

# تخمین مکانی هدایت هیدرولیکی خاک با استفاده از مدل زمین آماری چند متغیره

## مطالعه موردی: محدوده مترو شهر تبریز

غلام مرادی<sup>۱</sup>، وحید نورانی<sup>۲</sup> و فرهاد تقی زاده حساس<sup>۳\*</sup>

<sup>۱</sup> استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

<sup>۲</sup> دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

<sup>۳</sup> کارشناس ارشد مهندسی خاک و پی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

### چکیده

نظر به اهمیت بالای نفوذپذیری خاک در مهندسی عمران و تأثیر آن روی سازه‌های بنا شده، مطالعه دقیق و برآورد صحیح پارامترهای فوق در منطقه نقش بسزایی در پیشبرد صحیح مطالعات ژئوتکنیکی خواهد داشت؛ ولی معمولاً به علت وجود مشکلات فنی و اقتصادی امکان حفر گمانه‌های ژئوتکنیکی در منطقه محدود بوده و لازم است برای آن مناطق با استفاده از آمار گمانه‌های موجود اقدام به داده‌سازی منطقی شود. در این تحقیق از مدل زمین آمار برای تخمین هدایت هیدرولیکی در محدوده مترو شهر تبریز استفاده شده است. نتایج حاصل حاکی از مناسب بودن مدل کروی به عنوان مدل وارویگرام برآورد مکانی هدایت هیدرولیکی در محدوده مترو شهر تبریز بوده و همچنین ملاحظه شد که در برآورد مکانی هدایت هیدرولیکی روش کوکریجینگ که از کد ارتفاعی زمین به عنوان پارامتر ثانوی استفاده می‌کند در مقایسه با روش کریجینگ نتایج بهتری را ارائه می‌دهد.

**واژگان کلیدی:** هدایت هیدرولیکی، زمین آمار، برآورد مکانی، کوکریجینگ، محدوده مترو تبریز.

### ۱- مقدمه

ساختار و رفتار احتمالی منطقه از نتایج مطالعات ژئوتکنیکی بهره می‌برند که در اغلب موارد از نمونه‌هایی استفاده می‌شود که دارای حجمی کوچکتر از  $10^{-5}$  حجم کل پروژه هستند [۲]. ناهمگنی موجود در سیستم‌های ژئوتکنیکی موجب عدم موفقیت مدل‌های معین شده است، در حالی که استفاده از زمین آمار به عنوان یک مدل ریاضی با پارامترهای دارای تغییرات فضایی در بسیاری از مطالعات ژئوتکنیکی بیانگر مناسب بودن بهره‌گیری از این روش تخمین در جمع‌آوری اطلاعات و بهره‌گیری در طراحی‌ها است [۳].

از تحقیقات انجام شده در زمینه کاربرد زمین آمار در ژئوتکنیک می‌توان موارد زیر را ذکر کرد:

Rouhani و Hall [۴] از زمین آمار، برای طراحی بهینه شبکه نمونه‌گیری آب زیرزمینی برای تخمین سطح ایستایی استفاده نمودند. Hoeksema و همکاران [۵] از تخمین چند متغیره برای تعیین سطح ایستایی استفاده کردند؛ بدین صورت که کد ارتفاعی زمین را نیز به عنوان متغیر ثانویه در برآورد و تخمین سطح آب زیرزمینی به کار بردند. Desbarats و همکاران [۶] از اطلاعات کد ارتفاعی زمین در محیط GIS همراه با ابزار کریجینگ ژئو استاتستیک برای تخمین سطح آب زیرزمینی استفاده نمودند. Ahmed و Marsily [۷] روش‌های مختلف

مهندسی ژئوتکنیک پیوسته در حال تغییر و پیشرفت است و مهندسان و متخصصان در جستجوی ابزاری هستند که طراحی را بهبود بخشند تا سازگاری بیشتری با عدم قطعیت‌های بزرگ و تغییرات در مشخصات خاک و سنگ داشته باشد. در سال‌های اخیر، چندین نویسنده تلاش نموده‌اند تا از زمین آمار در مسائل مهندسی ژئوتکنیک استفاده نمایند. سوالی که مطرح است این می‌باشد که آیا زمین آمار کاربرد ژئوتکنیکی دارد؟ روش زمین آمار در سال ۱۹۶۰ (دهه‌ی شصت) برای تخمین منابع در معادن به کار گرفته شد. اکنون به صورت گسترده در صنعت نفت و معدن به کار می‌رود و در سال‌های اخیر در سنجش از دور و GIS<sup>۱</sup> ترکیب و یکپارچه شده است. مشکل در تخمین ذخیره این بود که تصمیم برای سرمایه‌گذاری مقادیر هنگفت پول باید براساس اطلاعات پراکنده نمونه‌ها گرفته می‌شد. این در حالی بود که نسبت حجم نمونه‌های بدست آمده از گمانه‌های شناسایی به حجم ذخیره، معمولاً ضربی از  $1 \times 10^{-9}$  بود. هر چند هزینه مالی یک پروژه ژئوتکنیکی، به اندازه‌ی پروژه‌های شناسایی هنگفت نیست ولی مهندسی ژئوتکنیک نیز دغدغه‌های مشابهی دارد [۱]. در فرآیندهای ژئوتکنیکی مهندسی برای آگاهی از

1- Geographic Information System

موقعیت مسیر مترو در داخل شهر را نشان می‌دهد. به منظور تعیین خصوصیات فیزیکی و مکانیکی لایه‌های خاک آزمایش‌های متعددی در این محدوده انجام پذیرفته است. یکی از این آزمایش‌ها تعیین نفوذپذیری خاک می‌باشد. مطالعه دقیق و برآورد صحیح پارامتر مذکور در منطقه نقش بسزایی در پیشبرد طراحی‌های مهندسی خواهد داشت. زیرا برای دستیابی به یک طراحی مناسب آگاهی از الگوی سطح آب زیرزمینی یک امر حیاتی است [۱۶].

در این تحقیق از نتایج آزمایش‌های لوفران انجام شده در عمق ۳-۵ متر در محدوده مترو شهر تبریز استفاده شده است. در جدول (۱) موقعیت مکانی گمانه‌های مورد استفاده در مدل‌سازی و آزمایش مدل و مقادیر مشاهداتی هدایت هیدرولیکی (K)، ارائه شده است. با توجه به این‌که مطالعات ژئوتکنیک سازمان قطار شهری تبریز توسط چند پیمانکار حفاری صورت گرفته است در نام‌گذاری گمانه‌ها گوناگونی دیده می‌شود. برای سهولت انجام کار، همان‌گونه که در شکل (۱)، نشان داده شده است گمانه‌های مورد استفاده نام‌گذاری شدند.

### ۳- زمین آمار

ویژگی‌های اساسی داده‌ها همانند روند موجود در منطقه و یا پیوستگی بین داده‌ها را با استفاده از آمار کلاسیک نمی‌توان مورد بررسی قرار داد، زیرا روش‌های آماری کلاسیک موقعیت مکانی داده‌ها را مد نظر قرار نمی‌دهند [۱۷].

به طور کلی تخمین زمین آماری روشی است که طی آن می‌توان مقدار یک کمیت در نقاط با مختصات معلوم را با استفاده از مقادیر آن کمیت در مختصات دیگر محاسبه نمود. کریجینگ یک روش تخمین مبتنی بر منطق میانگین متحرک وزن‌دار می‌باشد و در مورد آن می‌توان گفت که بهترین تخمین‌گر خطی نا اریب (B.L.U.E)<sup>۲</sup> می‌باشد. یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های روش کریجینگ را می‌توان قابلیت تعیین خطا و توزیع خطای تخمین نام برد. در کنار این موارد، سازگاری مدل زمین آماری با فیزیک تغییرات خطی مکانی پدیده‌های ژئوتکنیک دلیل محکم دیگری برای پیشنهاد و استفاده از این روش در حل مسائل مهندسی ژئوتکنیک می‌تواند محسوب شوند. پارامترهای مدل‌های زمین آمار براساس دو شرط صفر بودن میانگین خطای تخمین و حداقل شدن واریانس این خطا و عموماً به روش ضرایب لاگرانژ تعیین می‌گردند.

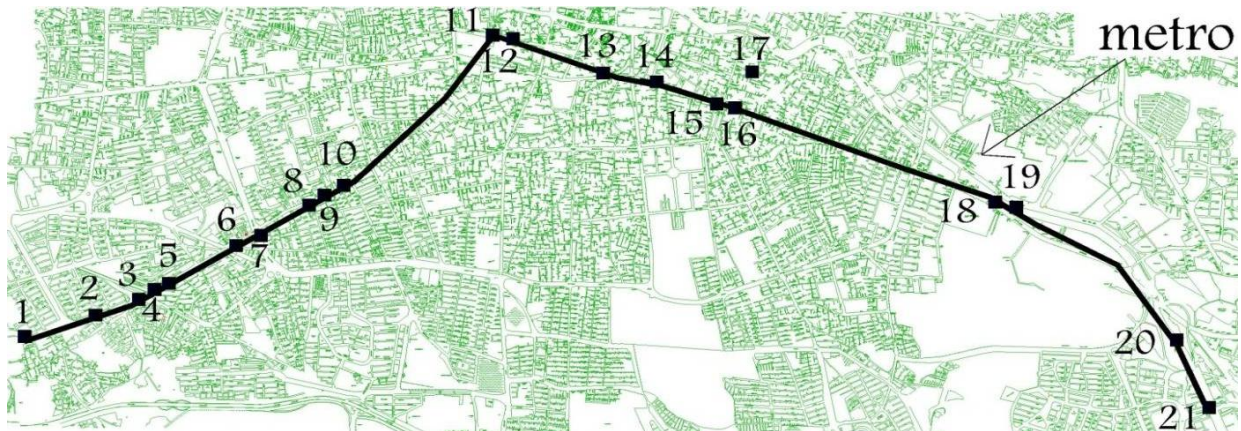
زمین آمار را در محاسبه ضریب انتقال و ظرفیت ویژه مورد مطالعه قرار دادند. Cromer و همکاران [۸] مدل‌سازی زمین آماری را برای تشخیص کیفیت سنگ (RQD)<sup>۱</sup> در منطقه کوهستانی نوادا انجام دادند. Johnson [۹] از زمین آمار برای ارائه برنامه حفاری استفاده نمود. Ortuani [۱۰] ترکیب زمین آمار و معادلات دیفرانسیلی را برای پیش‌بینی هدایت هیدرولیکی مورد استفاده قرار داد.

Tsai و Frost [۱۱] تحقیقی را در رابطه با منابع زیر سطحی آلوده کننده انجام دادند و در تحقیق مذکور کیفیت نتایج بررسی محل و هزینه‌های صرف شده را با یکدیگر مقایسه نمودند. آنها نشان دادند صحت نتایج وابسته به اطلاع قبلی از وضعیت منطقه، ارتباط فضایی موجود بین داده‌ها ونحوه نمونه‌گیری است. به عنوان یک مرجع جامع کمیته زمین آمار ASCE [۱۲،۱۳] طی دو مقاله به بررسی کاربردهای زمین آمار در آب زیرزمینی پرداخته است.

هدایت هیدرولیکی را می‌توان یک متغیر تصادفی در نظر گرفت زیرا در حالت کلی توزیع آن در یک محل مبهم بوده و یا توأم با عدم قطعیت است [۱۴]. علی‌رغم تحقیقات اشاره شده در ارتباط با کاربرد زمین آمار، نظر به اطلاع نویسندگان، مطالعه‌ای در رابطه با تخمین چند پارامتری هدایت هیدرولیکی توسط زمین آمار دیده نمی‌شود. در این مقاله سعی در استفاده از این روش برای برآورد مکانی پارامتر مذکور در محدوده مترو تبریز داشته و برای نیل به این هدف از کد ارتفاعی زمین به عنوان متغیر فرعی (کمکی) استفاده می‌گردد.

### ۲- منطقه مورد مطالعه و داده‌ها

محدوده شهر تبریز در استان آذربایجان شرقی در شمال غرب کشور ایران با مختصات (UTM)  $X=590000$  تا  $X=625000$  طول شرقی و  $Y=4200000$  تا  $Y=4230000$  عرض شمالی قرار گرفته است. خط یک متروی تبریز از جنوب شرق شروع شده و پس از عبور از قسمت مرکزی شهر به جنوب غرب آن منتهی می‌شود. این مسیر از سمت شرق تا جلوی فلکه دانشگاه به صورت رو زمینی و احداث پل هوایی و ایجاد تونل کم عمق احداث شده به صورت حفر و پوشش ساخته خواهد شد. در قسمت‌های میانی شهر با توجه به تراکم ساختمان و عدم وجود فضای کافی از تونل زیرزمینی برای عبور مترو استفاده خواهد شد [۱۵]. شکل (۱)، موقعیت شهر تبریز بر روی نقشه ایران و



شکل ۱- موقعیت جغرافیایی محدوده مترو تبریز

جدول ۱- مشخصات گمانه‌های مورد استفاده در مدل‌سازی

شماره گمانه	مختصات			هدایت هیدرولیکی
	y	x	z	k (cm/s)
1	4212410	608456.3	1386.5	3.20E-04
2	4212588	608995.5	1390.2	1.20E-04
3	4212830	609448.8	1390.4	8.20E-05
4	4212883	609571.7	1388.5	2.27E-04
5	4212937	609666.7	1385.9	4.32E-04
6	4213344	610303.4	1375.9	1.42E-04
7	4213403	610382.2	1376.1	1.90E-04
8	4213692	610937	1380.2	1.95E-04
9	4213750	611043.5	1381.5	3.65E-04
10	4213810	611163	1381.9	1.30E-04
11	4215184	612497	1385.5	1.90E-05
12	4215170	612625.8	1387.2	5.10E-05
13	4214833	613560.5	1398	5.80E-05
14	4214760	613945	1402.2	2.90E-05
15	4214560	614449	1412.8	3.80E-05
16	4214549	614515.8	1410.8	2.60E-05
17	4215086	614755	1411.8	4.80E-05
18	4213690	616857.3	1450.5	2.20E-04
19	4213623	616957.7	1452.5	1.60E-04
20	4212395	618345	1510.4	2.96E-04
21	4211790	618630	1525.7	3.70E-04

روابط مدل‌های کروی، نمایی و گوسی به صورت ذیل می‌باشند:  
مدل کروی:

$$\gamma_{(h)} = c_0 + c \left[ 1.5 \left( \frac{h}{A} \right) - 0.5 \left( \frac{h}{A} \right)^3 \right] \quad (2)$$

مدل نمایی:

$$\gamma_{(h)} = c_0 + c [1 - \exp(-h/A)] \quad (3)$$

در حقیقت این دو شرط متضمن نا اریب بودن مدل تخمین می‌باشند [۱۲].

مقدار متغیر ناحیه‌ای  $z(x)$  در هر نقطه از فضا را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$z(x) = m(x) + \xi(x) \quad (1)$$

که در آن  $m(x)$  روند یا میانگین بوده و حائز یک مدل قطعی می‌باشد و بیانگر تغییرات در مقیاس بزرگ است و  $\xi(x)$  و برابر با مؤلفه تصادفی می‌باشد. همچنین فرض بر این است که تغییرات  $\xi(x)$  دارای نوسان در محدوده نزدیک به صفر می‌باشد و از نظر آماری وابسته هستند [۱۲].

با پذیرش ارتباط شدید خطی مقادیر متغیرهای ژئوتکنیکی در نقاط نزدیک به هم و وابستگی ضعیف‌تر در فواصل دورتر و به منظور نمایش این ساختار در فضای مختصاتی از مفهوم واریوگرام در مدل زمین آمار استفاده می‌شوند. با توجه به محدودیت در تعداد نمونه‌ها برای نمایش کامل این ساختار از مدل‌های واریوگرام استفاده می‌شود.

مدل‌هایی که برای تقریب رفتار واریوگرام مشاهداتی استفاده می‌شوند باید مثبت معین باشند و در عمل این خصوصیت با استفاده از تعداد محدودی از مدل‌ها که دارای این خصوصیت می‌باشند تأمین می‌گردند که در میان مدل‌های مذکور از مدل‌های کروی، نمایی و گوسی در بیشتر کتاب‌ها نام برده شده‌اند و کاربرد بیشتری دارند [۱۸].

$$\begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} & \dots & \gamma_{1n} & 1 \\ \gamma_{21} & & & & \gamma_{2n} & 1 \\ \gamma_{31} & & & & \gamma_{3n} & 1 \\ \vdots & & & & \vdots & \vdots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \gamma_{n3} & \dots & \gamma_{nm} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{10} \\ \gamma_{20} \\ \gamma_{30} \\ \vdots \\ \gamma_{n0} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

مدل گوسی:

$$\gamma_{(h)} = c_0 + c[1 - \exp(-(\frac{h}{A})^2)] \quad (4)$$

در روابط فوق:

 $\gamma_{(h)}$  واریوگرام محاسباتی $c_0$  اثر قطعه‌ای $c$  مقدار سیل $h$  فاصله

با حل  $n+1$  معادله بدست آمده ضرایب  $\lambda_i$  و ضریب لاگرانژ ( $\mu$ )، محاسبه می‌گردند. مقدار ضرایب فوق برای نقاط نزدیک‌تر بزرگ‌تر از ضرایب نقاط با فاصله بیشتر می‌باشند [۲۰]. از مزایای استفاده از این متد این است که به همراه تخمین، میزان ریسک یا دامنه اطمینان مربوط به هرتخمین محاسبه می‌شود. ملاک اندازه‌گیری میزان ریسک، واریانس تخمین است. همان‌گونه که از رابطه (۸) مشخص می‌باشد واریانس تخمین از روی موقعیت نقاط یک واریوگرام به صورت زیر قابل محاسبه است [۱۷].

$$\sigma_0^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{i0} - \gamma_{00} \quad (8)$$

در برخی از موارد، مجموعه داده‌ها شامل یک یا چند متغیر است که این متغیرها دارای یک ارتباط فضایی با متغیر اصلی بوده و اطلاعات مفیدی را در رابطه با متغیر اصلی ارائه می‌دهند. در مواردی که در تخمین متغیر اصلی از پارامتر ثانوی استفاده می‌گردد، تخمین زمین آماری به صورت چند متغیره بوده و کوکریجینگ نامیده می‌شود. ولی با توجه به اینکه مدل‌سازی برای استفاده از روش مذکور نیازمند صرف زمان زیادی است، در کارهای عملی استفاده بیش از دو متغیر چندان مورد توجه قرار نمی‌گیرد [۲۱].

تخمین کوکریجینگ دو متغیره یک ارتباط خطی بین متغیر اصلی و ثانوی است، که به صورت رابطه زیر نشان داده می‌شود:

$$z_0^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i z_i + \sum_{j=1}^m a_j v_j \quad (9)$$

در این رابطه:  $z_0^*$  تخمین  $z$  در مکان  $x_0, x_1, \dots, x_n$  متغیرهای اصلی در  $n$  نقطه،  $v_1, \dots, v_m$  متغیر ثانوی در  $m$  نقطه، و  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  و  $a_1, \dots, a_m$  وزن‌های کوکریجینگ هستند که باید محاسبه گردند [۲۲]. معادلات کوکریجینگ نیز

می‌باشد. پارامتر  $A$  وقتی که منطقه مورد بررسی همسان باشد برابر با دامنه تأثیر است؛ ولی هنگامی که محدوده مورد مطالعه ناهمسان است، از رابطه (۵) محاسبه می‌شود:

$$A = a_1 2[\cos 2(\theta - \phi)] + a_2 2[\sin 2(\theta - \phi)] \quad (5)$$

که در رابطه فوق  $a_1$  شعاع تأثیر ماکزیمم،  $a_2$  شعاع تأثیر مینیمم،  $\phi$  زاویه محور کوچکترین شعاع تأثیر و  $\theta$  زاویه جفت داده‌ها می‌باشد [۱۹].

در مدل واریوگرام، اثر قطعه‌ای نشان دهنده مقادیر خطا در اثر نمونه برداری، آماده سازی و تحلیل نتایج، دامنه تأثیر حداکثر فاصله‌ای است که ساختار مورد بررسی دارای ارتباط فضایی می‌باشد و سقف واریوگرام سطح ثابت پس از محدوده دامنه تأثیر را نشان می‌دهد.

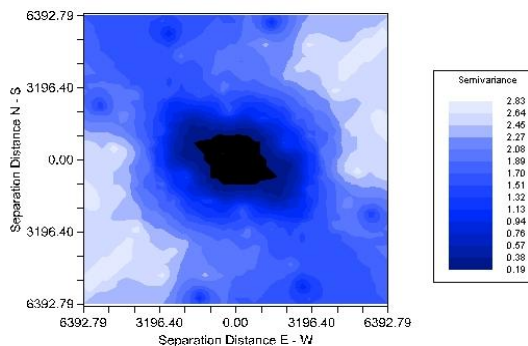
در صورتی که مقدار متغیر  $z$  در موقعیت مکانی  $(x_i)$  معلوم باشد مقدار تخمینی برای مجهول  $z^*$  در موقعیت معلوم را می‌توان به صورت ترکیب خطی زیر در نظر گرفت [۲۰].

$$z^*(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(x_i) \quad (6)$$

در این رابطه  $n$  تعداد نقاطی را نشان می‌دهد که در آن نقاط مقدار  $z$  معلوم است.  $\lambda_i$  ضرایب تخمین است. با اعمال دو شرط میانگین خطای صفر و حداقل واریانس تخمین و با استفاده از مینیمم سازی تکنیک لاگرانژ می‌توان به رابطه زیر رسید.

فرض بر این است که سری مورد مطالعه از توزیع نرمال پیروی می‌کند. در اغلب مسائل واقعی این فرض صادق نمی‌باشد. بنابراین این لازم است تا با استفاده از توابع انتقال، سری مورد نظر نرمال گردد. در این بخش از تابع لگاریتم طبیعی برای نرمال سازی سری داده‌ها استفاده گردیده است. این تبدیل یکی از روش‌های متعارف مورد استفاده در توزیع هدایت هیدرولیکی است [۱۴].

در بیشتر مجموعه داده‌ها، ارتباط فضایی داده‌ها در یک جهت معینی پیوسته‌تر از جهات دیگر است و این جهت، راستای ناهمسانی نامیده می‌شود. تعیین محور ناهمسانی کاملاً تقریبی است؛ زیرا هیچ روش دقیقی برای نیل به این هدف وجود ندارد [۱۴]. نقشه خطوط میزان واریوگرام سطحی، راستای ناهمسانی را آشکار می‌سازد. در این نمودار ارتفاع برابر با واریوگرام و محوره‌های Y-X فواصل در جهت شرق-غرب و شمال-جنوب را نشان می‌دهند. مرکز نمودار برابر واریوگرام صفر می‌باشد. برای بررسی ناهمسانی نمودار واریوگرام سطحی به صورت ۲ بعدی در شکل (۲) نشان داده شده‌اند. در این ترسیم از ۴ واریوگرام جهتی در جهات ۰، ۴۵، ۹۰، ۱۳۵ درجه و تولرانس زاویه‌ی ۲۲/۵ درجه استفاده گردید. با توجه به شکل مذکور جهت ناهمسانی تقریباً برابر با آزیموت ۳۰۸ درجه است و بیانگر این مطلب است که گمانه‌های بخش شرقی دارای ارتباط فضایی بیشتری با یکدیگر می‌باشند. در بخش غربی محدوده مترو تبریز در گمانه‌های بیشتری آزمایش لوفران انجام پذیرفته است و در این مقاله با توجه به فرارگیری محل گمانه‌ها تعداد بیشتری از گمانه‌های منطقه غربی برای آزمایش مدل از روند مدل سازی حذف گردیدند زیرا زمین آمار یک مدل درون یاب است و تخمین‌ها در نقاطی که در حد فاصل گمانه‌های مشاهداتی قرار دارند نتایج مطلوب‌تری را دارا می‌باشند [۱۴]. حذف گمانه‌های مذکور از فرآیند مدل‌سازی موجب گردید تا در نمودار واریوگرام سطحی آزیموت ۳۰۸ درجه راستای پیوستگی بیشتر باشد.



شکل ۲- واریوگرام سطحی هدایت هیدرولیکی

با برقراری شروط نا اریب بودن و حداقل کردن واریانس تخمین حل می‌شوند. با اعمال تکنیک لاگرانژ معادلات زیر حاصل می‌گردند [۲۲].

$$\begin{aligned} \text{for } j = 1 \dots n \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{Cov} [z_i z_j] + \sum_{i=1}^m a_i \text{Cov} [v_i z_j] + \mu_1 &= \text{Cov} [z_0 z_j] \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{Cov} [z_i v_j] + \sum_{i=1}^m a_i \text{Cov} [v_i v_j] + \mu_2 &= \text{Cov} [z_0 v_j] \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^m a_i &= 1 \end{aligned} \quad (10)$$

با حل  $n+m+2$  معادله حاصل می‌توان  $n$  عدد  $\lambda$ ،  $m$  عدد  $a$ ،  $\mu_1$  و  $\mu_2$  را محاسبه نموده و با استفاده از رابطه (۹)، مقدار متغیر را تخمین زد. در عمل برای تخمین یک پارامتر لازم است ابتدا واریوگرام تجربی داده‌های موجود رسم و سپس یک مدل واریوگرام مناسب به واریوگرام تجربی برازش و در آخر بسته به مورد استفاده از روابط، ضرایب تخمین تعیین و مقدار متغیر مکانی مورد نظر برآورد شود. در زمین آمار برای صحت سنجی مدل بدست آمده از صحت سنجی مقطعی استفاده می‌گردد بدین صورت که فرض می‌شود داده‌های مشاهداتی مربوط به یک یا چند مکان در دست نباشد و سپس با مدل ارائه شده تخمینی برای آن مکان صورت گرفته و نتایج حاصل از مدل با داده‌های مشاهداتی مورد قیاس قرار می‌گیرند. همچنین درصدی از داده‌ها به منظور ارزیابی توانایی پیش بینی استفاده می‌گردند.

#### ۴- معیارهای ارزیابی

دو معیار ریشه مربع متوسط خطا (RMSE) و ضریب تبیین (CE) به منظور ارزیابی کارایی مدل و توانایی آن برای پیشگویی دقیق استفاده گردید [۲۳].

#### ۵- نتایج و بحث

به منظور مدل‌سازی مکانی هدایت هیدرولیکی در محدوده مترو شهر تبریز از آمار اندازه‌گیری‌های به عمل آمده توسط سازمان قطار شهری تبریز در ۲۱ گمانه و در محدوده عمقی ۳ الی ۵ متر استفاده شده است (مطابق جدول (۱)). با استفاده از نتایج مربوط به ۱۶ عدد از گمانه‌ها مدل‌سازی صورت پذیرفت و با بهره‌گیری از نتایج ۵ گمانه (۲، ۳، ۸، ۱۳، ۱۷)، مدل منتخب آزمایش گردید. در اغلب روش‌های تخمین پارامترهای آماری

$$\gamma_h = 0.1369 + 3.9999[1 - \exp(-(\frac{h}{A})^2)]$$

$$A = 5682 * 2[\cos 2(\theta - 38)] + 3340 * 2[\sin 2(\theta - 38)] \quad (13)$$

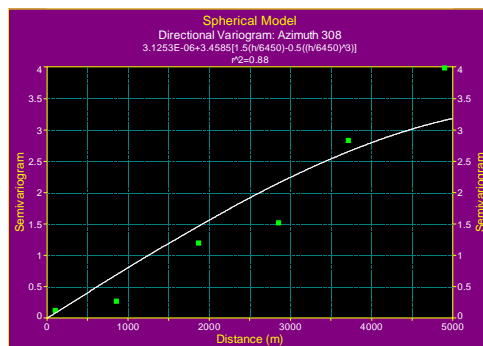
که نتایج حاصل از بررسی اعتبار مدل‌های منتخب با استفاده از روش صحت‌سنجی مقطعی برای ۱۶ گمانه (۱، ۴، ۵، ۶، ۷، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱)، بیانگر نتایج بهتر مدل کروی در مقایسه با مدل‌های نمایی و گوسی بود. این مدل رفتاری خطی در مبدأ دارد و مدل‌هایی با رفتار خطی در مبدأ برای بررسی پارامترهایی که تغییرات خطی دارند مناسب می‌باشند [۲۲].

در این بخش از کار، با توجه به وجود تغییرات محسوس در تراز ارتفاعی دهانه گمانه‌های مشاهداتی، تراز نقاط اندازه‌گیری هدایت هیدرولیکی به عنوان پارامتر ثانوی برای مدل‌سازی هدایت هیدرولیکی مورد استفاده قرار گرفت. قبل از هر اقدامی توجه به این نکته اساسی لازم است که با توجه به این که دو پارامتر هدایت هیدرولیکی و تراز نقاط اندازه‌گیری از لحاظ دیمانسیون با هم یکسان نبوده و اختلاف عددی زیادی دارند هنگام تعیین واریوگرام متقابل در مدل کوکریجینگ مشکلاتی بروز خواهد کرد. برای رفع این مشکل کافی است فاکتور مناسبی را در مقدار هر متغیر فرعی ضرب کرد تا متغیرهای مربوطه میانگین یکسانی پیدا کنند. یک روش، ضرب کردن مقادیر متغیر ثانوی در نتیجه حاصل از تقسیم میانگین متغیر اصلی بر میانگین متغیر ثانوی می‌باشد [۱۷].

در این بخش با استفاده از روش مذکور، مقادیر ارتفاع از سطح دریا با هدایت هیدرولیکی هم دیمانسیون می‌شوند. در مدل‌سازی برای کوکریجینگ نیز ساختار دو پارامتر دیگر باید با استفاده از واریوگرام بررسی گردد. نخست ارتفاع از سطح دریا و دیگری پارامتر حاصل از ضرب هدایت هیدرولیکی و ارتفاع از سطح دریا برای هر گمانه. در این مرحله نیز ناهمسانی موجود در این پارامترها با بهره‌گیری از واریوگرام سطحی بررسی گردید و نتایج نشانگر ناهمسان بودن واریوگرام ارتفاع از سطح دریا بود و در مدل‌سازی ارتفاع از سطح دریا از مدل گوسی استفاده گردید زیرا در محیط‌های با پیوستگی بالا بهتر است از مدل گوسی استفاده گردد [۲۲].

نتایج حاصل از برازش مدل گوسی به واریوگرام تجربی در رابطه (۱۴)، ارائه گردیده است.

$$\gamma_{(h)} = 0.003 + 0.015[1 - \exp(-(\frac{h}{7977})^2)] \quad (14)$$



شکل ۳- برازش مدل کروی به واریوگرام تجربی هدایت هیدرولیکی در راستای آزیموت ۳۰۸ درجه

با توجه به وجود ناهمسانی در منطقه باید در مرحله مدل‌یابی از مدل‌های ناهمسان استفاده گردد. در انتخاب مدل مطلوب سه نوع مدل کروی، نمایی و گوسی مورد بررسی قرار گرفتند. در برازش واریوگرام ناهمسان، چهار پارامتر باید تعیین گردند. اثر قطعه‌ای و مقدار سیل با توجه به واریوگرام همه‌سویه تعیین می‌گردند. ولی مقادیر شعاع تأثیر ماکزیمم و مینیمم با توجه به واریوگرام‌های جهتی مشخص می‌گردند. به عنوان نمونه در شکل (۳) برازش مدل کروی به واریوگرام تجربی در راستای آزیموت ۳۰۸ درجه نشان داده شده است.

از داده‌های نرمال در مدل‌سازی‌های زمین آماری به طور گسترده استفاده می‌گردد و توجه به این نکته ضروری است که در برازش مدل به واریوگرام تجربی، مدل گوسی به علت این که دارای توزیع نرمال است نتایج بهتری ارائه می‌دهد. به این دلیل در مدل‌سازی زمین آماری نمی‌توان به نتایج حاصل از برازش مدل‌ها به واریوگرام تجربی بسنده نمود و انتخاب مدل منوط به نتایج حاصل از صحت‌سنجی مقطعی است.

مدل‌های نهایی زمین آماری با توجه به واریوگرام‌های برازش شده به صورت روابط زیر می‌باشند.  
مدل ناهمسان کروی:

$$\gamma_h = 0.08997 + 3.9999 * [1.5 * (\frac{h}{A}) - 0.5 * (\frac{h}{A})]$$

$$A = 6450 * 2[\cos 2(\theta - 38)] + 5614 * 2[\sin 2(\theta - 38)] \quad (11)$$

مدل ناهمسان نمایی:

$$\gamma_h = 2.6646e - 05 + 3.0829[1 - \exp(-(\frac{h}{A})^2)]$$

$$A = 6095 * 2[\cos 2(\theta - 38)] + 4767 * 2[\sin 2(\theta - 38)] \quad (12)$$

مدل ناهمسان گوسی:

## جدول ۲- بررسی مثبت معین بودن مدل‌های زمین آماری

## تخمین هدایت هیدرولیکی

Primary Variate Variogram	Covariate Variogram	Cross Variogram	C
Spherical	Gaussian	Spherical	0.04
Spherical	Gaussian	Exponential	0.035
Spherical	Gaussian	Gaussian	0.009

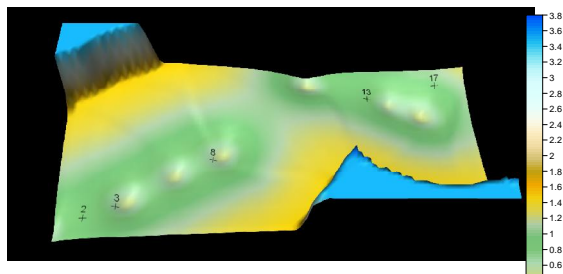
پس از تعیین مدل‌هایی که می‌توان در مدل‌سازی استفاده نمود. مدل مناسب با بهره‌گیری از روش صحت‌سنجی مقطعی انتخاب گردید. نتایج حاصل از محاسبات در جدول (۳)، نشان داده شده‌اند.

## جدول ۳- بررسی اعتبار مدل‌های زمین آماری تخمین هدایت

## هیدرولیکی

Primary Variate Variogram	Covariate Variogram	Cross Variogram	CE	RMSE (cm/s)
Spherical	Gaussian	Spherical	0.66	742E-05
Spherical	Gaussian	Exponential	0.54	184E-05
Spherical	Gaussian	Gaussian	0.54	196E-05

روش‌های کریجینگ و کوکریجینگ دو مزیت مهم نسبت به سایر روش‌های تخمین دارند، اولاً در نقاطی که مقدار متغیر معلوم است، مقدار دقیق برای متغیر تخمین زده می‌شود و ثانیاً برای هر مقدار تخمین زده شده می‌توان واریانس تخمین را نیز محاسبه کرد که این امر در آرایش و انتخاب محل‌های نمونه برداری مهم خواهد بود [۱۷]. این ویژگی موجب می‌گردد که در مرحله تخمین بتوان از میزان صحت تخمین آگاهی حاصل نمود. واریانس تخمین در محدوده مترو در اشکال (۴) و (۵)، نشان داده شده است.



شکل ۴- واریانس کریجینگ هدایت هیدرولیکی در محدوده

مترو

در بررسی واریوگرام متقابل سه مدل کروی، نمایی و گوسی به صورت زیر مورد بررسی قرار گرفتند.

مدل ناهمسان کروی:

$$\gamma_h = 0.0001 + 0.0409 * [1.5 * (\frac{h}{A}) - 0.5 * (\frac{h}{A})]$$

$$A = 10991 * 2[\cos 2(\theta - 35)] + 5999 * 2[\sin 2(\theta - 35)] \quad (15)$$

مدل ناهمسان نمایی:

$$\gamma_h = 0.0001 + 0.069 [1 - \exp(-\frac{h}{A})]$$

$$A = 10751 * 2[\cos 2(\theta - 35)] + 5999 * 2[\sin 2(\theta - 35)] \quad (16)$$

مدل ناهمسان گوسی:

$$\gamma_h = 0.001 + 0.2252 [1 - \exp(-(\frac{h}{A})^2)]$$

$$A = 6111 * 2[\cos 2(\theta - 35)] + 2756 * 2[\sin 2(\theta - 35)] \quad (17)$$

که نکته مهم در برآورد بروش کوکریجینگ این است که اگر واریوگرام‌های انتخابی مناسب نباشند، ماتریس تعیین ضرایب برای تخمین پارامتر اصلی معکوس‌ناپذیر بوده و مسئله جواب نخواهد داشت. برای گریز از این مشکل لازم است که ماتریس ضرایب مدل‌های تعیین شده مثبت و معین باشند [۲۴].

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} > 0 \quad (18)$$

در رابطه فوق:

 $C_{11}$ : مقدار سیل در واریوگرام متغیر اصلی، $C_{22}$ : مقدار سیل در واریوگرام متغیر ثانوی و $C_{12} = C_{21}$ : مقدار سیل در واریوگرام متقابل می‌باشد.

برای بررسی شرط مثبت معین بودن مدل‌های منتخب، در جدول (۲)، برای کلیه حالات موجود دترمینان ماتریس ضرایب محاسبه گشته است که بیانگر مثبت معین بودن مدل‌های منتخب است.

کوکریجینگ کمتر از روش کریجینگ می‌باشد که این امر در اکثر بررسی‌های صورت گرفته در زمینه این دو روش تصدیق شده است [۲۵].

#### ۶- نتیجه گیری و پیشنهادات

در این مقاله از زمین آمار برای تخمین هدایت هیدرولیکی در محدوده مترو استفاده شد. مقایسه مدل‌ها، بیانگر دقت بالاتر مدل کروی بود. نتایج حاصله از مدل‌سازی‌ها بیانگر این واقعیت بود که در انتخاب مدل نمی‌توان به واریوگرام بسنده نمود و در انتخاب مدل باید نتایج حاصل از صحت مقطعی مد نظر قرار داده شود. در این مرحله نیز از کریجینگ و کوکریجینگ برای تخمین استفاده شد که نتایج بیانگر مقبولیت مدل کوکریجینگ در مقایسه با مدل کریجینگ بود.

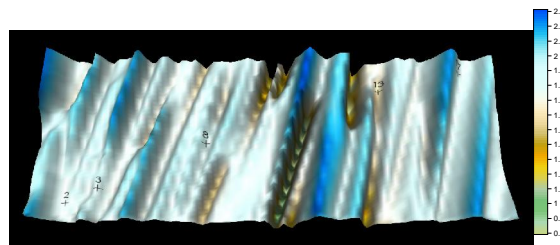
زمین آمار یک راه حل نیست بلکه یک ابزار است و نمی‌تواند جایگزین قضاوت صحیح و حرفه‌ای گردد، بلکه نیازمند استفاده از این مهارت‌ها می‌باشد. می‌توان بیان نمود که اگر مهندسی ژئوتکنیک قادر به درک کامل قدرت روش و مفاهیم و ابزارهای آن باشد می‌تواند از مزایای بی‌شمار این روش استفاده نماید.

با توجه به تأثیرپذیری نفوذپذیری خاک از موارد متعددی مانند دانه‌بندی، حدود اتربرگ پیشنهاد می‌شود هر کدام از این پارامترها به عنوان متغیر فرعی در تخمین استفاده گردند. یکی از ایرادات وارده به زمین آمار این نکته است که بیشتر مراحل توسط فردی که از این ابزار استفاده می‌نماید کنترل می‌شود و اشتباهات فردی ممکن است موجب بروز خطاهای فاحش گردد و مدل‌سازی بهینه نباشد. برای رفع این مشکل می‌توان از روش‌های بهینه‌سازی مانند الگوریتم ژنتیک در مدل‌سازی استفاده نمود.

با توجه به کمبود اطلاعات در این مقاله کل مسیر مترو به صورت یکپارچه مدل‌سازی شد. نحوه قرارگیری گمانه‌ها در مدل‌سازی و انتخاب محور ناهمسانی بسیار مهم می‌باشد. با توجه به این که مسیر مترو تبریز از ایستگاه (۱۱)، تغییر راستا دارد پیشنهاد می‌شود با استفاده از اطلاعات گمانه‌های جدید منطقه مورد بررسی به صورت دو بخش مجزا مورد مطالعه قرار گیرد.

#### ۷- مراجع

- [1] Roc-science, "Geostatistics in Geotechnical a Fad or an Empowering Approach", 2003, <http://www.Rocscience.com>.



شکل ۵- واریانس حاصل از کوکریجینگ هدایت هیدرولیکی در محدوده مترو تبریز

تخمین به روش کریجینگ یک تخمینگر با خاصیت نرم‌کنندگی است و تغییرات موجود در منطقه به صورت خطی مدل‌سازی می‌گردند و با فاصله گرفتن از مکان گمانه‌های استفاده شده در مدل‌سازی، مقادیر تخمین زده شده به مقدار میانگین تخمین در کل منطقه مورد بررسی نزدیک‌تر می‌گردد [۲۴] و نمودار حاصل از واریانس تخمین کریجینگ تغییرات کمی را در فواصل مختلف نشان می‌دهد. در تخمین کوکریجینگ این مشکل در مقایسه با کریجینگ کمتر است. به این دلیل نمودارهای حاصل از واریانس تخمین کوکریجینگ دارای تغییرات بیشتری نسبت به کریجینگ است. با توجه به اشکال (۴) و (۵)، واریانس تخمین محاسبه شده از روش کوکریجینگ در مقایسه با روش کریجینگ مقادیر بیشتری را دارا می‌باشد که علت آن را می‌توان در بکارگیری پارامترها و واریوگرام‌های متفاوت جستجو کرد و می‌توان بیان داشت که در بررسی واریانس تخمین نمی‌توان دو روش کریجینگ و کوکریجینگ را با یکدیگر مقایسه نمود. در نمودار واریانس تخمین کریجینگ همان گونه که در شکل (۴) مشهود می‌باشد، تخمین در نقاطی که در مسیر مترو قرار دارند کمترین واریانس را خواهد داشت؛ ولی در نمودار واریانس تخمین کوکریجینگ به علت استفاده از پارامتر کمکی محدوده بزرگتری دارای واریانس پایین‌تری است. به منظور مقایسه کارایی تخمین به روش کریجینگ و کوکریجینگ از اطلاعات مربوط به گمانه‌هایی که در مدل‌سازی مورد استفاده نگرفته بودند ۲، ۳، ۸، ۱۳، ۱۷، بهره‌گرفته شد. مقادیر RMSE و CE محاسبه شده توسط روش کریجینگ به ترتیب  $0.00022$  (cm/s) و  $0.52$  و توسط روش کوکریجینگ  $0.00013$  (cm/s) و  $0.96$  بود که بیانگر مناسب بودن تخمین چند پارامتری کوکریجینگ در تخمین هدایت هیدرولیکی است.

روش کوکریجینگ هرچند که ممکن است در بعضی نقاط میزان خطای بیشتری نسبت به روش کریجینگ ارائه کند، ولی در حالت کلی و در مجموع خطاهای تخمینی برای روش



- [12] The ASCE Task committee on Geostatistical Techniques in Geohydrology of the Ground Water Hydrology Committee of the ASCE Hydraulics Division, "Review of Geostatistics in Geohydrology: Basic Concepts", Journal of Hydraulic Engineering, 1990, 116 (5), 612-632.
- [13] The ASCE Task committee on Geostatistical Techniques in Geohydrology of the Ground Water Hydrology Committee of the ASCE Hydraulics Division, "Review of Geostatistics in Geohydrology: Applications", Journal Hydraulic Engineering, 1990, 116 (5), 633-658.
- [14] Nowak, W., Cirpka, O. A., "Geostatistical inference of Hydraulic Conductivity and Dispersivities from Hydraulic Heads and Tracer Data", Water Resources Research, 2006, 42 (8), W08416, doi: 10.1029/2005WR004832.
- [۱۵] سازمان قطار شهری تبریز، "گزارش‌های مطالعات ژئوتکنیک متروی تبریز"، ۱۳۸۲.
- [16] Jane, C. B. Rushton, K. R., "The Reliability of Packer Tests for Estimating the Hydraulic Conductivity of Aquifers", Quarterly Journal Engineering Geology & Hydrogeology, 1984, 17, 81-91
- [۱۷] حسنی پاک، ع. ا. "زمین آمار"، انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۷۷.
- [18] ASTM Standard: D 5922-96, "Standard Guide for Analysis of Spatial Variation in Geostatistical Site Investigation".
- [19] Gamma Design Software, "GS+ geostatistics for the Environmental Science", <http://www.gamma-design.com>.
- [20] Rouhani, S., "Geostatistical Estimation: Kriging", Geostatistics for Environmental and Geotechnical Applications, ASTM STP 1996, 1283, 20-31.
- [21] Deutsch, C. V., Journel, A. G., "GSLIB Geostatistical Software Library and User's Guide", Oxford University Press, New York, 1992.
- [22] Isaak, E. H. and Srivastava, R. M., "Applied Geostatistics", Oxford University Press, 1989.
- [23] Nourani, V., Mogaddam, A. A., Nadiri, A., "An ANN-based Model for Spatiotemporal Groundwater Level Forecasting", Hydrological Processes, 2008, 22 (26), 5054-5066.
- [24] Wackernagel, H., "Multivariate Geostatistics", Springer, 1998.
- [2] Parsons, R. L., Frost, J. D., "Evaluation Site Investigation Quality Using GIS and Geostatistics", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering 2002, 128 (6), 451-461.
- [3] Srivastava, R. M., Rouhani, Sh., Cromer, M. V., Desbarats, A. J., A. I., "Geostatistics for Environmental and Geotechnical Applications: a Technology Transferred Geostatistics for Environmental and Geotechnical Applications", ASTM STP 1996, 1283, 3-12.
- [4] Rouhani, S., Hall, T. J., "Geostatistical Schemes for Ground Water Sampling", Journal of Hydrology, 1988, 103, 85-102.
- [5] Hoeksema, R. J., Clapp, R. B., Thomas, A. L., Hunley, A. E., Farrow, N. D., Dearstone, K. C., "Cokriging Model for Estimation of Water Table Elevation", Water Resources Research, 1989, 25 (3), 429-438.
- [6] Desbarats, A. J., Longan, C. E., Hinton, M. J. Sharpe, D. R., "On the Kriging of Water Table Elevations Using Collateral Information from a Digital Elevation Model", Journal of Hydrology, 2001, 255, 25-38.
- [7] Ahmed, S., Marsily, G., "Comparison of Geostatistical Methods for Estimating Transmissivity Using Data on Transmissivity and Specific Capacity", Water Resources Research, 1987, 23 (9), 1717-1737.
- [8] Cromer, M. V., Rautman, C. A., Zelinski, W. P., "Geostatistical Simulation of Rock Quality Designation (RQD) to Support Facilities Design at Yucca Mountain, Nevada. Geostatistics for Environmental and Geotechnical Applications", ASTM STP 1996, 1283, 218-235.
- [9] Johnson, R. L., "A Bayesian/Geostatistical Approach to the Design of Adaptive Sampling Programs. Geostatistics for Environmental and Geotechnical Applications", ASTM STP 1996, 1283, 102-116.
- [10] Ortuani, B., "A Geostatistical Approach to an Inverse Problem: Identification of Geometry and Estimate of Equivalent Conductivities for Highly Heterogeneous Porous Media with the Differential System Method", Advances in Water Resources, 2007, 30, 772-793.
- [11] Tsai, Y. C., Frost, J. D., "Using Geographic Information System and Knowledge Base System Technology for Real-Time Planning of Site Characterization Activities", Canadian Geotechnical Journal, 1999, 36, 300-312.

تبریز"، تحقیقات منابع آب ایران، ۱۳۸۴، ۱ (۲)،  
۵-۱۵.

[۲۵] نورانی، و.، طالب بیدختی، ن.، عابدینی، م. ج.،  
رخشنده‌رو، غ. ر.، "تخمین بار رسوبی معلق با  
استفاده از زمین آمار، مطالعه موردی تلخه‌رود