

کنترل فعال سازه‌های مجهز به میراگر جرمی فعال با استفاده از توابع BPF

امیر یونس پور^۱ و حسین غفارزاده^{۲*}^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی زلزله، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز^۲ استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

چکیده

ایمنی و کارایی سازه‌ها تحت اثر پدیده‌های طبیعی همچون زلزله‌های شدید همواره از دغدغه‌های اساسی در طراحی سازه‌ها بوده‌اند. اخیراً گسترش کنترل سازه‌ها به صورت غیر فعال، نیمه فعال و فعال مورد توجه ویژه‌ای قرار گرفته است. میراگر جرمی فعال یکی از ابزارهای کنترلی فعال می‌باشد. اساس کار این سیستم همانند سیستم کنترل غیر فعال با میراگر جرمی تنظیم شده می‌باشد؛ با این تفاوت که یک عملگر فعال و یا یک محرک بر سیستم غیر فعال اضافه می‌شود. توابع BPF توابع ویژه‌ای هستند که در مسائل انتگرالی و دیفرانسیلی به دلیل تعاریف صریح و فرمول‌بندی ساده آن دارای مزیت‌های زیادی هستند. در این مقاله با بهره‌گیری از مزیت‌های توابع BPF نظیر تعریف ساده آن‌ها که باعث تقریب ساده مسائل پیچیده می‌شود، در کنترل فعال سازه مجهز به میراگر جرمی فعال راه حلی ارائه شده است. پس از فرمول‌بندی مسأله کنترل با استفاده از این توابع با مدل‌سازی یک سازه ۱۰ طبقه، دقت روش پیشنهادی مبتنی بر توابع BPF با نتایج حاصل از روش LQR مقایسه شده است. نتایج حاکی از آن هستند که با کاهش هزینه محاسباتی روش پیشنهادی از دقت بالایی برخوردار می‌باشد.

واژگان کلیدی: کنترل فعال، میراگر جرمی فعال، پاسخ لرزه‌ای، توابع BPF.

۱- مقدمه

سیستمی است که با سازگاری بالا توانایی محافظت از سازه در برابر لرزش‌ها و خرابی‌های ناشی از زلزله را زمانی که در پاسخ سازه چند مود سازه‌ای نقش تعیین کننده دارند، داشته باشد. از این رو سیستم کنترل فعال برای رفع این نیاز مطرح شد. سازه‌های هوشمندی که از این سیستم استفاده می‌کنند، با نیاز به یک منبع انرژی زیاد نیروهای کنترلی لازم را برای اعمال به سازه به منظور کاهش پاسخ آن تولید می‌کنند. سیستم کنترل فعال معمولاً بدین صورت طراحی می‌شود که با حداقل افزایش سختی در سازه، میرایی سازه را افزایش دهد. در سیستم کنترل فعال اگر حسگرها و محرک‌ها به طور منظم با همدیگر کار کنند، یک سیستم کاملاً سازگار با رفتار سازه و نیروهای خارجی وارد بر آن، به حساب خواهد آمد. ابزارهای محرک براساس میزان انرژی ورودی که توسط حسگرها تعیین می‌شود، نیروهای کنترلی را برای کاهش پاسخ لرزه‌ای تولید و به سازه در طبقات مختلف اعمال می‌کنند [۱].

الگوریتم‌های کنترل زیادی وجود دارند که به دو دسته الگوریتم‌های کلاسیک تحلیلی مانند تنظیم کننده خطی درجه دو LQR، تنظیم کننده گوسین خطی، LQG و Clipped control و الگوریتم‌های هوشمند مانند فازی

در طراحی سازه‌های مهندسی، کاهش اثرات ناشی از بلایای طبیعی مانند زلزله‌های شدید مورد توجه بسیاری قرار دارد. در سال‌های اخیر کنترل سازه‌ها به عنوان یکی از روش‌های مؤثر به منظور کاهش و جذب انرژی ناشی از زلزله و یا بهبود عملکرد سازه مطرح شده است. مفهوم اصلی کنترل سازه‌ها این است که بدون استفاده از روش‌های متعارف مانند تقویت اعضای سازه‌ای و یا افزایش سختی جانبی سازه اثرات وارد بر سازه در اثر وقوع زلزله کاهش داده شود. تجربیات نشان داده‌اند که کنترل سازه‌ها از پتانسیل بالایی برای محافظت از سازه و تجهیزات داخلی آن، در برابر زلزله دارا می‌باشد. مبحث کنترل سازه‌ها در قالب سه روش کنترل غیر فعال، کنترل نیمه فعال و کنترل فعال طبقه می‌شود. کنترل غیر فعال دارای یک مکانیسم ساده است و ساخت و اجرای آن بسیار آسان می‌باشد. اما این سیستم سازگاری کافی در برابر تغییرات تحریک خارجی را نداشته و از انرژی خارجی برق برای تشخیص تحریک و پاسخ در مقابل آن استفاده نمی‌کند. میراگرهای سیستم کنترل نیمه فعال در مقایسه با میراگرهای سیستم کنترل غیر فعال از سازگاری بالایی برخوردار هستند، اما این میراگرها بر اساس حداکثر ظرفیتی که برای آن‌ها تعیین شده می‌توانند عمل کنند. بنابر این نیاز به

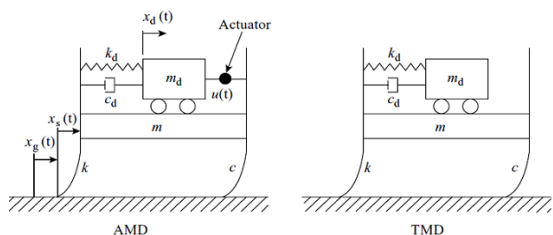
مدل‌سازی یک قاب برشی ۱۰ طبقه مجهز به AMD مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس نتایج حاصل از این روش با نتایج حاصل از روش LQR مقایسه می‌شوند.

۲- میراگر جرمی فعال

میراگر جرمی فعال همان میراگر جرمی تنظیم شده (TMD) در سیستم کنترل غیر فعال می‌باشد که دارای مکانیسم کنترل فعال می‌باشد. به عنوان یک اشاره می‌توان گفت که TMD تنها زمانی در کاهش پاسخ سازه مؤثر است که مود اول سازه مود تعیین کننده در پاسخ سازه باشد. توسعه و ایجاد AMD به این دلیل بوده است که بتوان پاسخ لرزه‌ای سازه در برابر زلزله‌های با فرکانس مختلف را کاهش داد. انتظار می‌رود که سازه‌ی مجهز به AMD عملکرد بهتری در مقابل زلزله نسبت به سازه مجهز به میراگر جرمی تنظیم شده داشته باشد. تفاوت اساسی میراگر جرمی فعال با میراگر جرمی غیر فعال TMD همان طور که در شکل (۱) مشاهده می‌شود، این است که AMD دارای یک محرک^۱ می‌باشد. این محرک باعث بهبود عملکرد سیستم کنترل نسبت به سازه اولیه مجهز به TMD می‌شود. در دید کلی AMD یک مزیت اقتصادی ویژه دارد. به طوری که نسبت به دیگر ابزارهای کنترل فعال نیاز به محرک‌های کوچک‌تری داشته و نیروهای کنترل کم‌تری نیاز دارد. در ضمن، به عنوان یک مزیت فنی نیز محرک موجود در این میراگر نیرو را به جرم موجود در آن اعمال می‌کند. این در حالی است که در دیگر ابزارهای کنترل فعال، محرک‌ها نیرو را به طور مستقیم به سازه اعمال می‌کنند.

۳- توابع BPF

توابع BPF برای تحلیل و شبیه‌سازی سیستم‌های دینامیکی شناخته شده‌اند. Riad در سال ۱۹۹۵ نشان داد که استفاده از توابع BPF به جای توابع Walsh در سیستم‌های کنترل با کاهش قابل ملاحظه محاسبات همراه است [۱۰].



شکل ۱- میراگرهای جرمی فعال و تنظیم شده

(FLC)، ژنتیک-فازی (GFLC) و عصبی-فازی (ANFIS) تقسیم‌بندی می‌شوند. هدف الگوریتم‌های کنترل فعال تعیین نیروی کنترل بهینه برای کاهش پاسخ سازه در برابر بارهای دینامیکی می‌باشد.

Pourzeynali و همکاران [۲] برای بهینه کردن پارامترهای مختلف میراگر جرمی تنظیم شونده فعال، از ترکیب الگوریتم ژنتیک و منطق فازی (GFLC) استفاده کرده‌اند تا نتیجه بهتری برای کاهش پاسخ سازه در برابر تحریک زلزله حاصل شود. Choi و همکاران [۳] روش کنترل فعال مودال-فازی را با استفاده از محرک‌های هیدرولیکی برای کاهش پاسخ سازه در برابر زلزله ارائه کردند. در این مطالعه یک کنترلر فازی در فضای مودال برای تولید نیروی کنترل لازم طراحی شده است. این سیستم تمام مزایای الگوریتم کنترل فازی و مودال را دارا می‌باشد. در روش پیشنهاد شده با توجه به این که انتخاب متغیرهای ورودی برای استفاده در کنترلر فازی با در نظر گرفتن تمام اطلاعات مربوط به متغیرهای حالت در کنترل فازی فعال مشکل است، از خواص روش مودال استفاده شده است تا تنها با در نظر گرفتن چند مود اول سازه، اطلاعات مربوط به کل متغیرهای حالت، برای سیستم مورد نظر، به دست آید.

در اوایل دهه ۱۹۸۰ میلادی، میراگر جرمی فعال برای کاهش پاسخ لرزه‌ای سازه‌ها مطرح شد. Dyke و Spencer [۴]، گزارشی درباره پیشرفت‌های حاصل شده در زمینه کابل‌های فعال و میراگر جرمی فعال ارائه کرده‌اند. Nishimura و همکاران [۶] و Soong و Chang [۷] نیز این میراگر را به صورت تحلیلی مورد مطالعه قرار دادند. همچنین Soong [۸] مطالعه تجربی به ویژه آزمایش میز لرزان را برای این میراگر انجام داد.

در ۳۰ سال اخیر، توابع BPF به عنوان پایه تحقیقات در برخی از حوزه‌های ریاضیات کاربردی مورد مطالعه قرار گرفته است. تمام این تحقیقات نشان داده است که توابع BPF در مسائل انتگرالی و دیفرانسیلی به دلیل تعاریف واضح و فرمول-بندی ساده آن دارای مزایای روشن و معلوم می‌باشند. همچنین این توابع با توجه به کاهش حجم محاسبات و دقت نتایج حاصل از پتانسیل بالایی برای ارائه روش‌های عددی دقیق برخوردار هستند [۹].

در این مقاله، مدل‌سازی میراگر جرمی فعال و معرفی توابع BPF و فرمول‌بندی این توابع در کنترل سازه‌ها و روش پیشنهادی تحلیلی برای محاسبه پارامترهای فضای حالت و ماتریس بهره با استفاده از توابع BPF ارائه می‌شود. پس از ارائه روش پیشنهادی قابلیت کاربرد روش در کنترل فعال سازه‌ها با

کاهش پاسخ سازه‌ها در برابر زلزله قابل اعتمادتر هستند. اما این روش‌ها زمان‌بر بوده و حجم محاسبات در آن‌ها زیاد می‌باشد. برای کاهش هزینه محاسبات استفاده از تقریب مسأله کنترل با استفاده از توابع گسسته BPF می‌تواند بسیار مفید باشد. در روش پیشنهادی از فرمول‌بندی توابع BPF برای کاهش حجم محاسبات بهره گرفته شده است.

این نکته را هم می‌بایست در نظر گرفت که برای تحلیل سیستم‌های کنترل خطی یا غیر خطی که تعداد زیادی ورودی و خروجی دارند و یا نسبت به زمان متغیر هستند، تئوری‌های مرسوم کنترل کارایی و دقت خود را از دست می‌دهند و باید از تئوری‌های نوین کنترل استفاده کرد. بنابر این فرمول‌بندی مسأله کنترل با استفاده از توابع BPF برای تعیین پارامترهای فضای حالت می‌تواند مفید واقع شود.

برای طراحی یک الگوریتم کنترل، معادله حرکت برای سازه کنترل شده با AMD به صورت معادله (۶) می‌باشد.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = [\gamma]\{u(t)\} + \{\delta\}\ddot{x}_g \quad (6)$$

که در آن $[M]$ ، $[K]$ و $[C]$ به ترتیب ماتریس جرم، سختی و میرایی سازه می‌باشند. بردار $n \times 1$ تغییر مکان طبقات و $\{u(t)\}$ بردار نیروهای کنترلی است که در میراگر جرمی فعال بردار نیست بلکه یک عدد است. $[\gamma]$ ماتریس $n \times 1$ موقعیت میراگر و $\{\delta\}$ بردار $n \times 1$ ضریب شتاب زلزله \ddot{x}_g زمین می‌باشد. n نمایان‌گر تعداد طبقات سازه است. می‌توان این معادله را به شکل معادلات فضای حالت نیز نشان داد.

$$\{\dot{Z}\} = [A]\{Z\} + [B_u]\{u\} + [B_r]\ddot{x}_g \quad (7)$$

به ترتیب ماتریس حالت، ماتریس $[B_r]$ و $[B_u]$ ، $[A]$ که در آن ورودی و بردار تأثیر زمین لرزه می‌باشند. همچنین:

$$\{Z(t)\} = \begin{Bmatrix} \{x(t)\} \\ \{\dot{x}(t)\} \end{Bmatrix}$$

با توجه به معادلات مشاهده می‌شود که n معادله و $n+1$ مجهول وجود دارد. برای ایجاد معادلات لازم جهت به دست

یک تابع BPF در یک بازه زمانی $(0,1)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varphi_i(t) = \begin{cases} 1 & \frac{i}{m} \leq t \leq \frac{i+1}{m} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

که در آن $i=0,1,2,\dots,m-1$ و m یک عدد مثبت است. همچنین φ_i ، i امین تابع BPF است [۱۱].

به منظور آشنایی بیشتر با توابع BPF خواص مهم این توابع مورد بررسی قرار می‌گیرند. با استفاده از تعریف این توابع که در معادله (۲) ارائه شده است، می‌توان ناپیوسته بودن توابع BPF را به صورت زیر نشان داد:

$$\varphi_i(t)\varphi_j(t) = \begin{cases} \varphi_i(t) & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (2)$$

خاصیت دیگر توابع BPF تعامد آن‌ها می‌باشد که با استفاده از معادله (۳) بیان می‌شود.

$$\int_0^1 \varphi_i(t)\varphi_j(t)dt = h\delta_{ij} \quad (3)$$

که در آن δ_{ij} تابع دلتای کرونکر^۱ و $h=1/m$ می‌باشد. خاصیت کامل بودن این توابع نیز برای هر تابع $f \in L^2([0,1])$ به صورت معادله (۴) قابل بیان است.

$$\int_0^1 f^2(t)dt = \sum_{i=0}^{\infty} f_i^2(t) \|\varphi_i(t)\|^2 \quad (4)$$

که در آن f_i از معادله (۵) قابل محاسبه است.

$$f_i = \frac{1}{h} \int_0^1 f(t)\varphi_i(t)dt \quad (5)$$

۴- روش پیشنهادی

در کنترل سازه‌ها، تعیین نیروهای کنترل توسط الگوریتم‌های مختلفی همچون روش LQR، LQG و روش‌های دیگر صورت می‌گیرد. روش‌های تحلیلی تعیین نیروهای کنترل برای

آوردن تمام مجهولات از قانون پسخور^۱ استفاده می‌شود. قانون پسخور می‌تواند به صورت معادله (۸) بیان شود.

$$\{u(t)\}_{1 \times l} = -[G]_{1 \times 2n} \{Z(t)\}_{2n \times 1} \quad (۸)$$

که در آن $[G]$ ماتریس بهره می‌باشد.

با استفاده از این قانون، معادله (۶) به صورت تحلیلی قابل حل خواهد بود. برای طراحی یک سیستم کنترل بهینه، قوانین کنترل می‌بایست هدف کنترل که افزایش میزان کاهش پاسخ سازه‌ای با مصرف انرژی کنترل یا نیروی کنترل کمتر می‌باشد را تأمین نمایند. کاهش هر چه بیشتر پاسخ نیازمند نیروی کنترلی زیاد خواهد بود. بنابر این بین این دو موضوع بایستی تعادل برقرار شود. شاخص عملکرد بدین منظور به کار می‌رود. یک سیستم کنترل زمانی بهینه می‌باشد که مشخصه‌های سیستم به گونه‌ای انتخاب شوند که مقدار شاخص عملکرد حداقل یا حداکثر باشد. با در نظر گرفتن مسأله کنترل بهینه برای یک بازه زمانی در یک سیستم خطی، شاخص عملکرد در یک بازه زمانی محدود به صورت معادله (۹) می‌باشد.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T (\{Z^T(t)\} [Q] \{Z(t)\} + u^T(t) [r] u(t)) dt \quad (۹)$$

که در آن $[Q]$ ماتریس ثابت نیمه مثبت معین پاسخ سازه و $[r]$ ماتریس مثبت معین نیروی کنترل هستند که در این مقاله به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند.

$$Q = [I]_{2n \times 2n}, r = 10^{-12} [I]_{n \times n}$$

در این مسأله قانون پسخور کنترل بهینه به صورت معادله (۱۰) بیان می‌شود [۱۲].

$$G(t) = r^{-1} B_u^T P(t) \quad (۱۰)$$

که ماتریس متغیر $P(t)$ معادله (۱۱) را ارضا می‌کند.

$$\begin{pmatrix} \dot{Z}(t) \\ \dot{P}(t) \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} Z(t) \\ P(t) \end{pmatrix} \quad (۱۱)$$

ماتریس ضرایب F به این صورت تعریف می‌شود:

$$F = \begin{bmatrix} A & B_u R^{-1} B_u^T \\ Q & -A^T \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

برای این که ماتریس متغیر $P(t)$ از حل معادله دیفرانسیلی محاسبه نشود، یک ماتریس انتقال $2n \times 2n$ به صورت معادله (۱۳) تعریف می‌شود.

$$\psi(T, t) = \begin{bmatrix} \psi_{11}(T, t) & \psi_{12}(T, t) \\ \psi_{21}(T, t) & \psi_{22}(T, t) \end{bmatrix} \quad (۱۳)$$

که در آن $\psi_{11}(T, t)$ ، $\psi_{12}(T, t)$ ، $\psi_{21}(T, t)$ و $\psi_{22}(T, t)$ ماتریس‌های $n \times n$ هستند. در شرایط مرزی دو نقطه-ای $Z(0) = Z_0$ و $P(t) = 0$. با در نظر گرفتن معادله (۱۳) داریم:

$$\psi(T, t) \begin{bmatrix} Z(t) \\ P(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z(T) \\ P(T) \end{bmatrix} \quad (۱۴)$$

اگر برای ارضا شدن شرایط کنترل بهینه، $P(T) = 0$ در نظر گرفته شود و

$$P(t) = -\psi_{22}^{-1}(T, t) \psi_{21}(T, t) Z(t) \quad (۱۵)$$

هدف اصلی به دست آوردن ماتریس بهره $[G]$ است. با اعمال خواص توابع BPF در این مسأله، زیرماتریس‌های تحلیلی برای به دست آوردن ماتریس بهره می‌توانند از معادله (۱۶) محاسبه شوند.

$$G(t) = \sum_{i=1}^m G_i(t) \varphi_i(t) \quad (۱۶)$$

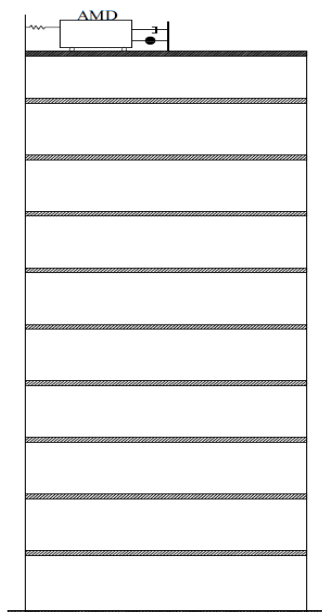
با استفاده از سری معادله (۱۷) نیز می‌توان ضرایب BPF ماتریس انتقال را به دست آورد.

$$\psi_{m-i} = \sum_{i=0}^m A^i \Gamma \varphi_i(t) \quad (۱۷)$$

که در آن:

جدول ۱- جرم و سختی سازه

سختی (کیلو نیوتن بر متر)	جرم (تن)	طبقه
۱۷۰۰۰۰	۱۰۵	۳-۱
۱۶۰۰۰۰	۹۵	۶-۴
۱۴۰۰۰۰	۹۰	۹-۷
۱۱۰۰۰۰	۸۵	۱۰



شکل ۲- سازه برشی ۱۰ طبقه مجهز به AMD

برای تعیین میزان تأثیر سیستم کنترل، ۳ شتاب‌نگاشت زمین‌لرزه انتخاب شد. این شتاب‌نگاشت‌ها مربوط هستند به زلزله‌های کوبه، نورتریج و لوما پیریتا که ویژگی‌های آن در جدول (۲) آورده شده‌اند.

برای تعیین صحت و میزان تأثیر روش ارائه شده، پاسخ تاریخیچه زمانی تغییر مکان طبقه پشت بام که تحت تأثیر زلزله‌های معرفی شده قرار گرفته است، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. شکل‌های (۳)، (۴) و (۵) به ترتیب پاسخ تاریخیچه زمانی تغییر مکان طبقه پشت بام برای حالت کنترل شده و کنترل نشده برای زلزله کوبه، نورتریج و لوما پیریتا به وسیله روش پیشنهادی و روش LQR را نشان می‌دهند. برای مثال حداکثر تغییر مکان کنترل نشده برابر ۷/۶۶ و کنترل شده با استفاده از روش پیشنهادی و روش LQR سازه، تحت اثر زلزله کوبه به ترتیب برابر ۳/۷۶ و ۳/۷۱ سانتی‌متر است که نشان می‌دهد روش پیشنهادی پاسخ سازه را حدود ۵۱ درصد و روش LQR حدود ۵۲ درصد کاهش داده است.

$$\Gamma = \left[I - \frac{h}{2} F \right]^{-1} \quad (18)$$

$$A = \Gamma \left[I + \frac{h}{2} F \right] \quad (19)$$

با استفاده از معادلات (۱۷)، (۱۸) و (۱۹) و جای‌گذاری آن‌ها در معادله (۱۶) می‌توان ماتریس بهره را با استفاده از معادله (۲۰) محاسبه کرد.

$$G(t) = r^{-1} B_u^T \psi_{22}^{-1}(T, t) \psi_{21}(T, t) \quad (20)$$

در نتیجه در صورت در دست بودن $\{Z(t)\}$ با استفاده از معادله (۸) می‌توان مجهول اضافی که همان نیروی کنترل است را به دست آورد.

۵- مثال عددی

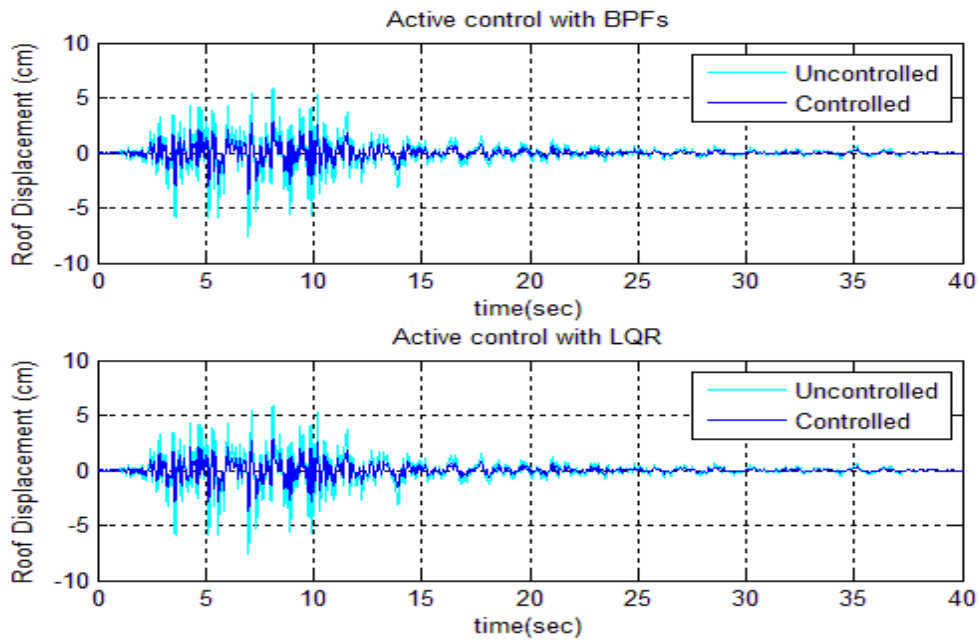
به منظور بررسی عملکرد روش پیشنهادی برای کاهش پاسخ لرزه‌ای سازه در هنگام وقوع زلزله، یک سازه ۱۰ طبقه مجهز به AMD مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. نتایج پاسخ سازه کنترل شده با روش پیشنهادی با نتایج حاصل از روش LQR نیز مقایسه می‌شود. برای این کار یک سازه ۱۰ طبقه مانند شکل (۲) که مجهز به یک AMD در طبقه فوقانی است مدل شد که مشخصات جرم و سختی سازه در جدول (۱) آورده شده است. ماتریس میرایی نیز با در نظر گرفتن فرکانس مودهای اول و دوم با استفاده از روش رایلی تشکیل شد. جرم AMD برابر ۵ درصد جرم کل سازه در نظر گرفته می‌شود و فرکانس جرم AMD با نسبت ۱/۲ فرکانس مود اول سازه تنظیم می‌شود. همچنین میرایی میراگر برابر ۵ درصد میرایی بحرانی فرض می‌شود.

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & m_{10} \\ 0 & \dots & 0 & m_d \end{bmatrix} \quad (21)$$

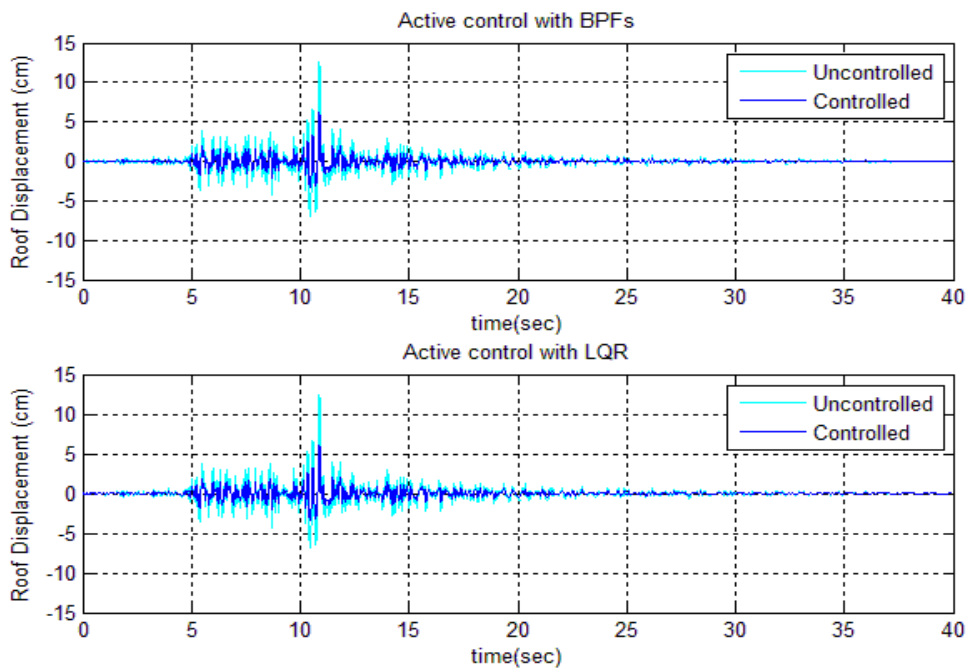
$$K = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & k_d \end{bmatrix} \quad (22)$$

جدول ۲- ویژگی‌های شتاب نگاشت‌ها

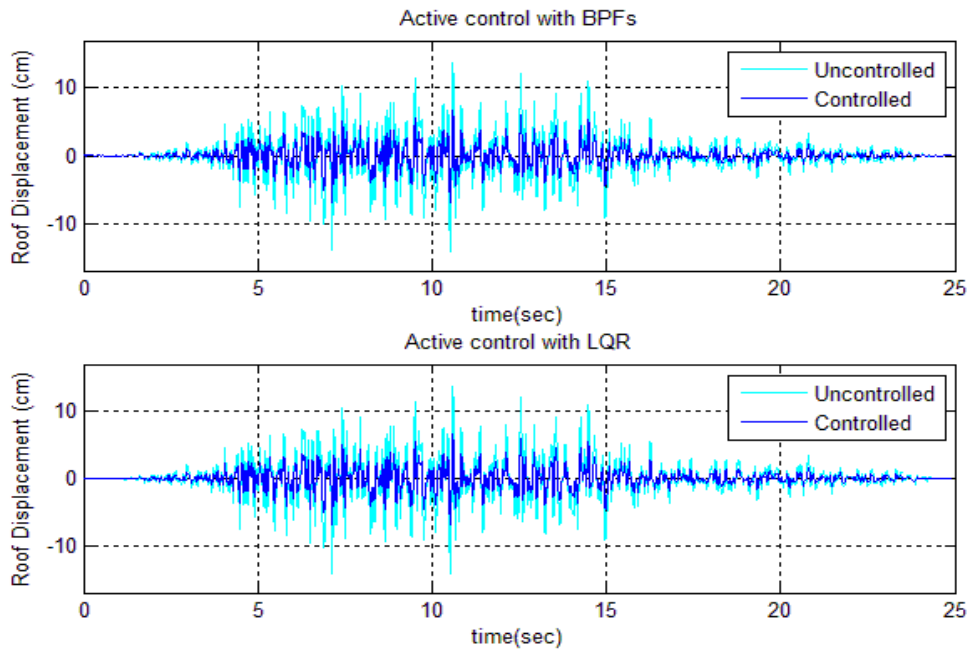
زلزله	ایستگاه	فاصله (کیلومتر)	PGA (g)	PGV(cm/s)	PGD(cm)
کوبه	Kakpgawa	۲۶/۴	۰/۳۴۵	۲۷/۶	۹/۶
نورتربچ	OBR090	۳۷/۹	۰/۵۶۳	۲۴/۵	۲/۸
لوما پیریتا	WAH090	۱۶/۹	۰/۶۳۸	۳۸	۵,۸۵



شکل ۳- پاسخ تغییر مکان بام سازه تحت اثر زلزله کوبه ($PGA=0.345g$) در حالت کنترل شده و کنترل نشده



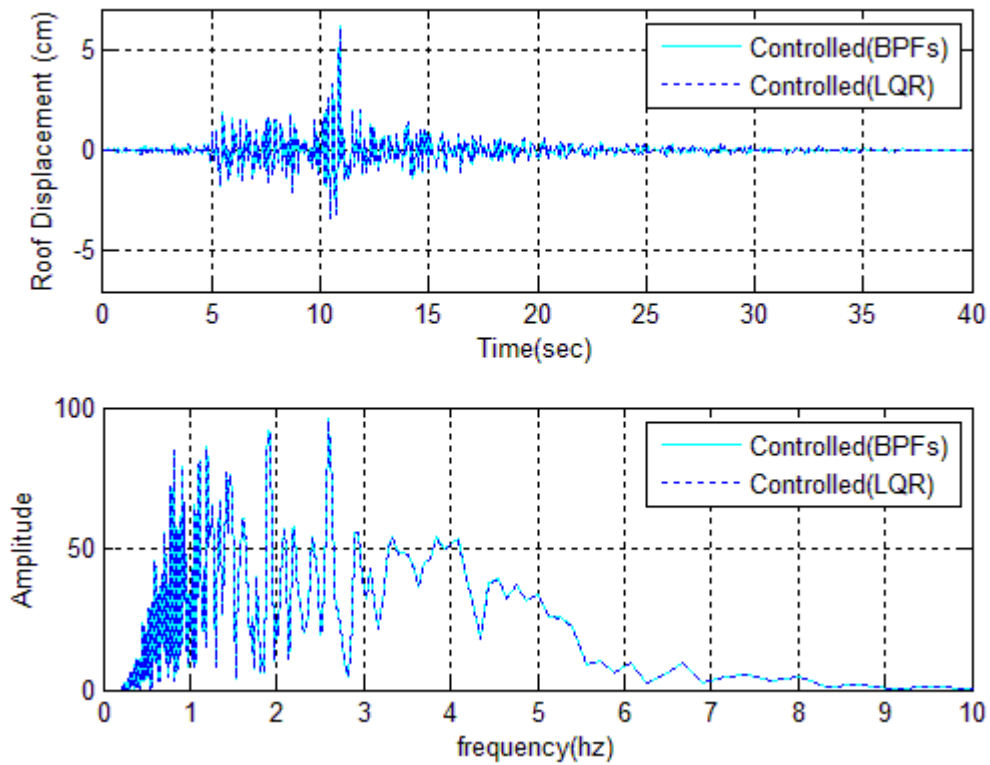
شکل ۴- پاسخ تغییر مکان بام سازه تحت اثر زلزله نورتربچ ($PGA=0.563g$) در حالت کنترل شده و کنترل نشده



شکل ۵- پاسخ تغییر مکان بام سازه تحت اثر زلزله لوما پیریتا ($PGA=0/328g$) در حالت کنترل شده و کنترل نشده

حاصل از هر دو روش در حوزه زمان و فرکانس از مطابقت خوبی برخوردار هستند.

در شکل (۶) برای نمونه، مقایسه‌ای بین نتایج کنترل شده حاصل از هر دو روش، برای زلزله نورتریج در حوزه زمان و فرکانس انجام شده است. این مقایسه نشان می‌دهد که نتایج



شکل ۶- مقایسه پاسخ کنترل شده در حوزه زمان و فرکانس برای زلزله نورتریج

- 1: Active Mass Driver System, and Part 2: Active Tendon System", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1998, 27 (11), 1127-1147.
- [6] Nishimura, I., Kobori, T., Sakamoto, M., Koshika, N., Sasaki, K., Ohri, S., "Active Tuned Mass Damper", *Smart Materials and Structures*, 1992, 1 (4), 306-311.
- [7] Chang, C. H., Soong, T. T., "Structural Control Using Active Tuned Mass Dampers", *Journal of Engineering Mechanics Division*, 1980, 108 (2), 1091-1098.
- [8] Soong, T. T., Spencer, B. F., "Supplemental Energy Dissipation: State-Of-The Art And State-of-The-Practice", *Engineering Structures*, 2002, 24, 243-259.
- [9] Jiang, Z. H., Schaufelberger, W., "Block Pulse Functions and Their Applications in Control Systems", Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1992, pp 169-202.
- [10] Riad, R., "Two-Dimensional Block Pulse Functions Series Solution of A System of First-Order Partial Differential Equations", *Science Section Computational*, 1995, 15, 9-21.
- [11] Wang, X. T. "Numerical Solutions of Optimal Control for Time Delay Systems by Hybrid of Block-Pulse Functions and Legendre Polynomials", *Journal of Applied Mathematics and Computation*, 2007, 184, 849-856.
- [12] Bryson, A. E., Ho, Y. C., "Applied Optimal Control", John Wiley & Sons, New York, 1975.
- [13] MathWorks, Inc., "MATLAB, version 8.0.0.7", U.S and International Patents, 2012.

۷- نتیجه گیری

هدف اصلی بهسازی و مهندسی زلزله، کمک به سازه برای تحمل بارهای دینامیکی مانند زلزله می باشد. برای این کار دو راهکار اصلی وجود دارد. راهکار اول این است که سختی سازه در برابر بارهای وارده با افزودن مهاربند یا دیوار برشی افزایش یابد تا پاسخ سازه از حد مجاز فراتر نرود. راهکار بعدی استفاده از سیستم های نوین و ابزار کنترل سازه می باشد. قابل اعتمادترین روش برای کنترل فعال سازه ها روش های تحلیلی هستند. توابع BPF از پتانسیل بالایی برای کاهش حجم محاسبات در مسائل دیفرانسیلی و انتگرالی برخوردار می باشند. در این مقاله، یک روش تحلیلی با استفاده از توابع BPF برای کنترل فعال سازه مجهز به AMD ارائه شد. نتایج نشان دادند که روش ارائه شده از دقت بالایی برخوردار است. سازه برشی تحت تأثیر زلزله های مختلف با PGA های متفاوت قرار گرفت. با بررسی پاسخ کنترل شده و کنترل نشده تغییر مکان طبقه پشت بام با روش پیشنهادی و LQR این نتیجه به دست آمد که نتایج حاصل از روش ارائه شده بر پایه توابع BPF بسیار نزدیک به نتایج حاصل از روش LQR بوده و با توجه به محاسبات سریع آن، می توان از آن به طور آسان تری در الگوریتم های کنترل سازه ها استفاده کرد.

۷- مراجع

- [1] Cheng, F. Y., Jiang, H., Lou, K., "Smart Structures Innovative Systems for Seismic Response Control", Taylor & Francis Group CRC press, London, 2008, pp 159-233.
- [2] Pourzeynali, S., Lavasani, H., Modarayi, A. H., "Active Control of High Rise Building Structures Using Fuzzy Logic and Genetic Algorithms", *Journal of Engineering Structures*, 2007, 29, 346-357.
- [3] Choi, K. M., Cho, S. W., Kim, D. O., Lee, I. W., "Active Control for Seismic Response Reduction using Modal-fuzzy Approach", *Journal of Solids and Structures*, 2005, 42, 4779-4794.
- [4] Dyke, S. J., Spencer, B. F., Quast, P., Sain, M. K., Kaspari, D. C., Soong, T. T., "Acceleration Feedback Control of MDOF Structures", *Journal of Engineering Mechanics*, 1996, 122 (9), 907-917.
- [5] Spencer, B. F., Dyke, S. J., Doeskar, H. S., "Benchmark Problem in Structural Control Part

EXTENDED ABSTRACT

Active Control of Structures Equipped By Active Mass Damper Using Block Pulse Functions

Amir Younespour , Hosein Ghaffarzadeh *

Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz 5166616471, Iran

Received: 18 January 2015; **Accepted:** 02 June 2015

Keywords:

Active control, Seismic response, Active mass damper, Block pulse functions

1. Introduction

Block pulse functions (BPFs) have been widely studied and used as a rudimentary set of functions for signal characterizations in controlled systems. The BPFs set proved to be the most fundamental and it enjoyed prolific popularity in different applications in the area of control systems. The present study aims at proposing an innovative active control methodology for active mass damper (AMD) that intends to minimize the computational expenses by using block pulse functions. An analytical approach to calculate feedback gain matrix by BPFs is presented. The feasibility and effectiveness of the proposed method is investigated by a numerical example. One effective way of designing a full state feedback is to use the LQR approach. The uncontrolled and controlled responses of structural system are obtained by proposed method and compared to LQR method.

2. Methodology

2.1. Block pulse function

A set of BPF on a unit time interval $[0, 1]$ is defined as [1]:

$$\varphi_i(t) = \begin{cases} 1 & \frac{i}{m} \leq t \leq \frac{i+1}{m} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

where $i=0,1,2,\dots,m-1$ with a positive integer value for m . Also, consider $h=1/m$, and φ_i is the i -th BPF.

BPFs possess disparate properties, the most salient characteristics are disjointness, orthogonality and completeness.

2.2. Block pulse functions formulation of control problem

The equations of motion for structural control purposes can be written in state space form as the follows [2]:

$$\{\dot{Z}\} = [A]\{Z\} + [B_u]\{u\} + \{B_r\}\ddot{x}_g \quad (2)$$

where matrix A is called plant matrix of the system; B_u and B_r are vector location matrix and excitation influence matrix; and $u(t)$ is the control force.

* Corresponding Author

E-mail addresses: younespour@tabrizu.ac.ir (Amir Younespour), ghaffar@tabrizu.ac.ir (Hosein Ghaffarzadeh).

Eq. (2) is not solvable due to the one additional unknown variable related to the control force. Consequently, we need one more equation to solve the active control problem. This one equation referred as the feedback control law makes Eq. (2) solvable. In control theory, the additional equation is written based on the feedback law as follow:

$$\{u(t)\}_{1 \times 1} = -[G]_{1 \times 2n} \{Z(t)\}_{2n \times 1} \quad (3)$$

where $G(t)$ is $1 \times 2(n+1)$ feedback gain matrix. Based on optimal control theory the control gain matrix is determined as:

$$G(t) = r^{-1} B_u^T P(t) \quad (4)$$

where the n-dimensional adjoint variable $P(t)$ satisfies the canonical equation:

$$\begin{pmatrix} \dot{Z}(t) \\ \dot{P}(t) \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} Z(t) \\ P(t) \end{pmatrix} \quad (5)$$

To find $P(t)$, we set the $2n$ -dimensional transition matrix of (6) as:

$$\psi(T, t) = \begin{bmatrix} \psi_{11}(T, t) & \psi_{12}(T, t) \\ \psi_{21}(T, t) & \psi_{22}(T, t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

where all the submatrices $\psi_{11}(T, t)$, $\psi_{12}(T, t)$, $\psi_{21}(T, t)$ and $\psi_{22}(T, t)$ are n-dimensional. Noticing that

$$\psi(T, t) \begin{bmatrix} Z(t) \\ P(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z(T) \\ P(T) \end{bmatrix} \quad (7)$$

and $P(T) = 0$, we have:

$$P(t) = \psi_{22}^{-1}(T, t) \psi_{21}(T, t) \quad (8)$$

The key point is to find gain matrix $G(t)$.

In applying block pulse functions in this problem, a suboptimal solution with piecewise constant feedback gains can be obtained [3]:

$$G(t) = \sum_{i=1}^m G_i(t) \varphi_i(t) \quad (9)$$

Since the block pulse coefficients of the transition matrix $\psi_i (i = 1, 2, \dots, m)$ can be computed iteratively from this series:

$$\psi_{m-i} = \sum_{i=0}^m \alpha^i \lambda \varphi_i(t) \quad (10)$$

and the matrices λ and α are:

$$\lambda = \left[I - \frac{h}{2} F \right]^{-1}, \quad \alpha = \lambda \left[I + \frac{h}{2} F \right] \quad (11)$$

3. Results and discussion

A 10-story shear building equipped with an AMD on top floor is considered. Three pairs of earthquake records related to different earthquakes have been used to evaluate the performance of the proposed analytical method in reducing the structural responses under earthquake loading. The results of the proposed method are compared with those of LQR method to verify the feasibility and effectiveness of described new active control scheme. As illustrated in Fig. 1, this comparison depicted that proposed method, in time and frequency domains, has good agreement with LQR method.

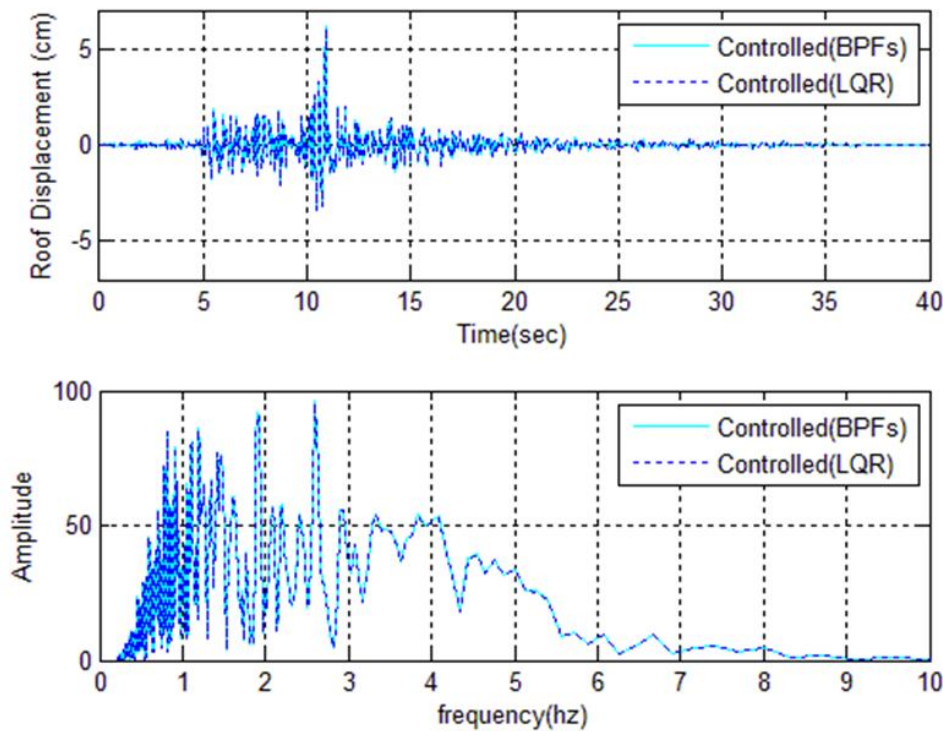


Fig. 1. Controlled response of Northridge earthquake in time and frequency domain

4. Conclusions

In this paper, an innovative analytical method based on BPFs for AMD was proposed and successfully verified through the time-history analyses of a 10-story model structure under various seismic motion records with different properties. Controlled and uncontrolled top floor displacement responses based on proposed method and LQR method were compared. Results showed that the proposed method has reasonable effect on dissipating the responses of the structure as satisfactorily as LQR control algorithm. The results of this investigation indicated the proposed method had acceptable accuracy with minor computational expenses.

5. References

- [1] Babolian, E., Masouri, Z., "Direct Method to Solve Volterra Integral Equation of The First Kind Using Operational Matrix With Block-Pulse Functions", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2008, 220, 51-57.
- [2] Cheng, F. Y., Jiang, H., Lou, K., "Smart Structures Innovative Systems for Seismic Response Control", Taylor & Francis Group CRC press, London, 2008, pp 159-233.
- [3] Jiang, Z. H., Schaufelberger, W., "Block Pulse Functions and Their Applications in Control Systems", Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1992, pp 169-202.