. تحلیل فراوانی چندمتغیره قادر است تأثیر هم‌زمان متغیرهای وابسته را در نظر بگیرد و ریسک هیدرولوژیکی را دقیق‌تر برآورد نماید. جهت تحلیل فراوانی چندمتغیره سیل می‌توان از دو روش توزیع‌های آماری چندمتغیره مرسوم و تابع مفصل استفاده نمود. اما تحلیل فراوانی سیل با استفاده از توزیع‌های آماری چندمتغیره مرسوم با محدودیت‌های جدی نظیر پیچیدگی محاسباتی (به‌ویژه در مواقعی که بیش از دو متغیر وجود داشته باشد)، ضرورت پیروی همه متغیرهای حاشیه‌ای از توزیع احتمالاتی یکسان و محدودیت تعداد مدل‌های موجود مواجه است. بررسی‌هایی که توسط تعدادی از محققان در خصوص تحلیل فراوانی سیل انجام شده است، نشان می‌دهد که بیشتر اوقات متغیرهای اوج، حجم و تداوم سیل از توزیع آماری یکسانی پیروی نمی‌کنند [۶]. این محدودیت‌ها باعث شده‌اند که استفاده از این مدل‌ها برای بیش از دو متغیر عملی نباشد. بنابر این استفاده از توابع مفصل راهکاری برای رفع ضعف‌ها و محدودیت‌های توزیع‌های چندمتغیره مرسوم می‌باشد.

تاکنون خانواده‌های متعددی از توابع مفصل در تحقیقات مختلف هیدرولوژی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. انتخاب تابع مفصل مناسب به طوری که بهترین برازش را با مجموعه داده‌های چندمتغیره داشته باشد، از اهمیت زیادی برخوردار است. تابع مفصل مناسب برای کاربردهای ویژه، تابعی است که به بهترین نحو خصیصه‌های وابستگی بین متغیرها را تسخیر نماید. انتخاب تابع مفصل مناسب اساساً شامل دو مرحله انتخاب مناسب‌ترین توزیع احتمالاتی برای متغیرهای حاشیه‌ای و انتخاب بهترین تابع مفصل از میان خانواده‌های موجود می‌شود [۷].

بیش از نیم قرن از معرفی تابع مفصل توسط Sklar [۸] می‌گذرد؛ اما استفاده از آن‌ها در هیدرولوژی نسبتاً جدید است.

عبارتند از لوگ نرمال دو پارامتری (LN2)، لوگ نرمال سه پارامتری (LN3)، پیرسون تیپ ۳ (P3)، لوگ پیرسون تیپ ۳ (LP3)، گامبل (GUM)، مقادیر حدی تعمیم یافته (GEV)، بر سه پارامتری گسترش یافته (EB3XII)، لجستیک تعمیم یافته (GLOG)، کاپای چهار پارامتری (KAP4)، گامای دو پارامتری (G2)، ویبول سه پارامتری (WBL3)، ویکبی ۵ پارامتری (WAK5). پارامترهای توزیعها، با استفاده از دو روش حداکثر درستنمایی^۵ (MLE) و GA تعیین شدهاند. جزئیات روشها توسط Mohammadpour و همکاران ارائه شده است [۲۰].

۲-۲- بررسی همبستگی بین متغیرها

در ارزیابی توابع مفصل، تابعی مناسبترین خواهد بود که به بهترین نحو بتواند ساختار وابستگی بین متغیرها را مدل سازی کند. برای نمایش وابستگی بین متغیرها، از ضریب همبستگی پیرسون، ضریب همبستگی کندال و ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن استفاده شده است. جهت پرهیز از بالا رفتن حجم مقاله از آوردن فرمولها پرهیز شده است. روش محاسبه این ضرایب را می‌توان در Karmakar و Simonovic مشاهده کرد [۶].

۲-۳- معرفی تابع مفصل

تابع مفصل امکان ترکیب چند توزیع یک متغیره با خانواده‌های مختلف معلوم را برای ساخت یک توزیع چندمتغیره با در نظر گرفتن وابستگی بین متغیرها به وجود می‌آورد. در واقع می‌توان گفت که تابع مفصل، یک تابع توزیع تجمعی است که دارای توزیع‌های حاشیه‌ای یک متغیره یکنواخت بر فاصله (0,1) است. ویژگی مهم تابع مفصل این است که ساختار چندمتغیره آن با ساختار چندمتغیره تابع توزیع توام یکسان است. بنا بر تئوری اسکالر، اگر F تابع توزیع تجمعی m بعدی با حاشیه‌های پیوسته F_1, F_2, \dots, F_m باشد، یک تابع مفصل منحصر به فرد n بعدی C به صورت زیر وجود دارد، به طوری که C نگاشت $[0,1]^m \rightarrow [0,1]$ است.

$$F(x_1, \dots, x_m) = C(F_1(x_1), \dots, F_m(x_m)) = C(u_1, \dots, u_m) \quad (1)$$

در رابطه فوق، $u_i = F_i(X_i)$ توابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای پیوسته است. تابع مفصل m بعدی به صورت زیر تعریف می‌شود:

5- Maximum Likelihood Estimation (MLE)

نتایج مطالعه نشان داد که استفاده از توابع مفصل می‌تواند موجب بهبود در برآورد ریسک سیلاب گردد.

با عنایت به منابعی که در سطور فوق مورد بررسی قرار گرفت، ملاحظه می‌شود در این تحقیق برای نخستین بار از روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره جهت انتخاب مناسب‌ترین توزیع احتمالاتی سه‌متغیره حاشیه‌ای توابع مفصل استفاده شده است. اهداف اصلی این تحقیق را می‌توان به شرح موارد زیر تفکیک نمود: (۱) ارتقاء دانش کاربرد توابع مفصل از طریق استفاده از روش تصمیم‌گیری چندمعیاره گروهی^۱ (MCGDM) مبتنی بر عملگر میانگین وزنی مرتب^۲ (OWA) برای انتخاب مناسب‌ترین توزیع احتمالاتی متغیرهای سیل (متغیرهای حاشیه‌ای)، (۲) نشان دادن پتانسیل توابع مفصل برای تحلیل ریسک سیل از طریق مطالعه موردی، (۳) ارزیابی اهمیت دوره بازگشت‌های چندمتغیره برای برآورد خطرات سیل از طریق تحلیل مقایسه‌ای دوره بازگشت‌های اولیه و ثانویه، (۴) مقایسه نتایج دو روش تخمین پارامتر تابع مفصل IFM و GA.

۲- مواد و روشها

۲-۱- انتخاب بهترین توزیع آماری مشخصه‌های سیل

یک گام مهم در به کارگیری توابع مفصل، انتخاب نوع توزیع احتمالاتی و روش تخمین پارامترهای آن برای متغیرهای حاشیه‌ای است. برای انتخاب مناسب‌ترین توزیع احتمالاتی و روش تخمین پارامترهای سه مشخصه سیل، چندین معیار وجود دارند که می‌توانند مورد استفاده واقع شوند. بهتر است به جای استفاده از یک معیار مطابق روش‌های مرسوم، از تلفیق دو یا چندمعیار جهت دستیابی به بهترین انتخاب استفاده شود. در این موارد، استفاده از روش‌های MCDM ضروری است.

در این مطالعه ۱۲ تابع توزیع احتمالاتی شناخته شده که توسط محققان مختلف در زمینه تحلیل فراوانی هیدرولوژیک به کار گرفته شده‌اند، به عنوان گزینه‌های روش MCDM انتخاب و بر اساس ۵ معیار آماره‌ی آزمون کولموگروف-اسمیرنوف (K-S)، آزمون آندرسون-دارلینگ اصلاح شده^۳ (MAD)، اربیی میانگین نسبی^۴ (RAB)، انحراف در چولگی و کشیدگی و جذر میانگین مربعات خطاها (RMSE) با استفاده از روش MCGDM مبتنی بر عملگرهای OWA مقایسه و رتبه‌بندی شده‌اند. این توزیع‌ها

1- Multi-Criteria Group Decision-Making (MCGDM)
2- Ordered Weighted Averaging (OWA)
3-Modified Anderson-Darling (MAD)
4- Relative Average Bias (RAB)

$$C_{\theta}(u_1, u_2, u_3) = \varphi^{-1}(\varphi(u_1), \varphi(u_2), \varphi(u_3)) \quad (5)$$

در رابطه فوق، φ مولد تابع مفصل ارشمیدسی است. جدول (۱)، تابع توزیع و مولد مفصل چندمتغیره توابع ارشمیدسی کلایتون، فرانک، گامبل- هوگارد (G-H)، A12 و جوی که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته‌اند را نشان می‌دهد.

۲-۴- تخمین پارامتر تابع مفصل

در این مطالعه، از دو روش تخمین پارامتر استنباط برای حاشیه‌ها (IFM) و الگوریتم ژنتیک (GA) برای تخمین پارامتر توابع مفصل استفاده شده است. به منظور اجرای روش IFM از زبان برنامه‌نویسی GAMS و برای اجرای روش GA از زبان برنامه‌نویسی MATLAB بهره برده شده است.

۲-۴-۱- روش استنباط برای حاشیه‌ها

این روش در اساس به وسیله Joe [۲۳] پیشنهاد شد و بعد از ایشان توسط محققان زیادی به کار گرفته شد [۱۱، ۱۳، ۱۸]. ایده اصلی روش IFM مجزاسازی برآورد پارامتر وابستگی تابع مفصل از برآورد پارامتر توزیع‌های حاشیه‌ای است. در مواقعی که تعداد پارامترهای که بایستی برآورد شوند زیاد است و حل هم-زمان معادلات پیچیده می‌شود، به کارگیری روش IFM بسیار ساده است.

$$C(u_1, \dots, u_m) = F(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_m^{-1}(u_m)) \quad (2)$$

در رابطه فوق، $F_m^{-1}(u_m)$ معکوس تابع توزیع تجمعی متغیر حاشیه‌ای x_m است. تابع چگالی مفصل و چگالی توأم سه‌متغیره را به صورت زیر می‌توان تعیین نمود:

$$c_{\theta}(u_1, u_2, u_3) = \frac{\partial C_{\theta}^3(u_1, u_2, u_3)}{\partial u_1 \partial u_2 \partial u_3} \quad (3)$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = \prod_{i=1}^3 f_i(x_i) c(u_1, u_2, u_3) \quad (4)$$

$f_i(x_i)$ تابع چگالی توزیع حاشیه‌ای متغیر i ام می‌باشد. با انتخاب تابع مفصل مناسب از خانواده‌های متعدد موجود، می‌توان ساختار وابستگی چندمتغیره را به خوبی مدل کرد. خانواده‌های مختلفی از توابع مفصل وجود دارند که از جمله مهم‌ترین آن‌ها می‌توان به خانواده توابع مفصل ارشمیدسی، مقادیر حدی، پلاکت و بیضوی اشاره کرد. توابع مفصل ارشمیدسی به عنوان مهم‌ترین و پرکاربردترین گروه از توابع مفصل شناخته شده‌اند و تا کنون به طور گسترده در تحقیقات هیدرولوژی مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۶، ۱۰، ۱۲، ۱۳، ۱۸، ۲۱]. این توابع ساده ساخته می‌شوند و می‌توانند انواع وابستگی بین متغیرها را در مدل‌سازی دخیل کنند [۲۲]. تابع مفصل ارشمیدسی سه بعدی متقارن به صورت رابطه زیر می‌باشد:

جدول ۱- توابع مفصل ارشمیدسی چندمتغیره

$\theta \in$	$\varphi(t)$	$C(u_1, u_2, \dots, u_m)$	تابع
$(0, \infty)$	$\frac{1}{\theta}(t^{-\theta} - 1)$	$[u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} + \dots + u_m^{-\theta} - m + 1]^{-1/\theta}$	کلایتون
$(0, \infty)$	$-\ln \frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}$	$-\frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{(e^{-\theta u_1} - 1)(e^{-\theta u_2} - 1) \dots (e^{-\theta u_m} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)^{m-1}} \right)$	فرانک
$[1, \infty)$	$(-\ln t)^{\theta}$	$\exp \left(- \left((-\ln u_1)^{\theta} + (-\ln u_2)^{\theta} + \dots + (-\ln u_m)^{\theta} \right)^{1/\theta} \right)$	G-H
$[1, \infty)$	$\left(\frac{1}{t} - 1 \right)^{\theta}$	$\left\{ 1 + \left[(u_1^{-1} - 1)^{\theta} + (u_2^{-1} - 1)^{\theta} + \dots + (u_m^{-1} - 1)^{\theta} \right]^{1/\theta} \right\}^{-1}$	A12
$[1, \infty)$	$-\ln [1 - (1-t)^{\theta}]$	$1 - \left[1 - \prod_{i=1}^m (1 - (1-u_i)^{\theta}) \right]^{1/\theta}$	جوی

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{c,i} - x_{o,i})^2} \quad (۸)$$

$$BIC(k) = n \cdot \ln(MSE) + k \cdot \ln(n) \quad (۹)$$

در روابط فوق، n تعداد مشاهدات، k تعداد پارامترهای مدل، $x_{c,i}$ و $x_{o,i}$ به ترتیب مقدار تابع مفصل تئوریک و تابع مفصل مشاهده شده i ام می‌باشند.

براساس دو معیار BIC و RMSE، تابعی که پایین‌ترین مقادیر BIC و RMSE را داشته باشد، مناسب‌ترین مدل است و از طرف دیگر مدلی که بیشترین P-value را داشته باشد، بهترین برازش را به داده‌های مشخصه‌های سیل دارد.

مقدار P-value از روش بوت استرپ پارامتریک براساس آزمون کرامر-وان میسر تعیین می‌شود [۱۸، ۲۱].

۲-۶- شبیه‌سازی توابع مفصل سه‌متغیره

در روش شبیه‌سازی توابع مفصل، متغیرهای تصادفی به‌صورت بازگشتی از طریق توابع مفصل شرطی تولید می‌شوند. نخست نمونه‌های تصادفی مستقل ω_1 ، ω_2 و ω_3 با توزیع یکنواخت روی $[0,1]$ تولید می‌شود، سپس از روابط زیر می‌توان سه‌متغیر وابسته یکنواخت در محدوده $[0,1]$ را تولید نمود:

$$\begin{aligned} u_1 &= \omega_1 \\ u_2 &= C_2^{-1}(\omega_2 | u_1) \\ u_3 &= C_3^{-1}(\omega_3 | u_1, u_2) \end{aligned} \quad (۱۰)$$

در صورتی که توزیع‌های حاشیه‌ای u_1 ، u_2 و u_3 دارای تابع توزیع توأم C باشند، توزیع شرطی u_3 به شرط مقادیر u_1 و u_2 به صورت زیر برآورد می‌شود [۷].

$$C_3(u_3 | u_1, u_2) = \Pr(U_3 \leq u_3 | U_1 = u_1, U_2 = u_2) \quad (۱۱)$$

$$= \frac{\partial^2 C(u_1, u_2, u_3)}{\partial u_1 \partial u_2} \bigg/ \frac{\partial^2 C(u_1, u_2)}{\partial u_1 \partial u_2}$$

که در روابط فوق، C_k^{-1} معکوس تابع مفصل شرطی C_k نسبت به متغیر نخست است که از رابطه (۱۱) به دست می‌آید.

فرض کنید α ، β و γ بردار پارامترهای سه‌متغیر حاشیه‌ای X_1 ، X_2 و X_3 باشد که با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی تعیین شده‌اند. با بهره‌گیری از α ، β و γ برآورد شده، تابع درست‌نمایی کامل برای n داده‌های مشاهداتی به صورت زیر استخراج و نسبت به پارامتر θ مشتق گرفته و برابر صفر قرار داده می‌شود و بدین ترتیب θ تعیین می‌گردد:

$$\begin{aligned} \ln L[f_{X_1, X_2, X_3}(x_1, x_2, x_3; \alpha, \beta, \gamma, \theta)] = & \sum_{k=1}^n \ln c_{\theta}(f_{X_1}(x_{1,k}; \alpha), f_{X_2}(x_{2,k}; \beta), f_{X_3}(x_{3,k}; \gamma); \theta) + \\ & \sum_{k=1}^n [\ln f_{X_1}(x_{1,k}; \alpha) + \ln f_{X_2}(x_{2,k}; \beta) + \ln f_{X_3}(x_{3,k}; \gamma)] \end{aligned} \quad (۶)$$

۲-۴-۲- تخمین پارامتر تابع مفصل با استفاده از GA

الگوریتم ژنتیک یکی از روش‌های نوین بهینه‌سازی است که بیشتر برای بهینه‌سازی مسائل بسیار پیچیده و غیر خطی به کار می‌رود. اساس این روش مشابه سیر تکامل بیولوژیکی بر مبنای فرایند تکامل است. این روش با تولید مجموعه جواب‌های متعدد از جواب‌های امکان‌پذیر، سعی می‌کند به سوی جواب بهینه عمومی حرکت نماید. در این روش در نسل‌ها به جواب‌های مناسب‌تر، امکان بقا و مشارکت در تولید جواب‌ها و نسل‌های جدید داده می‌شود [۲۴]. در مطالعات گزارش شده، به ندرت برای تخمین پارامتر تابع مفصل از روش‌های فراابتکاری استفاده شده است [۲۵]. برای تعیین پارامتر وابستگی تابع مفصل، با بهره‌گیری از مجموع کمترین مربعات، تابع هدف را به صورت زیر می‌توان تعیین کرد:

$$S_L(\theta) = \min \sum_{i=1}^n [P_C(i) - P_0(i)]^2 \quad (۷)$$

که در رابطه فوق، $P_0(i)$ توزیع احتمالاتی تجربی و $P_C(i)$ تابع توزیع احتمالاتی نظری می‌باشد.

۲-۵- انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل

در این مطالعه، علاوه بر نمودار ترسیمی P-P (احتمال-احتمال) که یک معیار چشمی برای انتخاب بهترین برازش است، از معیارهای کمی اطلاعات بیزی (BIC)، RMSE و P-value مبتنی بر آزمون کرامر-وان میسر نیز به منظور انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل استفاده شده است که به این صورت محاسبه می‌شوند [۶، ۱۸، ۲۲]:

۲-۷- تخمین ریسک سیل احتمالاتی

مدل‌های توابع مفصل می‌توانند پایه‌ای را برای تخمین چندک‌های متعدد فراهم آورند که برای تحلیل ریسک سیل‌ها بسیار مفید هستند. به طور معمول از دوره برگشت یک حادثه مشخص همانند معیاری برای اهداف طراحی در پروژه‌های هیدرولوژیکی استفاده می‌شود که مفهوم نسبتاً ساده‌ای را برای تحلیل ریسک مهیا می‌کند. در چندین پژوهش که در سال‌های اخیر گزارش شده‌اند، دو نوع دوره بازگشت اولیه و ثانویه را به صورت زیر معرفی نموده‌اند [۱۶، ۱۷].

۲-۷-۱- دوره بازگشت اولیه

فرض کنید X_1, X_2, X_3 دلالت بر سه‌متغیر وابسته (در این مطالعه دبی اوج، حجم و تداوم سیل) داشته باشند و $u = F_{X_1}(x_1)$ ، $v = F_{X_2}(x_2)$ و $w = F_{X_3}(x_3)$ به ترتیب توزیع احتمالاتی حاشیه‌ها باشند. دوره بازگشت توأم برای احتمال فصلی (مورد "OR") و عطفی (مورد "AND") هر سه حادثه، که تحت عنوان دوره‌های برگشت اولیه شناخته شده‌اند، به صورت زیر بیان می‌شود [۱۶]:

$$T_{X_1, X_2, X_3}^{OR}(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{P(X_1 \geq x_1 \vee X_2 \geq x_2 \vee X_3 \geq x_3)} = \frac{1}{1 - F_{X_1, X_2, X_3}(x_1, x_2, x_3)} = \frac{1}{1 - C(u, v, w)} \quad (12)$$

دوره برگشت اولیه سه‌متغیره به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$T_{X_1, X_2, X_3}^{AND}(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{P(X_1 \geq x_1 \wedge X_2 \geq x_2 \wedge X_3 \geq x_3)} = \frac{1}{1 - u - v - w + C(u, v) + C(u, w) + C(v, w) - C(u, v, w)} \quad (13)$$

توزیع شرطی X_1 به شرط $(X_2 \leq x_2 \text{ و } X_3 \leq x_3)$ نیز به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$F_{X_1|X_2, X_3}(x_1|X_2 \leq x_2, X_3 \leq x_3) = P[X_1 \leq x_1 | X_2 \leq x_2, X_3 \leq x_3] = \frac{F_{X_1, X_2, X_3}(x_1, x_2, x_3)}{F_{X_2, X_3}(x_2, x_3)} = \frac{C(u, v, w)}{C(v, w)} \quad (14)$$

به طوری که در روابط فوق $C(u, v, w)$ و $C(v, w)$ به ترتیب تابع توزیع مفصل دو و سه‌متغیره می‌باشد. دوره برگشت متناظر با شرایط فوق به این صورت تعیین می‌شود:

$$T_{X_1|X_2, X_3}(x_1|X_2 \leq x_2, X_3 \leq x_3) = \frac{1}{1 - F_{X_1|X_2, X_3}(x_1|X_2 \leq x_2, X_3 \leq x_3)} \quad (15)$$

۲-۷-۲- دوره بازگشت ثانویه

دوره بازگشت ثانویه به میانگین زمان‌های بین حوادث بحرانی‌تر از حادثه سیل طراحی مربوط می‌شود که فوق بحرانی یا خطرناک نام‌گذاری شده است. بنابر این دوره برگشت ثانویه فاصله زمانی بین وقوع دو حادثه فوق بحرانی سیل را فراهم می‌کند. مطابق این تعریف، حادثه بحرانی معادل سیل طراحی در نظر گرفته شده است. بر اساس تعریف فوق حوادث سیل می‌توانند زیربحرانی، بحرانی و یا فوق بحرانی باشند [۱۶، ۱۷]. از مفهوم تابع توزیع کندال برای تعریف دوره برگشت ثانویه استفاده شده است. دوره برگشت ثانویه برای یک توزیع سه‌متغیره به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{T}_{X_1, X_2, X_3} = \frac{1}{\bar{K}_C(t)} = \frac{1}{1 - K_C(t)} \quad (16)$$

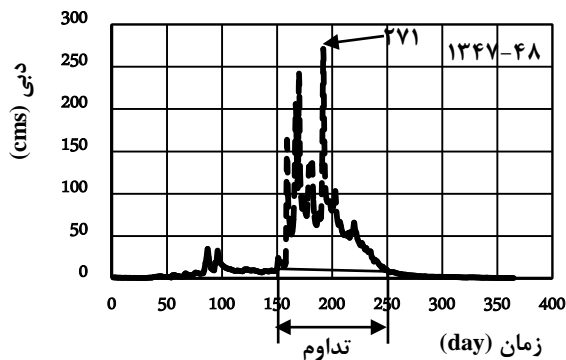
که K_C توزیع کندال متناظر با تابع مفصل تئوری C_θ می‌باشد. این تابع برای یک توزیع سه‌متغیره به صورت زیر می‌باشد:

$$K_C(t) = P(C(u, v, w) \leq t) \quad (17)$$

۲-۸- معرفی حوضه آبریز تحت مطالعه

حوضه آبریز رودخانه مهاباد در استان آذربایجان غربی و در شمال غربی ایران واقع شده است. این حوضه یکی از حوضه‌های آبریز مهم دریاچه ارومیه است که در جنوب آن قرار گرفته است. حوضه آبریز رودخانه مهاباد بین طول‌های شرقی ۴۵ درجه و ۲۵ دقیقه تا ۴۵ درجه و ۴۶ دقیقه و عرض‌های شمالی ۳۶ درجه و ۲۶ دقیقه تا ۳۶ درجه و ۴۶ دقیقه واقع است. مساحت این حوضه ۸۴۱ کیلومتر مربع است. رودخانه مهاباد دارای دو شاخه اصلی به نام‌های کوتر و بیطاس است که از ارتفاعات جنوب حوضه سرچشمه گرفته و تقریباً به موازات هم از جنوب به شمال در جریان هستند و در نهایت هر دو رودخانه وارد مخزن سد مهاباد می‌شوند. آب خروجی از سد از جنوب به سمت شمال در

۲۵۰ (۹ خرداد ۱۳۴۸) از شروع سال آبی با دبی پایه ۹/۹ مترمکعب بر ثانیه بوده است. از تفاضل شماره روز انتهایی رواناب (۲۵۰) و شروع رواناب (۱۴۸)، تداوم سیل معادل ۱۰۲ روز به دست می‌آید. با جمع نمودن دبی‌های روز شروع و انتهایی رواناب و تقسیم کردن حاصل جمع بر دو، دبی پایه میانگین معادل ۹/۳۵ مترمکعب بر ثانیه محاسبه می‌شود. به منظور محاسبه حجم سیلاب، دبی متوسط روزانه در طی ۱۰۲ روز با همدیگر جمع می‌شود و دبی پایه از آن کسر می‌گردد که این مقدار معادل ۶۷۱۶/۶ مترمکعب بر ثانیه در روز می‌باشد. این روش محاسبه برای تمامی ۴۱ هیدروگراف سیل سالانه در دوره آماری (۱۳۸۵-۱۳۴۴)، به کار رفته است. روابط استخراج مشخصه‌های سیل در محمدپور و همکاران ارائه شده است [۲۸].



شکل ۲- هیدروگراف سیل سالانه مشاهداتی سال آبی ۴۸-۱۳۴۷ و نحوه تعیین مشخصه‌های سیل

جدول ۲- برخی مشخصات آماری مهم متغیرهای سیل

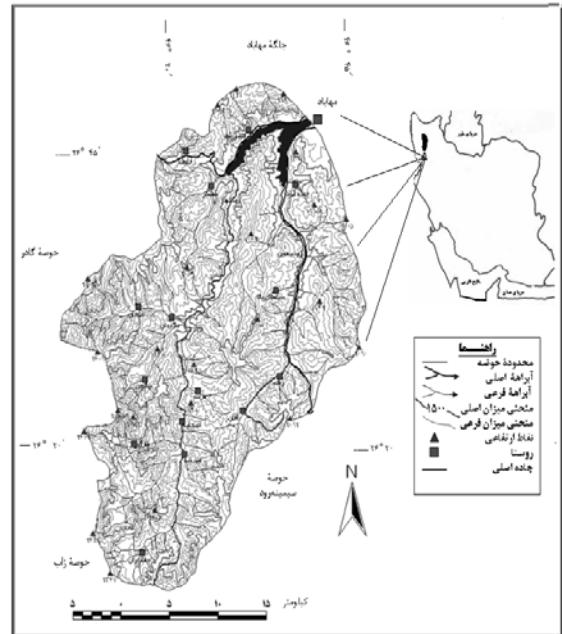
متغیر	متوسط حسابی	انحراف معیار	چولگی	کشیدگی
دبی اوج (m^3s^{-1})	۱۰۹/۵۶۷	۶۰/۴۴۱	۱/۲۴۰	۴/۷۳۵
حجم ($day m^3 s^{-1}$)	۲۲۷۱/۶۸	۱۴۰۵/۹۱۲	۰/۹۵۱	۴/۵۱۸
تداوم (day)	۷۱	۲۵/۲۲۲	-۰/۴۳۴	۳/۱۶۶

۳-۲- انتخاب مناسب‌ترین توزیع احتمالاتی

داده‌های مربوط به مشخصه‌های سیل بایستی مستقل، تصادفی، همگن و بدون روند باشند. این خواص توسط چهار آزمون ناپارامتری والد-ولفوویتس، ران-تست، مان-ویتنی و کندال تأیید شد.

مقادیر پارامترهای ۱۲ توزیع آماری مربوط به سه مشخصه سیل با استفاده از دو روش MLE و GA محاسبه گردیده است. برای پرهیز از بالا رفتن حجم مقاله، اطلاعات مربوط به پارامترهای توزیع‌های احتمالاتی ارائه نشده است. با مشخص

جریان است و پس از گذشت از دشت مهاباد وارد دریاچه ارومیه می‌شود. فرج‌زاده اصل [۲۶] نشان داد که زیر حوضه مهابادچای با جمعیتی بیش از ۱۴۸۹۱۶ نفر بیشترین جمعیت در معرض سیل را در بین زیر حوضه‌های استان آذربایجان غربی دارد. شکل (۱) موقعیت، وضعیت ناهمواری و آبراهه‌های حوضه آبریز بالادست سد مهاباد را نشان می‌دهد.



شکل ۱- موقعیت، وضعیت ناهمواری و هیدروگرافی حوضه بالادست سد مهاباد [۲۷]

۳- نتایج و بحث

۳-۱- تعیین مشخصه‌های سیل

در این مطالعه از داده‌های ۴۱ ساله دبی روزانه ثبت شده ورودی به مخزن سد در دوره آماری ۱۳۸۵-۱۳۴۴ جهت استخراج سه مشخصه اصلی سیل یعنی دبی اوج، حجم و زمان تداوم سیل استفاده شده است. از هیدروگراف‌های سیل سالانه مقادیر اوج، حجم و تداوم سیل سالانه تعیین شده‌اند. جدول (۲)، خصوصیات آماری سه مشخصه سیل را نشان می‌دهد. هیدروگراف جریان سیل سالانه رودخانه مهاباد مربوط به سال ۴۸-۱۳۴۷ به عنوان نمونه در شکل (۲) ارائه شده است. با بررسی هیدروگراف سیل سال آبی ۴۸-۱۳۴۷، محرز می‌شود که دبی اوج جریان رودخانه در روز ۱۹۲ سال آبی (۱۳ فروردین ۱۳۴۸) معادل ۲۷۱ مترمکعب بر ثانیه به وقوع پیوسته است. مطابق این شکل، شروع هیدروگراف سیل در روز ۱۴۸ سال آبی (۲۸ بهمن ۱۳۴۷) با دبی پایه ۸/۸ مترمکعب بر ثانیه و انتهایی رواناب مربوط به روز

و GA، برای چهار توزیع برتر سه مشخصه سیل در جدول (۴) درج شده است. بر اساس نتایج روش MLE به ترتیب توزیع‌های WBL3، P3 و GEV بهترین برازش را به داده‌های سه مشخصه دبی اوج، حجم و تداوم سیل رودخانه مهاباد نشان می‌دهند؛ در حالی که بر اساس نتایج روش GA توزیع WBL3 مناسب‌ترین توزیع برای هر سه مشخصه می‌باشد. در کل توزیع‌های احتمالاتی WBL3، P3 و WBL3 به ترتیب بهترین برازش را برای سه مشخصه دبی اوج، حجم و تداوم سیل دارند و بهترین روش تخمین پارامترها برای سه توزیع برتر فوق به ترتیب MLE، MLE و GA می‌باشد.

شدن پارامترهای توزیع‌ها و جای‌گذاری در توابع CDF و چندک، ۵ معیار K-S، MAD، RAB، RMSE و انحراف در چولگی و کشیدگی محاسبه شده و در جدول (۳) ارائه شده‌اند. با بررسی داده‌های جدول (۳)، ملاحظه می‌شود اگر با هر یک از معیارها به صورت مجزا توزیع‌ها رتبه‌بندی شوند، رتبه توزیع‌ها متفاوت خواهند بود. این امر ضرورت استفاده از روش‌های MCDM برای تجمیع اطلاعات معیارها را نمایان می‌سازد. ۱۲ توزیع احتمالاتی که در بخش (۲-۱) به آن‌ها اشاره شد بر اساس مقادیر نرمالیزه شده معیارها با استفاده از روش MCGDM مقایسه شده‌اند. مقادیر سنجه‌های روش MCGDM مبتنی بر عملگر OWA بر اساس دو روش تخمین پارامتر MLE

جدول ۳- مقادیر معیارهای انتخاب مدل بر اساس دو روش تخمین پارامتر MLE و GA، برای چهار توزیع برتر سه مشخصه سیل

متغیر	نام توزیع	MLE				GA			
		K-S	RMSE	RAB	MAD	K-S	RMSE	RAB	MAD
اوج	WBL3	۰/۰۴۶۰	۹/۷۵۷	۰/۰۰۱۴	۰/۰۹۲۶	۰/۰۴۰	۱۰/۱۱۱	۰/۰۰۵۴	۰/۰۹۵۷
	EB3XII	۰/۰۵۸۵	۹/۶۰۴	-۰/۰۰۰۶	۰/۰۸۷۷	۰/۰۷۲۰	۷/۰۸۳	۰/۰۰۸۵	۰/۰۸۴۹
	P3	۰/۰۴۴۳	۹/۳۶۷	۰/۰۰۷۶	۰/۰۸۴۴	۰/۰۲۳۵	۹/۱۷۴	۰/۰۴۶۵	۰/۱۹۰۲
	EV1 (2)	۰/۰۶۳۴	۱۳/۳۰۴	-۰/۰۰۴۸	۰/۱۳۶۰	۰/۰۶۷	۱۰/۹۳۳	۰/۰۲۹۱	۰/۰۹۵۱
حجم	P3	۰/۰۵۳۴	۱۹۲/۵۵	-۰/۰۰۸۸	۰/۰۷۹۰	۰/۰۸۰۰	۲۰۰/۹۱۴	۰/۱۳۷۹	۰/۱۱۳۸
	WBL3	۰/۰۴۹۵	۲۰۸/۷۱	-۰/۰۴۴۴	۰/۰۸۱۹	۰/۰۴۴	۲۰۶/۶۱۴	۰/۰۰۴۵	۰/۰۸۵۴
	G2	۰/۰۴۸۴	۱۷۵/۳۹	-۰/۰۴۸۸	۰/۰۹۵۷	۰/۴۳۵۴	۱۷۴/۸۸۱	۰/۰۵۰۱	۰/۰۹۷۳
	EV1 (2)	۰/۰۶۵۹	۲۰۶/۶۱	-۰/۰۳۹۲	۰/۰۹۴۸	۰/۱۶۶۲	۱۵۹/۱۹۶	۰/۰۲۸۷	۰/۱۰۷۰
تداوم	WBL3	۰/۰۷۲۴	۳/۳۰۱	-۰/۰۳۶۶	۰/۱۰۶۴	۰/۰۰۲۶	۲/۶۲۶۱	۰/۰۱۲۰	۰/۱۰۸۵
	GEV	۰/۰۶۴۸	۳/۰۰۵	-۰/۰۳۱۸	۰/۱۳۵۵	۰/۰۰۹۲	۳/۰۱۲۸	۰/۰۲۶۳	۰/۱۳۰۹
	KAP4	۰/۰۸۵۶	۳/۴۶۳	-۰/۰۲۸۰	۰/۲۲۴۱	۰/۵۶۵۸	۲/۹۷۹۰	۰/۰۲۳۴	۰/۱۳۳۶
	P3	۰/۰۷۳۴	۳/۵۲۵	-۰/۰۴۳۶	۰/۱۱۴۶	۰/۰۶۹۲	۳/۷۶۴۱	۰/۰۵۸۲	۰/۱۱۶۷

جدول ۴- مقادیر سنجه‌های روش MCGDM بر اساس دو روش تخمین پارامتر MLE و GA، برای چهار توزیع برتر سه مشخصه سیل

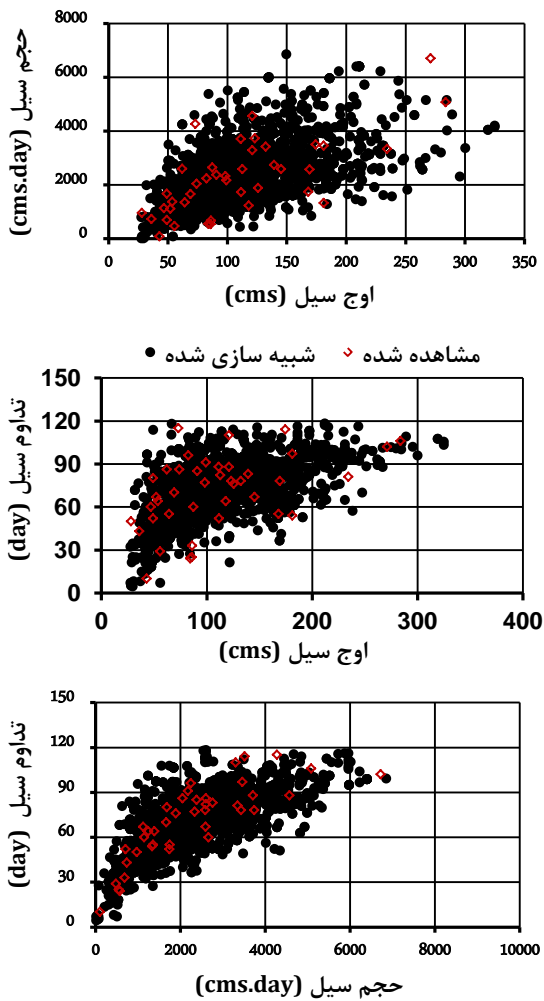
اوج			حجم			تداوم		
نام توزیع	MLE	GA	نام توزیع	MLE	GA	نام توزیع	MLE	GA
WBL3	۰/۵۶۴	۰/۵۵۵	P3	۰/۵۹۸	۰/۴۹۱	WBL3	۰/۶۴۶	۰/۶۵۹
EB3XII	۰/۵۶۳	۰/۵۴۶	WBL3	۰/۵۸۶	۰/۵۹۲	GEV	۰/۶۵۲	۰/۶۵۴
P3	۰/۵۵۶	۰/۴۷۵	G2	۰/۵۸۵	۰/۵۵۶	KAP4	۰/۶۱۲	۰/۶۴۷
EV1(2)	۰/۵۲۷	۰/۴۹۳	EV1(2)	۰/۵۷۷	۰/۵۸۱	P3	۰/۶۳۱	۰/۶۲۴

۳-۳- مدل‌سازی چندمتغیره با استفاده از تابع مفصل

با استفاده از ضرایب همبستگی پیرسون (ساده)، اسپیرمن و کندال، وابستگی بین داده‌های مشاهداتی سه مشخصه سیل به صورت دو به دو تعیین و در جدول (۵) درج شده است. آزمون معنی‌داری همبستگی بین متغیرها انجام شد. در سطح معنی‌داری ۵٪ همبستگی بین متغیرها معنی‌دار است.

پارامترهای توابع مفصل با استفاده از دو روش تخمین پارامتر IFM و GA تعیین و در جدول (۶) درج شده‌اند. جهت انتخاب

مناسب‌ترین تابع مفصل و روش تخمین پارامتر، با استفاده از توابع توزیع مفصل واسنجی شده، معیارهای انتخاب مدل BIC، RMSE و P-value محاسبه و در جدول (۷) ارائه شده‌اند. بر اساس اطلاعات این جدول، مطابق دو روش IFM و GA به ترتیب توابع مفصل فرانک و A12 بهترین برازش را به داده‌های سیل رودخانه مهاباد دارند. از مقایسه نتایج دو روش IFM و GA استنباط می‌شود که روش GA خطای کمتری دارد و برازش بهتری را ارائه می‌دهد. پژوهشگران دیگر نیز این نتایج را تایید



شکل ۴- نمایش نمونه‌های تصادفی شبیه‌سازی شده به اندازه ۲۰۰۰ با استفاده از تابع مفصل A12 سه‌متغیره بر اساس GA و مقایسه آن با حوادث مشاهده‌ای

جدول (۸)، چندک‌های محاسبه شده توسط توزیع‌های حاشیه‌ای دبی اوج، حجم و تداوم سیل به ازای دوره برگشت‌های مشخص و همچنین دوره برگشت‌های توأم دو و سه‌متغیره برای موارد “AND” و “OR” (دوره برگشت‌های اولیه) و دوره برگشت‌های ثانویه را نمایش می‌دهد. بررسی داده‌های جدول نشان می‌دهد که دوره برگشت‌های توأم در مورد “AND” طولانی‌تر از مورد “OR” است، هنگامی که همان دوره برگشت تک متغیره فرض می‌شود. اثر انضمام متغیر سوم (در این مطالعه تداوم) در محاسبه دوره برگشت توأم نیز در جدول قابل مشاهده است. این اثر برای دوره بازگشت مورد “AND” و مورد “OR” متفاوت است، افزایش متغیر تداوم باعث افزایش دوره بازگشت مورد “AND” و کاهش دوره بازگشت مورد “OR” می‌شود. به طور کلی می‌توان استنباط کرد که دوره بازگشت ثانویه سه-متغیره بیش از دوره بازگشت سه‌متغیره فصلی و کمتر از دوره

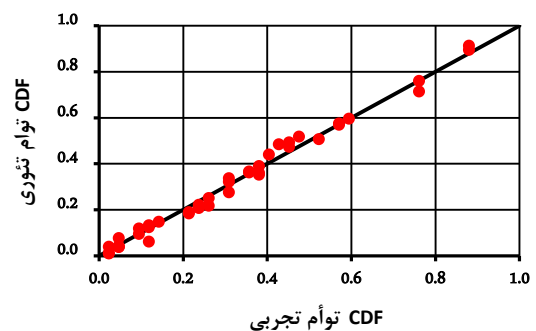
نموده‌اند [۲۵، ۲۹]. روی هم‌رفته تابع مفصل A12 بر اساس روش GA به عنوان مناسب‌ترین تابع مفصل انتخاب می‌گردد. نمودار P-P که در شکل (۳) ارائه شده است، کیفیت برازش تابع مفصل ارشمیدسی A12 را به صورت ترسیمی نشان می‌دهد. در این نمودار، مقادیر تابع توزیع تجمعی توأم محاسباتی در مقابل مقادیر توزیع تجمعی توأم مشاهداتی رسم شده‌اند. مشاهده می‌شود که نمودار برازش خوبی را به نمایش می‌گذارد و بیشتر نقاط روی خط ۱:۱ قرار گرفته‌اند.

شبیه‌سازی سه‌متغیره مشخصه‌های وابسته دبی اوج، حجم و تداوم سیل بر اساس روش GA توسط تابع مفصل A12 انجام و نمودار آن در شکل (۴) ارائه شده است. مشاهده می‌شود که ۲۰۰۰ نمونه تصادفی تولید شده به خوبی داده‌های مشاهداتی را پوشش می‌دهند. برای شبیه‌سازی سه‌متغیره از روابط (۱۰) و (۱۱) استفاده شده است. برای اجرای شبیه‌سازی از نرم‌افزار MATLAB استفاده شده است.

جدول ۵- ضرایب همبستگی پیرسون، کندال و اسپیرمن

محاسبه شده بین مشخصه‌های سیل به صورت دو به دو

زوج مشخصه	پیرسون	اسپیرمن	کندال
اوج-حجم	۰/۷۰۶۶	۰/۶۶۱۷	۰/۴۸۰۵
اوج-تداوم	۰/۴۶۸۴	۰/۴۸۸۱	۰/۳۳۶۶
حجم-تداوم	۰/۸۱۰۵	۰/۸۵۷۳	۰/۶۹۲۷

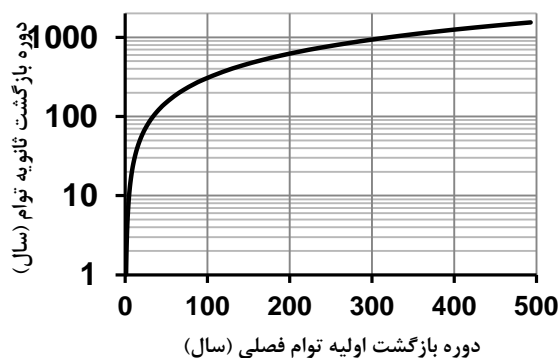


شکل ۳- ترسیم مقادیر توزیع مفصل محاسباتی نسبت به توزیع مفصل تجربی (نمودار P-P) برای مفصل A12 بر اساس روش GA

جدول ۶- برآورد پارامتر (θ) توابع مفصل ارشمیدسی سه بعدی با استفاده از دو روش تخمین پارامتر IFM و GA

نام تابع	IFM	GA
کلاپتون	۱/۰۷۹	۲/۳۵۳
فرانک	۵/۶۳۹	۶/۱۰۴
گامبل-هوگارد	۱/۷۹۷	۲/۲۲۸
A12	۱/۱۹۸	۱/۲۳۵
جوی	۲/۰۲۲	۳/۱۵۶

منحنی‌ها از رابطه (۱۵) که دوره برگشت یک متغیر را مشروط به دو متغیر وابسته حساب می‌کند، استفاده گردیده است. در ضمن تابع مفصل A12 و روش تخمین پارامتر GA به کار گرفته شده‌اند. این نمودارها می‌توانند در تحلیل ریسک سیل بسیار مفید باشند. برای مثال در شکل الف به ازای دبی اوج ۲۰۰ متر مکعب بر ثانیه و حجم سیل ۳۳۲۴/۹ مترمکعب بر ثانیه در روز (صدک ۷۵ ام) و تداوم ثابت ۲۰ روزه، دوره بازگشت توأم شرطی ۲۰۸ سال به دست می‌آید، حال اگر با همین تداوم و دبی اوج، حجم به ۴۱۶۸/۶ (صدک ۹۰ ام) افزایش یابد، دوره بازگشت توأم شرطی به ۳۷۳ سال افزایش می‌یابد.

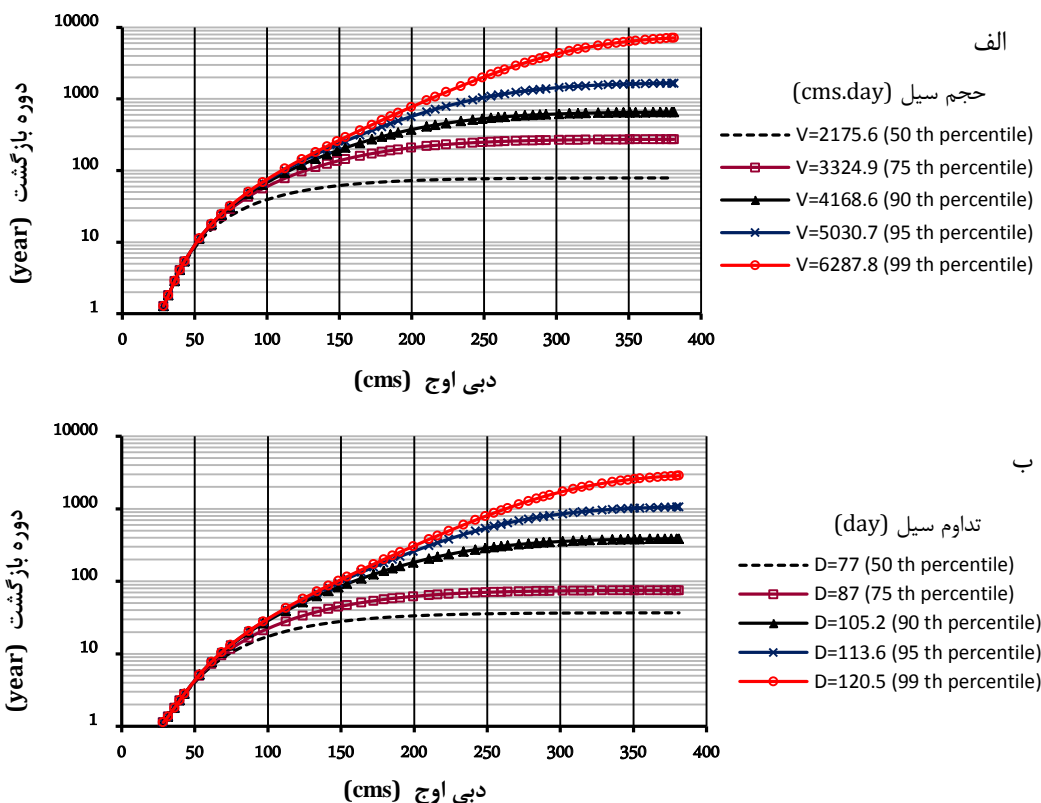


شکل ۵- رابطه بین دوره بازگشت اولیه توأم فصلی (T_{QVD}^{OR}) و دوره بازگشت توأم ثانویه (\bar{T}_{QVD})

بازگشت سه‌متغیره عطفی است. این بدین معنی است که اگر طراحی سازه‌های هیدرولیکی نظیر سازه‌های کنترل سیل، سربز سدها و نظایر آن‌ها بر اساس دوره بازگشت توأم اولیه فصلی (T_{QVD}^{OR}) صورت گیرد، طراحی زیر ابعاد انجام می‌شود و اگر طراحی بر اساس دوره بازگشت توأم اولیه عطفی (T_{QVD}^{AND}) انجام شود، طراحی مافوق ابعاد خواهد بود. بنابر این دوره بازگشت توأم ثانویه می‌تواند ملاک مناسب‌تری برای ارزیابی ریسک حوادث سیل فوق بحرانی باشد. این نتایج توسط محققان دیگری نظیر Reddy و Ganguli [۱۶]، نیز تایید شده است. رابطه بین دوره بازگشت اولیه توأم فصلی (T_{QVD}^{OR}) و دوره بازگشت ثانویه توأم (\bar{T}_{QVD}) در شکل (۵) نشان داده شده است. برای مثال حادثه سیل (۱۳۶۷-۱۳۶۶)، دارای بیشترین دبی اوج داده‌های تاریخی معادل ۲۸۳/۷ متر مکعب بر ثانیه، حجم سیل ۵۰۸۲/۲ مترمکعب بر ثانیه در روز و تداوم سیل ۱۰۶ روز می‌باشد. برای این داده‌ها دوره برگشت‌های توأم اولیه عطفی و فصلی و همچنین دوره برگشت ثانویه به ترتیب ۵۹/۲۶، ۱۱/۱۸ و ۲۹/۵۰ سال به دست می‌آید. شکل (۶) منحنی‌های تغییرات دوره بازگشت اولیه شرطی را نسبت به تغییرات دبی اوج سیل مشروط به تداوم ثابت ۲۰ روزه و پنج مقدار حجم سیل که متناظر با صدک‌های ۵۰ ام تا ۹۹ ام (شکل ۶-الف)) و همچنین دبی اوج سیل مشروط به حجم سیل ثابت ۵۰۰ مترمکعب بر ثانیه در روز برای پنج مقدار تداوم سیل که متناظر با صدک‌های ۵۰ ام تا ۹۹ ام (شکل ۶-ب)) می‌باشند، نمایش می‌دهد. برای ترسیم این

جدول ۷- مقادیر معیارهای انتخاب مدل بر اساس دو روش تخمین پارامتر MLE و GA، برای توابع مفصل ارشمیدسی سه‌متغیره

	GA			IFM		
نام تابع	BIC	RMSE	P-Value	BIC	RMSE	
کلاپتون	-۱۲۷/۹۹	۰/۰۲۶۳	۰/۳۷۰	-۱۰۴/۲۰	۰/۰۵۱۲	
فرانک	-۱۲۰/۱۶	۰/۰۳۲۷	۰/۹۲۶	-۱۱۸/۵۰	۰/۰۳۴۳	
G-H	-۱۱۷/۱۲	۰/۰۳۵۶	۰/۷۰۸	-۱۱۰/۱۹	۰/۰۴۳۳	
A12	-۱۲۸/۶۳	۰/۰۲۵۸	۰/۹۱۸	-۱۱۸/۲۷	۰/۰۳۴۵	
جوی	-۱۰۷/۴۱	۰/۰۴۶۸	۰/۰۷۴	-۹۷/۹۸	۰/۰۵۹۴	



شکل ۶- دوره بازگشت شرطی (بر حسب سال) مشخصه‌های سیل محاسبه شده با استفاده از تابع مفصل A12 بر اساس روش GA

الف) دبی اوج سیل برای حجم سیل مشخص و تداوم سیل ثابت ($d = 20$ day)، $T_{QVD}(q|V \leq v, D \leq d)$

ب) دبی اوج سیل برای تداوم سیل مشخص و حجم سیل ثابت ($v = 500$ cms.day)، $T_{QVD}(q|V \leq v, D \leq d)$

جدول ۸- مقایسه دوره برگشت‌های یک متغیره، دو متغیره و سه متغیره برای مشخصه‌های سیل (تابع مفصل A12 و روش تخمین GA)

\bar{T}_{QVD}	T_{QVD}^{OR}	T_{QVD}^{AND}	T_{VD}^{OR}	T_{QD}^{OR}	T_{QV}^{OR}	T_{VD}^{AND}	T_{QD}^{AND}	T_{QV}^{AND}	D(day)	V(cms.day)	Q(cms)	T
۱/۹	۱/۵	۲/۹	۱/۸	۱/۵	۱/۷	۲/۳	۲/۹	۲/۵	۷۳/۴	۲۰۷۴/۳	۹۶/۹	2
۵/۲	۲/۹	۱۰/۲	۴	۳/۱	۳/۶	۶/۷	۱۲/۴	۸/۲	۹۳	۳۴۲۷/۲	۱۵۴/۲	5
۱۱/۷	۵/۳	۲۳/۸	۷/۷	۵/۸	۶/۸	۱۴/۲	۳۶/۵	۱۸/۶	۱۰۲	۴۲۲۲/۳	۱۹۰/۶	10
۲۵/۸	۱۰	۵۱/۵	۱۵/۲	۱۱/۱	۱۳/۳	۲۹/۳	۹۹/۴	۴۰	۱۰۸/۸	۴۹۱۵/۲	۲۲۳/۸	20
۶۹/۸	۲۴/۲	۱۳۵	۳۷/۶	۲۷/۱	۳۲/۸	۷۴/۶	۳۲۳/۱	۱۰۵/۱	۱۱۶	۵۷۲۸/۴	۲۶۴/۲	50
۱۴۳/۹	۴۷/۸	۲۷۴/۴	۷۴/۹	۵۳/۷	۶۵/۳	۱۵۰/۳	721	۲۱۳/۸	۱۲۰/۵	۶۲۸۷/۸	۲۹۲/۸	100
۱۴۸۲	۴۷۳/۲	۲۷۸۴/۲	۷۴۷/۱	۵۳۳/۱	۶۴۹/۵	۱۵۱۱/۸	۸۰۶۴/۵	۲۱۷۲/۶	۱۳۲/۱	۷۹۴۳/۸	۳۸۱/۱	۱۰۰۰

T دوره برگشت متناظر با توزیع‌های یک متغیره، \bar{T}_{QVD} معرف دوره برگشت ثانویه متغیره‌های سیل و cms مترمکعب بر ثانیه می‌باشد.

۴- نتیجه‌گیری

تصمیم‌گیری چندمعیاره گروهی (MCGDM) مبتنی بر عملگر OWA جهت انتخاب مناسب‌ترین توزیع احتمالاتی استفاده شد. از دو روش تخمین پارامتر استنباط برای حاشیه‌ها (IFM) و الگوریتم ژنتیک (GA) جهت تخمین پارامترهای تابع مفصل استفاده شده است. این مطالعه از دو جهت مطالعات انجام شده قبلی در خصوص تحلیل فراوانی سیل را توسعه می‌دهد. در این تحقیق برای نخستین بار از روش‌های MCDM جهت انتخاب

در این پژوهش، به منظور تحلیل ریسک احتمالاتی رویدادهای سیل که دارای سه مشخصه وابسته دبی اوج، حجم و تداوم هستند، از توابع مفصل سه متغیره ارشمیدسی استفاده شده است. از آنجا که انتخاب نوع توزیع احتمالاتی و روش تخمین پارامترهای آن برای متغیره‌های حاشیه‌ای گامی اساسی در تحلیل فراوانی هیدرولوژیکی است، برای انتخاب بهتر از روش

پایین بیاورد. مهم‌ترین محدودیت این تحقیق در دسترس نبودن داده‌های سیل با پریودهای کوتاه‌تر زمانی (ساعاتی) است. با این وصف نتایج این تحقیق می‌تواند در طراحی مبتنی بر ریسک پروژه‌های منابع آب بسیار مفید باشد.

۵- مراجع

- [1] International Commission on Large Dams (ICOLD), "Selection of Design Flood", Bulletin 82, 1992.
- [۲] حمادی، ک.، آخوندعلی، ع. م.، بهنیا، ع.، عرب، د. ر.، "نقش بهنگام‌سازی سری آماری بر ارزیابی سیل طرح (مطالعه موردی: سد مخزنی جره)"، علوم و مهندسی آبخیزداری ایران، ۱۳۸۶، ۱ (۲)، ۱۱-۲۰.
- [۳] رائو، آ. ر.، حامد، ک.، "تحلیل فراوانی سیل"، ترجمه اسلامیان، س. س.، سلطانی کوپائی، س. س.، انتشارات ارکان، چاپ اول، ۱۳۸۱.
- [4] Haddad, K., Rahman, A., "Selection of the Best Fit Flood Frequency Distribution and Parameter Estimation Procedure: A Case Study for Tasmania in Australia", Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, 2011, 25 (3), 415-428.
- [5] Hassanzadeh, Y., Abdi, A., Talatahari, S., Sing, V. P., "Meta-Heuristic Algorithms for Hydrologic Frequency Analysis", Water Resources Management, 2010, 25, 1855-1879.
- [6] Karmakar, S., Simonovic, S. P., "Bivariate Flood Frequency Analysis. Part 2: A Copula-Based Approach with Mixed Marginal Distributions", Journal of Flood Risk Management, 2009, 2, 32-44.
- [7] Wong, G., Lambert, M. F., Metcalfe, A. V., "Trivariate Copulas for Characterization of Droughts", ANZIAM Journal, 2008, 49, 306-323.
- [8] Sklar, A., "Fonctions de répartition à n Dimensions et Leur Marges", Publication of the Institute of Statistical University of Paris, 1959, 8, 229-231.
- [9] De Michele, C., Salvadori, G., "A Generalized Pareto Intensity-Duration Model of Storm Rainfall Exploiting 2-Copulas", Journal of Geophysical Research, 2003, 108 (D2), doi: 10.1029/2002JD002534.
- [10] Zhang, L., Singh, V. P., "Bivariate Flood Frequency Analysis Using the Copula Method", Journal of Hydrologic Engineering, 2006, 11 (2), 150-164.

مناسب‌ترین توزیع احتمالاتی سه‌متغیر حاشیه‌ای توابع مفصل استفاده شده است. همچنین در مطالعات انجام شده‌ی قبلی به ندرت کارایی روش‌های تخمین پارامتر تابع مفصل کلاسیک و فراابتکاری در تحلیل ریسک چندمتغیره سیل مقایسه شده‌اند.

نتایج این مطالعه را می‌توان در موارد زیر خلاصه کرد:

- بر اساس نتایج روش MCGDM، توزیع‌های احتمالاتی WBL3، PE3 و WBL3 به ترتیب بهترین برازش را برای سه مشخصه دبی اوج، حجم و تداوم سیل نشان می‌دهند. بر اساس همین نتایج، بهترین روش تخمین پارامترها برای سه توزیع برتر فوق به ترتیب، حداکثر درست‌نمایی (MLE)، MLE و GA می‌باشد. این نتایج در خصوص توزیع WBL توسط Escalante [۳۰] و در خصوص توزیع P3 توسط Li و همکاران [۱۳]، تأیید شده است.

- با توجه به این‌که وابستگی بین سه مشخصه سیل داده‌های رودخانه مهاباد معنی‌دار (سطح معنی‌داری ۰.۵٪) است، تحلیل فراوانی یک متغیره سیل باعث می‌شود که تأثیر هم‌زمان متغیرهای وابسته در نظر گرفته نشود و نتیجتاً منجر به کمتر یا بیشتر برآورد شدن ریسک هیدرولوژیکی گردد. بنابر این تحلیل فراوانی سیل چندمتغیره نتایج قابل اطمینان‌تری را ارائه می‌دهد. این رهنمودها را محققان دیگر نیز متذکر شده‌اند [۶، ۱۶].

- نتایج توابع مفصل ارشمیدسی سه‌بعدی بر اساس دو روش تخمین پارامتر IFM و GA با همدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که روش GA در مقایسه با روش IFM خطای کمتری را در برآورد پارامترها دارد. بر اساس روش GA، تابع مفصل A12 بهترین برازش را به داده‌های مشاهداتی دارد. پژوهشگران دیگر نیز برتری روش GA در مقایسه با روش‌های مرسوم نظیر MLE را گزارش نموده‌اند [۲۵، ۲۹].

- نتایج تحقیق نشان می‌دهند که اگر طراحی سازه‌های هیدرولیکی نظیر سازه‌های کنترل سیل، سربز سدها و نظایر آن-ها بر اساس دوره بازگشت توأم اولیه فصلی (T_{QVD}^{OR}) انجام شود، طراحی زیر ابعاد انجام می‌شود و اگر این طراحی بر اساس دوره بازگشت توأم اولیه عطفی (T_{QVD}^{AND}) صورت گیرد، طراحی مافوق ابعاد خواهد بود. بنابر این دوره بازگشت توأم ثانویه می‌تواند ملاک مناسب‌تری برای ارزیابی ریسک حوادث سیل فوق بحرانی باشد. این نتایج توسط محققان دیگری نظیر Salvadori و همکاران [۳۱] و Ganguli و Reddy [۱۶]، نیز تأیید شده است.
- پر واضح است که انجام این تحقیق مانند سایر پژوهش‌های دیگر با محدودیت‌های مواجه بوده است که می‌تواند دقت کار را

- Water Resources Management, 2014, 28, 3957-3974.
- [21] Zhang, L., Singh, V. P., "Bivariate Rainfall and Runoff Analysis Using Entropy and Copula Theories", Entropy, 2012, 14 (9), 1784-1812.
- [22] Nelson, R. B., "An Introduction to Copulas", Springer-Verlag, New York, US, 2006.
- [23] Joe, H., "Multivariate Models and Dependence Concepts", Chapman & Hall, London, UK, 1997.
- [۲۴] کارآموز، م.، کراچیان، ر.، "برنامه‌ریزی و مدیریت کیفی سیستم‌های منابع آب"، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ۱۳۸۲.
- [25] Song, S., Singh, V. P., "Frequency Analysis of Droughts Using the Plackett Copula and Parameter Estimation by Genetic Algorithm", Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, 2010, 24 (5), 783-805.
- [۲۶] فرج‌زاده‌اصل، م.، "بررسی خطر سیل‌خیزی در زیر حوضه‌های استان آذربایجان غربی"، مجله پژوهش‌های ژئومورفولوژی کمی، ۱۳۹۱، ۱، ۵۹-۶۸.
- [۲۷] طالب‌پوراصل، د.، خضری، س.، "بررسی رابطه کاربری اراضی و شیب تولید رسوب در زیر حوضه‌های جنوبی رودخانه مهاباد"، نشریه مرتع و آبخیزداری منابع طبیعی ایران، ۱۳۸۹، ۶۳ (۳)، ۳۴۱-۳۵۸.
- [۲۸] محمدپور، ع.، حسن‌زاده، ی.، خدادادی، ا.، ثقفیان، ب.، "کاربرد روش‌های تحلیل چندمعیاره جهت انتخاب بهترین برآزش توزیع فراوانی سیل (مطالعه موردی: رودخانه مهاباد چای)"، نشریه دانش آب و خاک، ۱۳۹۴، ۲۵ (۴/۱)، ۸۳-۹۸.
- [29] Reddy, M. J., Singh, V. P., "Multivariate Modeling of Droughts Using Copulas and Meta-Heuristic Methods", Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, 2014, 28 (3), 475-489.
- [30] Escalante, C., "Application of Bivariate Extreme Value Distribution to Flood Frequency Analysis: a Case Study of Northwestern Mexico", Natural Hazards, 2007, 42, 37-46.
- [31] Salvadori, G., De Michele, C., Durante, F., "Multivariate Design via Copulas", Hydrology and Earth System Sciences, 2011, 15, 3293-3305.
- [11] Golian, S., Saghafian, B., Elmi, M., Maknoon, R., "Probabilistic Rainfall Thresholds for Flood Forecasting: Evaluating Different Methodologies for Modeling Rainfall Spatial Correlation (or Dependence)", Hydrological Processes, 2011, 25 (13), 2046-2055.
- [12] Yazdi, J., Salehi Neyshabouri, S. A. A., Golian, S., "A Stochastic Framework to Assess the Performance of Flood Warning Systems Based on Rainfall-Runoff Modeling", Hydrological Processes, 2014, 28 (17), 4718-4731.
- [13] Li, T., Guo, S., Chen, L., Guo, J., "Bivariate Flood Frequency Analysis with Historical Information Based on Copula", Journal of Hydrologic Engineering, 2013, 18, 1018-1030.
- [۱۴] عباسیان، م.، ص.، جلالی، س.، موسوی ندوشنی، س.، "تحلیل فراوانی چندمتغیره سیلاب با استفاده از تابع مفصل و توزیع‌های پارامتری و ناپارامتری"، مجله علمی-پژوهشی عمران مدرس، ۱۳۹۳، ۱۴ (۴)، ۸۱-۹۲.
- [15] Grimaldi, S., Serinaldi, F., "Asymmetric Copula in Multivariate Flood Frequency Analysis", Advances in Water Resources, 2006, 29 (8), 1115-1167.
- [16] Ganguli, P., Reddy, M. J., "Probabilistic Assessment of Flood Risks Using Trivariate Copulas", Theoretical Applied Climatology, 2013, 111 (1), 341-360.
- [17] Vandenberghe, S., Berg, M. J., Gräler, B., Petroselli, A., Grimaldi, S., De Baets, B., Verhoest, N. E. C., "Joint Return Periods in Hydrology: A Critical and Practical Review Focusing on Synthetic Design Hydrograph Estimation", Hydrology and Earth System Sciences, 2013, 17, 1281-1296.
- [18] Abdi, A., Hassanzadeh, Y., Talathari, S., Fakheri-Fard, A., Mirabbasi, R., "Parameter Estimation of Copula Functions Using an Optimization-Based Method", Theoretical Applied Climatology, 2016, doi: 10.1007/s00704-016-1757-2.
- [۱۹] سالاری، م.، آخوندعلی، ع.، ادیب، آ.، دانشخواه، ع.، "تحلیل فراوانی سیلاب دومتغیره با استفاده از توابع مفصل"، مجله علوم و مهندسی آبیاری، ۱۳۹۳، ۳۷ (۴)، ۲۹-۳۸.
- [20] Mohammadpour, O., Hassanzadeh, Y., Khodadadi, A., Saghafian, B., "Selecting the Best Flood Flow Frequency Model Using Multi-Criteria Group Decision-Making",

EXTENDED ABSTRACT

Probabilistic Risk Analysis of Flood Events Using Trivariate Copulas

Osman Mohammadpour^a, Yousef Hassanzadeh^{b,*}, Ahmad Khodadadi^c, Bahram Saghafian^a

^a Faculty of Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

^b Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

^c Faculty of Mathematics and Statistics, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

Received: 12 March 2016; **Accepted:** 08 October 2016

Keywords:

Multivariate frequency analysis, Multi criteria decision making, Monte Carlo simulation, Copulas, Joint return period

1. Introduction

The univariate flood frequency analysis (FFA) is widely used in hydrological studies. Due to the flood events consist of three main characteristic, peak, volume and duration that are mutually correlated, univariate FFA cannot consider effect all three correlated flood properties simultaneously. This leads to an underestimate or overestimate of hydrological risk. Therefore, multivariate FFA is necessary. Copula function is the most important tools for multivariate hydrological frequency analysis.

2. Methodology

2.1. Study area and data

The study area is the Mahabad River, a major river that flows into Lake Urmia in the upper northwestern corner of Iran. The Mahabad River basin is located at latitude $36^{\circ} 26'$ to $36^{\circ} 46'$ N and longitudes $45^{\circ} 25'$ to $45^{\circ} 46'$ E. It has a drainage area of 841 km^2 . The Mahabad River has two main branches, the Kawtar and Baitas, that both feed into the Mahabad reservoir. Water released from the reservoir eventually flows into Lake Urmia. Daily stream flow records for 41 years (1965-2006) were employed to estimate of the annual flood peak, volume and duration values of the Mahabad River.

2.2. Marginal distributions selection

The first step in copula fitting is the selection of appropriate probability distribution for each of the marginal variables (peak flow, volume and duration). In this study, twelve distributions and two parameter estimation procedures were tested and compared based on five selection criteria. The five different model selection criteria are: The Kolmogorov-Smirnov (K-S) test, the relative average bias (RAB), the modified Anderson-Darling (MAD) test, and the root mean square error (RMSE) and the *deviation in skewness and kurtosis*. The multi-criteria group decision-making (MCGDM) method based on OWA operator is employed for selection of appropriate probability distribution [1]. Parameters of marginal distributions are estimated using of maximum likelihood estimation (MLE) and genetic algorithm (GA). This is the first time that the proposed method has been used for multivariate hydrological frequency analysis.

3.2. Flood risk analysis based on copulas

In this study, a copula-based methodology is presented for flood risk analysis and investigated the performance of five trivariate Archimedean copulas in modeling dependence structure of flood properties. Five Archimedean families of copulas are: Frank, Clayton, Gumbel-Hougaard, Joe and A12. Parameters of

* Corresponding Author

E-mail addresses: mohammadpour816@yahoo.com (Osman Mohammadpour), yhassanzadeh@tabrizu.ac.ir (Yousef Hassanzadeh), a_khodadadi@sbu.ac.ir (Ahmad Khodadadi), b.saghafian@gmail.com (Bahram Saghafian).

copulas are estimated using of inference functions for margins (IFM) method and genetic algorithm (GA) method. To identify the most appropriate copula family (among five copula) for joint distribution of the flood variables, graphical method as well as analytical goodness-of-fit tests, such as RMSE, Bayesian information criteria (BIC) and P-value based on parametric bootstrapping, are adopted in this study. A Monte Carlo simulation was conducted to test the ability of the models. The resultant primary and secondary trivariate return periods (RP) are compared with univariate and bivariate RP.

3. Results and discussion

Results of this study have shown that three-parameter Weibull, Pearson type 3 and three-parameter Weibull distributions had the best fit for peak flow, volume and duration of Mahabad River flood data, respectively. According to the results, the best method to parameters estimate of the three premier distributions, are MLE, MLE and GA, respectively.

Monte Carlo simulated data are used to compare five family of trivariate Archimedean copula, namely Frank, Clayton, Gumbel-Hougaard, Joe and A12. The results showed that the A12 gave better performance as compared to the other copula models. Based on the results, it is shown that GA method provides a better fit than IFM method and it is computationally more efficient. The return periods obtained using univariate marginal distributions of peak flow, volume, and duration; and primary joint return periods (“AND” and “OR” cases) as well as secondary return periods are calculated using A12 copula and are shown in Table 1. Based on the results, trivariate primary return period (“AND” and “OR” cases) and secondary return period for flood event that occurred during 1366-67, respectively are 59.3, 11.2 and 29.5 years. This information can be used to design of reservoirs, spillways, bridges, culverts, and flood control structures.

Table 1. Comparison of univariate, bivariate, and trivariate return periods for flood characteristics based on A12 copula

T	Q (cms)	V (cms.day)	D (day)	T_{QV}^{AND}	T_{QD}^{AND}	T_{VD}^{AND}	T_{QV}^{OR}	T_{QD}^{OR}	T_{VD}^{OR}	T_{QVD}^{AND}	T_{QVD}^{OR}	\bar{T}_{QVD}
2	96.9	2074.3	73.4	2.5	2.9	2.3	1.7	1.5	1.8	2.9	1.5	1.9
5	154.2	3427.2	93	8.2	12.4	6.7	3.6	3.1	4	10.2	2.9	5.2
10	190.6	4222.3	102	18.6	36.5	14.2	6.8	5.8	7.7	23.8	5.3	11.7
20	223.8	4915.2	108.	40	99.4	29.3	13.3	11.1	15.2	51.5	10	25.8
50	264.2	5728.4	116	105.1	323.1	74.6	32.8	27.1	37.6	135	24.2	69.8
100	292.8	6287.8	120.	213.8	721	150.3	65.3	53.7	74.9	274.4	47.8	143.9
1000	381.1	7943.8	132.	2172.6	8064.5	1511.8	649.5	533.1	747.	2784.2	473.2	1482

Note: cms: cubic per second, T : return period associated with univariate marginal distributions, \bar{T}_{QVD} secondary return period

4. Conclusions

Based on the results of this study, the followings conclusions are drawn:

- Multi-criteria decision-making (MCDM) method can improve the technique for model selection and provide a more robust and flexible method to identify the best-fit statistical distribution for each of the marginal variables (peak flow, volume and duration) [1].
- For flood characteristics of Mahabad River, GA method provides a better performance than IFM method to estimate the parameters of the copulas. This result is in agreement with findings made by some others hydrological applications [2, 3].
- The results showed that for Mahabad River flood data, A12 copula gave better performance as compared to the other copula models.
- The univariate flood frequency analysis cannot provide a sufficient probabilistic assessment of correlated multivariate flood events and may lead to overestimation or underestimation of the severity of these events. Therefore, multivariate flood risk analysis is essential for design of water resources projects. Similar conclusions were also made by Ganguli and Reddy [4].

4. References

- [1] Mohammadpour, O., Hassanzadeh, Y., Khodadadi, A., Saghafian, B., “Selecting the Best Flood Flow Frequency Model Using Multi-Criteria Group Decision-Making”, *Water Resources Management*, 2014, 28 (12), 3957-3974.

- [2] Song, S., Singh, V. P., "Frequency Analysis of Droughts Using the Plackett Copula and Parameter Estimation by Genetic Algorithm", *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 2010, 24 (5), 783-805.
- [3] Reddy, M. J., Singh, V. P., "Multivariate Modeling of Droughts Using Copulas and Meta-Heuristic Methods", *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 2014, 28 (3), 475-489.
- [4] Ganguli, P., Reddy, M. J., "Probabilistic Assessment of Flood Risks Using Trivariate Copulas", *Theoretical Applied Climatology*, 2012, 111 (1), 341-360.