

تخمین ابعاد حفره آبشستگی تحت اثر جت قائم دایره‌ای مستغرق

بابک لشکرآرا^{۱*}، علی لشکرآرا^۲، منوچهر فتحی مقدم^۳

^۱ استادیار گروه مهندسی عمران دانشگاه صنعتی جندی شاپور

^۲ دانش‌آموخته دوره کارشناسی ارشد مهندسی عمران و کارشناس شرکت مهندسی مشاور سامان آبراه

^۳ استاد دانشکده مهندسی علوم آب دانشگاه شهید چمران اهواز

چکیده

جریان خروجی از سیستم های تخلیه سیلاب اغلب به صورت جت می‌باشد. بسته به عمق پایاب، جت می‌تواند به صورت آزاد یا مستغرق عمل نماید. هرگاه مقدار تراز پایاب از تراز جت بیش‌تر باشد، جت به صورت مستغرق عمل می‌نماید. ابعاد و مشخصات حفره آبشستگی متأثر از متغیرهای متعددی از قبیل پارامترهای جریان، مشخصات بستر آبرفتی، زمان و هندسه آبراهه و همچنین ارتفاع ریزش می‌باشد. در این تحقیق به بررسی ابعاد حفره آبشستگی تحت اثر جت‌های قائم دایره‌ای مستغرق پرداخته شده است. در پژوهش حاضر از مصالح شن ریز یکنواخت با قطر متوسط ۱۱/۱ میلی‌متر استفاده شده است. جهت انجام آزمایش‌ها، سناریوهای مختلفی با تغییر در ارتفاع ریزش جت مستغرق نسبت به بستر اولیه رسوبات و همچنین تغییر در سرعت جریان خروجی از جت تدوین گردید. از بررسی روند تغییرات عمق و طول نسبی متعادل شده آبشستگی در مقابل عدد فرود جت در حوضچه استغراق ملاحظه می‌گردد که با افزایش عدد فرود جت، میزان عمق و طول نسبی متعادل شده حفره آبشستگی افزایش می‌یابد. از طرفی نتایج نشان می‌دهند که افزایش یک درصدی ارتفاع نصب جت منجر به کاهش ۰/۳۳ درصدی تفاضل نسبی عمق آبشستگی دینامیکی و استاتیکی خواهد شد.

واژگان کلیدی: آبشستگی دینامیکی، آبشستگی استاتیکی، جت قائم، نازل، فرود جت.

۱- مقدمه

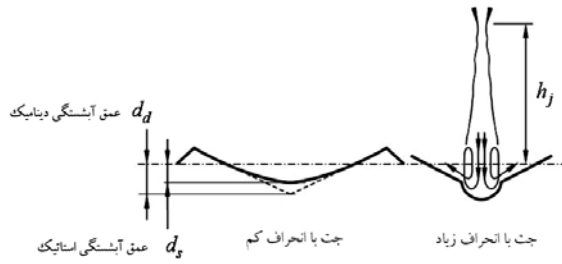
جت‌های مذکور را در گروه جت مستغرق، یا جت آزاد، جت با ارتفاع ریزش زیاد یا جت با ارتفاع ریزش کم، جت هوادهی شده یا جت هوادهی نشده تقسیم‌بندی نمود.

آبشستگی در جت‌های ریزشی در حالت مستغرق و آزاد اندکی متفاوت است. زیرا در جت‌های آزاد، سیال مقداری از مسیر را در هوا و مقداری را در آب طی می‌کند تا به سطح بستر برسد، ولی در جت‌های مستغرق، سیال تمام مسیر را در آب طی می‌کند. این مسأله باعث می‌شود تأثیر برخی از پارامترهای مؤثر بر آبشستگی پایین‌دست جت‌های مستغرق نسبت به جت‌های آزاد متفاوت باشد. از جمله این پارامترها عمق پایاب می‌باشد که در آبشستگی پایین‌دست جت‌های مستغرق اثر کم‌تر ولی در جت‌های آزاد اثر بیشتری دارد.

الگوی جریان در جت‌های ریزشی عمودی با دیگر حالت‌های مختلف جت متفاوت است. پس از برخورد جت عمودی به بستر، آبشستگی آغاز شده و ابتدا جت با زاویه حدود ۱۸۰ درجه به اطراف منحرف می‌شود. پس از آن توسعه و افزایش عمق آبشستگی باعث افزایش فاصله برخورد جت با بستر (ارتفاع ریزش جت) شده و جت از مرز حفره آبشستگی تبعیت کرده و با زاویه انحراف کم‌تری به اطراف منحرف می‌شود. در جت عمودی، شکل حفره آبشستگی در پلان متقارن بوده و رسوبات خارج شده از

بحث آبشستگی هر چند قدمتی طولانی در علم هیدرولیک دارد، لیکن به دلیل شرایط و پیچیدگی‌های خاص آن همچنان مورد توجه خاص محققین علم هیدرولیک و مهندسی رودخانه است. سازه‌های هیدرولیکی از جمله سدها، با ایجاد تغییر در رژیم یکنواخت آب، باعث عدم تعادل انرژی بالادست و پایین دست سازه می‌شوند. به منظور برقراری مجدد این تعادل در سیستم انتقال آب به پایین دست تحت شرایط کنترل شده، لازم است تا انرژی مازاد به نحو مقتضی مستهلک شود. یکی از روش‌های معمول و مؤثر برای استهلاک انرژی مازاد در سدهای با ارتفاع زیاد، جت‌های ریزشی آزاد و برخورد آن‌ها با حوضچه پای سد است. اهمیت بررسی پدیده آبشستگی زمانی آشکار می‌گردد که عمق آبشستگی در پایاب قابل ملاحظه باشد، به گونه‌ای که فرسایش حاصل از آن در کف حوضچه استغراق به پی سازه‌های مجاور رسیده و پایداری آن‌ها را در معرض خطر قرار دهد.

آبشستگی ناشی از برخورد جت با بستر فرسایش پذیر را می‌توان با توجه به نوع جت به دسته‌های مختلفی طبقه‌بندی نمود. در این میان می‌توان به آبشستگی ناشی از جت‌های عمودی، جت‌های افقی و جت‌های پرتابی اشاره نمود. از طرفی با توجه به موقعیت استقرار جت نسبت به سطح پایاب می‌توان



شکل ۱- الگوهای جریان و نیم‌رخ بستر ناشی از جت‌های با انحراف زیاد و کم

تحقیقات Rajaratnam و Aderibigbe [۱] نشان داد که حفره آبشستگی ناشی از جت‌های با انحراف زیاد دارای یک فرورفتگی عمیق در مرکز است و با یک سطح شیب‌دار به برآمدگی اطراف حفره وصل می‌شود. این شرایط هنگامی محقق می‌گردد که $6.5 < K < 14$ و $E_c > 0.35$ باشد. در این حالت، جت با زاویه‌ای بین $90 + \varphi$ و 180 درجه وابسته به مقادیر E_c و K تغییر جهت می‌دهد. این انحراف جت، مواد فرسایش یافته درون حفره را به صورت معلق به خارج حفره انتقال می‌دهد و در نتیجه ظرفیت انتقال جت در فواصل شعاعی بزرگ‌تر، کاهش یافته و ذرات بر روی کناره‌های داخلی حفره آبشستگی ته‌نشین شده و به تدریج به سمت مرکز حفره سر می‌خورند و دوباره توسط جریان برداشته می‌شوند. در این نوع جت، جریان داخل حفره آبشستگی به صورت دورانی است و ذرات را به صورت معلق در حفره آبشستگی می‌چرخاند و پس از توقف جت، ذرات معلق در حفره ته‌نشین می‌شوند. بنابراین عمق آبشستگی استاتیکی (عمق آبشستگی پس از قطع جریان) کم‌تر از عمق آبشستگی دینامیکی (عمق آبشستگی در هنگام انجام آزمایش) است. در این حالت شیب اطراف حفره آبشستگی تقریباً برابر با زاویه استقرار ذرات در حالت مستغرق است. در این نوع جت، جدایی جریان در لبه داخلی حفره آبشستگی اتفاق می‌افتد. مواد فرسایش یافته از حفره آبشستگی توسط جت دیواره‌ای به صورت معلق به سمت بیرون حمل شده و در نهایت ته‌نشین می‌شوند.

با افزایش K یا E_c زاویه انحراف جت افزایش می‌یابد و ممکن است به 180 درجه نیز برسد. هرچه زاویه جت منحرف شده بیشتر شود، قسمت بیشتری از مواد فرسایش یافته دوباره به داخل حفره آبشستگی باز می‌گردند و نمی‌توانند خود را از جریانات دورانی داخل حفره خارج ساخته و به نرخ فرسایش کمک کنند. تنها بخش کوچکی از ذرات از طریق جریان شعاعی به سمت لبه حفره، حمل شده و ته‌نشین می‌شوند. این روند تا

حفره آبشستگی در اطراف حفره ته‌نشین می‌شود.

Rajaratnam و Aderibigbe [۱]، بر اساس مقادیر پارامتر فرسایش E_c و پارامتر فشار K جت‌های مستغرق عمودی را به دو دسته جت با انحراف زیاد $SDJR$ ^۱ و جت با انحراف کم $WDRJ$ ^۲ تقسیم‌بندی کردند. شکل (۱) الگوهای جریان و نیم‌رخ بستر ناشی از این دو جت را نشان می‌دهد. ایشان پارامترهای فرسایش و فشار را به صورت زیر تعریف نمودند.

$$E_c = \frac{V_j}{\sqrt{g D_{50} (G_s - 1)}} \times \frac{d_n}{h_j} \quad (۱)$$

$$K = \left(\frac{V_b}{\omega} \right)^2 \quad (۲)$$

که در آن V_b سرعت جت در سطح مصالح بستر، ω سرعت سقوط ذرات بستر، d_n قطر جت، V_j سرعت جت در خروجی، g شتاب ثقل، D_{50} قطر متوسط ذرات بستر، h_j ارتفاع ریزش جت و G_s چگالی نسبی می‌باشد.

بر اساس مطالعات Rajaratnam و Aderibigbe [۱] جت‌های با انحراف زیاد $SDJR$ تحت شرایط $1.5 < K < 3$ و $E_c < 0.35$ ایجاد می‌شوند. در این حالت حفره آبشستگی کم عمقی ایجاد می‌شود و جت پس از برخورد به بستر، انحرافی بین زاویه 90 تا $90 + \varphi$ خواهد داشت. در این جا φ زاویه استقرار داخلی ذرات بستر می‌باشد. جت دیواره‌ای حاصل از انحراف جریان، مسیر حفره را تا تاج برآمدگی اطراف حفره طی می‌کند. جدایی جریان در لبه حفره بر اثر تغییر شکل بستر حاصل می‌شود که البته تأثیر بر آبشستگی داخل حفره ندارد. مواد فرسایش یافته، پس از انحراف جت، ته‌نشین شده و به صورت بار بستر در جهت شعاعی به سمت بیرون حمل می‌شوند. شعاع فرسایش r_o که حداکثر فاصله حمل رسوب می‌باشد، با گذشت زمان تغییر زیادی نمی‌کند، ولی حداکثر عمق فرسایش با افزایش هر دو پارامتر فشار و زمان فرسایش، افزایش می‌یابد تا در نهایت به مقدار تعادل برسد.

در این جت، شیب کناره‌های حفره آبشستگی نسبت به پارامتر فشار یا پارامتر فرسایش بسیار حساس بوده و با افزایش این پارامترها مقدار آن افزایش می‌یابد.

- 1- Strongly deflected jet regime
- 2- Weakly deflected jet regime

لشکرآرا و همکاران [۵] نسبت به بررسی آزمایشگاهی عمق آبستگي ناشی از جت‌های قائم هوادهی شده اقدام نمود. ایشان تحقیقات خود را در سه سناریو مختلف تغییر در عمق پایاب و تغییر در میزان هوای وارده به جت تدوین کردند. نتایج تحقیقات ایشان نشانگر این مسئله بود که با افزایش غلظت هوای وارده به جت، میزان عمق و طول نسبی متعادل شده حفره آبستگي کاهش می‌یابد. همچنین ایشان دریافتند که چنانچه میزان غلظت هوای وارده به جت کوچک‌تر از ۳/۲۵ درصد باشد، اثری بر عمق متعادل شده حفره آبستگي نخواهد داشت. از طرفی در صورتی که غلظت هوای وارده به جت از ۲۵ درصد تجاوز نماید، روند تغییرات عمق نسبی متعادل شده حفره آبستگي به حالت تعادل خواهد رسید.

تعیین رابطه میان پارامترهای مؤثر بر ابعاد حفره آبستگي و یافتن تابع حاکم بر فضای نگاشت آن‌ها از موضوع‌های مهم در مهندسی هیدرولیک است که در آن سعی می‌شود رابطه‌ای ریاضی میان عمق d_s و طول L_s حفره آبستگي در حوضچه استغراق به عنوان متغیرهای وابسته، و پارامترهای مهم مؤثر بر این پدیده به عنوان متغیرهای مستقل و نحوه تأثیر آن‌ها به دست آید.

به دلیل وجود ماهیت سه‌بعدی خصوصیات جریان‌های متلاطم در مبحث استهلاک انرژی از یک‌سو و صعوبت حل معادلات ریاضی حاکم بر فضای تحقیق از سوی دیگر منجر شده است تا محققین جهت بررسی خصوصیات این پدیده از مدل‌های فیزیکی استفاده نمایند. مدل امکان پاسخگویی به مسئله پیچیده را دارا می‌باشند و با وجود هزینه‌های اجرایی نسبتاً بالا، نیازمند تجربیات افراد خبره می‌باشند. در این تحقیق به کمک یک مدل فیزیکی به بررسی اثر میزان عمق پایاب و شرایط هیدرولیکی جریان خروجی از نازل بر ابعاد حفره آبستگي ناشی از برخورد آن بر حوضچه استغراق پرداخته شده است.

۲- مواد و روش‌ها

هدف از تحقیق حاضر، بررسی اثر میزان تغییر در شرایط هیدرولیکی و عمق پایاب بر ابعاد حفره آبستگي رسوبات در حوضچه استغراق تحت اثر جت‌های قائم دایره‌ای مستغرق می‌باشد. لذا برای این منظور یک مدل فیزیکی در آزمایشگاه مدل‌های فیزیکی دانشگاه صنعتی جندی‌شاپور ساخته شد. مدل فیزیکی مورد نظر از قابلیت اندازه‌گیری دبی و فشار خروجی از نازل با استفاده از کنتور الکترومغناطیس با دقت مضاعف و ترانس‌دیوسر فشار برخوردار است. همچنین با استفاده از دریچه

زمانی که تعادل دینامیکی بین جریان و شکل بستر به وجود آید ادامه می‌یابد.

Aderibigbe و Rajaratnam [۱] با جمع‌آوری داده‌های مربوط به جت‌های عمودی دایره‌ای مستغرق، روابط (۳) و (۴) را جهت تخمین عمق و عرض حفره آبستگي ارائه نمودند.

$$\frac{d_s}{h_j} = 0.05(E_c - 0.14)^{0.6} \frac{G_s^{3.1}}{(G_s - 1)^{2.8}} \quad (3)$$

$$\frac{L_s}{h_j} = 11 E_c^{0.65} \frac{(G_s - 1)^{6.2}}{G_s^{6.6}} \quad (4)$$

که در آن d_s حداکثر عمق آبستگي از سطح اولیه مصالح، E_c پارامتر فرسایش که از رابطه (۱) به دست می‌آید و L_s حداکثر عرض حفره آبستگي از محور جت می‌باشد.

Raudikivi [۲] بر روی جت‌های عمودی مستغرق مطالعه نمود و تحقیقات وی منجر به معرفی روابط (۵) و (۶) گردید.

$$\frac{d_s}{d_n} = 0.075 \left(\frac{V_j}{u_{*c}} \right)^1 \quad \text{if} \quad \frac{V_j}{u_{*c}} < 100 \quad (5)$$

$$\frac{d_s}{d_n} = 0.075 \left(\frac{V_j}{u_{*c}} \right)^{2/3} \quad \text{if} \quad \frac{V_j}{u_{*c}} > 100 \quad (6)$$

که در آن V_j سرعت جت در خروجی و u_{*c} سرعت برشی بحرانی ذرات بستر می‌باشد.

Chakravarti و همکاران [۳] با انجام آزمایش‌هایی به بررسی اثر آبستگي استاتیکی و دینامیکی در حوضچه‌های استغراق تحت اثر جت‌های قائم دایره‌ای مستغرق پرداختند. ایشان در آزمایش‌های خود از ذرات غیر چسبنده با قطر متوسط ۲/۸ میلی‌متر استفاده نمودند. در این تحقیق از دو قطر مختلف نازل با قطرهای ۸ و ۱۲/۵ میلی‌متر استفاده گردید. ارتفاع نصب جت تا سطح اولیه رسوبات در دو سناریو ۱۵ و ۳۰ سانتی‌متر تدوین گردید. نتایج کار ایشان با نتایج تحقیق Ansari و همکاران [۴] مطابقت مطلوبی نشان می‌دهد. ایشان نشان دادند که تفاضل بین عمق آبستگي دینامیکی و استاتیکی به صورت خطی با پارامتر فرسایش افزایش می‌یابد.

با بررسی‌های به عمل آمده در تحقیقات پیشین و جمع‌آوری اطلاعات آزمایشگاهی انجام شده از جمله شرایط هیدرولیکی و مشخصات مصالح مورد استفاده، مشخص گردید که اکثر تحقیقات انجام شده در گذشته بر روی بستر ماسه‌ای و در مقیاس‌های هیدرولیکی و ژئومتری کوچک به اجرا در آمده‌اند. در جدول (۱) محدوده تغییرات پارامترهای هیدرولیکی و اندازه مصالح آبرفتی مورد استفاده در تحقیقات پیشین جهت تعیین مشخصات حفره آبشستگی، تحت اثر جت مستغرق قائم دایره‌ای را نشان می‌دهد. هر چند که روابط محققین پیشین به صورت بدون بعد ارائه شده‌اند، ولی اثر مقیاس در خروجی نتایج آن‌ها می‌تواند مؤثر باشد.

لذا به منظور کاهش اثر مقیاس در اندازه مصالح بستر اصلاحاتی مد نظر قرار گرفت و مقرر شد تا رسوبات مورد استفاده در این تحقیق از مصالح بستر آبرفتی رودخانه‌ای غیرچسبنده با دانه بندی متوسط ۱۱/۱ میلی‌متر (ذرات عبوری از الک شماره ۱/۲ و ۳/۸ اینچ) مورد استفاده قرار گرفت. چگالی ذرات برابر ۲۶۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب تعیین گردید. محدوده تغییرات شرایط هیدرولیکی و مشخصات ژئومتری مصالح بستر، قطر نازل و ارتفاع ریزش در تحقیق حاضر در مقایسه با تحقیقات پیشین در جدول (۱) نمایش داده شده است.

جهت تعیین رابطه میان پارامترهای مؤثر بر ابعاد حفره آبشستگی و یافتن تابع حاکم بر فضای نکاشت آن‌ها از تئوری باکینگهام π استفاده شده است.

برای این منظور ابعاد حفره آبشستگی (d_s, L_s) به عنوان متغیرهای وابسته، و پارامترهای مهم مؤثر بر این پدیده شامل قطر نازل، d_n ، سرعت جت، V_j ، عرض مخزن، B ، ارتفاع نصب جت، h_{tw} ، عمق متوسط رسوبات آبرفتی، g شتاب ثقل، μ لزوجت آب، ρ_w وزن مخصوص آب، ρ_s وزن مخصوص رسوبات به عنوان متغیرهای مستقل در نظر گرفته شدند. بنابر این می‌توان نوشت:

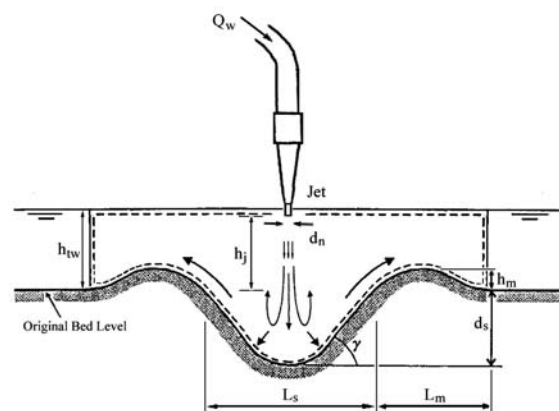
$$f(V_j, d_n, B, h_{tw}, h_j, D_{50}, g, \mu, \rho_s, \rho_w) = 0 \quad (7)$$

از آن جایی‌که در این تحقیق جت به صورت مستغرق مورد بررسی قرار گرفته است نوک نازل به میزان یک سانتی‌متر در زیر تراز آب پایاب مستغرق گردیده، لذا می‌توان تنها یکی از پارامترهای h_{tw} و h_j را در معادله (۷) مورد بررسی قرار داد که در این‌جا ارتفاع جت h_j به عنوان یک متغیر مستقل در نظر گرفته می‌شود.

کشویی پایین‌دست امکان تغییر در میزان عمق پایاب فراهم گردیده است. آزمایش‌ها در یک مخزن با طول دو متر، عرض یک متر و عمق یک متر به اجرا درآمد. جریان آب از طریق یک لوله با قطر ۴ اینچ با مقطع دایره‌ای به سمت نازل انتقال می‌یابد. به منظور شبیه‌سازی شرایط حفره آبشستگی تحت جت‌های قائم، ارابه کنترل کننده زاویه نازل سیستم آزمایشگاهی، تحت زاویه ۹۰ درجه تنظیم گردید. جهت اعمال اثر عمق پایاب با استفاده از دریچه پایین دست، تراز پایاب به ترتیب در اعماق ۳۲/۵، ۳۸/۵ و ۴۳/۵ سانتی‌متر تنظیم گردید. با اندازه‌گیری عمق دینامیکی در بازه‌های زمانی متوالی مقادیر عمق آبشستگی دینامیکی در مقابل زمان ثبت گردید. از ترسیم این اعماق در مقابل زمان تجمعی در چندین آزمایش، نشان داد که بعد از ۳۰۰ ثانیه تغییرات محسوسی در عمق دینامیکی چاله آبشستگی رخ نمی‌دهد، لذا زمان ۵ ساعت به عنوان مبنای آزمایش‌ها انتخاب گردید.

پس از برقراری تعادل در حفره آبشستگی پروفیل بستر با استفاده از یک دستگاه متر لیزری مدل Leica Disto D8 برداشت گردید و سپس با استفاده از پروفیل مربوطه مشخصات چاله آبشستگی استخراج گردید.

سیستم آزمایشگاهی مورد استفاده در تحقیق حاضر در مقایسه با تحقیقات پیشین در دسته مدل‌های متوسط مقیاس قرار دارد. در این راستا می‌توان به کاهش اثر مقیاس و کاهش اثر دیواره‌ها بر پروسه آبشستگی اشاره نمود. از استفاده از ابزار دقیق می‌تواند منجر به افزایش دقت نتایج حاصله شود. در شکل (۲) موقعیت نازل نسبت به حفره آبشستگی و همچنین پارامترهای حاکم بر فضای تحقیق نشان داده شده‌اند.



شکل ۲- پارامترهای حاکم بر فضای تحقیق

جدول ۱- محدوده تغییرات مطالعات انجام شده در خصوص آبشستگی تحت اثر جت مستغرق قائم دایره‌ای

نام محقق	متوسط قطر ذرات D_{50} (mm)	قطر نازل d_n (mm)	سرعت جت V_j (m/s)	ارتفاع نصب نازل h_j (m)
[۶] Sarma	۰/۵۳ - ۰/۷۵	۸/۲۶ - ۱۶/۵	۰/۶۶ - ۲/۸۳	۰/۲۴
[۷] Kobus و Westrich	۱/۵	۲۰ - ۴۰	۰/۷ - ۳/۷	۰/۸۲
[۸] Rajaratnam	۱/۲ - ۲/۳۸	۹/۸	۲/۹۹ - ۴/۶	۰/۱۴ - ۰/۲۸
[۱] Rajaratnam و Aderibigbe	۰/۸۸ - ۲/۴۲	۴ - ۱۲	۲/۶۵ - ۴/۴۵	۰/۰۰۴ - ۰/۵۲۳
Ansari و همکاران [۴]	۰/۲۷	۸ - ۱۲/۵	۱/۳ - ۵/۷۵	۰/۱۵ - ۰/۳۰
Chakravarti و همکاران [۳]	۲/۸	۸ - ۱۲/۵	۵/۱۲ - ۹/۸۴	۰/۱۵ - ۰/۳
تحقیق حاضر	۱/۱	۲۵	۴/۰۷ - ۸/۱۴	۰/۳۱۵ - ۰/۴۲۵

شد. پس از پر شدن مخزن با استفاده از دریچه کشویی شرایط عمق پایاب تا تراز مورد نظر تأمین گردید. سپس با استفاده از شیر ورودی، دبی آب مورد نظر تنظیم شد. در این مرحله مجدداً با قرائت اشل منصوبه در پایاب از تثبیت عمق پایاب در سناریوهای از پیش تدوین شده، اطمینان حاصل گردید و سپس با خروج صفحه فلزی محافظ بستر، عملاً آزمایش آغاز گردید.

پس از سپری شدن زمان تعادل، عمق دینامیکی آبشستگی با استفاده از عمق‌سنج اندازه‌گیری گردید. پس از قطع جریان جت و تخلیه آب مخزن، با استفاده از متر لیزری نسبت به ثبت تغییرات پروفیل آبشستگی بستر اقدام شد. شکل (۳) تصویر چاله آبشستگی و شکل‌های (۴) تا (۶) پروفیل طولی آبشستگی تشکیل شده در سطح رسوبات را تحت تغییر در میزان عمق پایاب نشان می‌دهد. نتایج تحقیق نشان داد که عمق دینامیکی آبشستگی تقریباً در ۴۵ دقیقه اول آزمایش به ۸۰ درصد عمق نهایی خود می‌رسد.

نتایج تحقیقات Ansari و همکاران [۴]، Clarke [۹] و Rajaratnam [۸] نیز تأیید کننده این مطلب می‌باشد.



شکل ۳- تصویر چاله آبشستگی

با در نظر گرفتن پارامترهای ρ, g, h_j به عنوان متغیرهای تکراری و حذف پارامترهای ثابت همچون قطر ذرات رسوب D_{50} ، قطر نازل d_n ، عرض مخزن B و وزن مخصوص ذرات رسوبی ρ_s معادلات بدون بعد حاکم بر ابعاد حفره آبشستگی ناشی از جت در حوضچه استغرق را می‌توان به صورت روابط (۸) و (۹) نوشت:

$$d_s/h_{tw} = f(V_j/\sqrt{gh_j}, \rho_w V_j h_j/\mu) \quad (۸)$$

$$L_s/h_{tw} = f(V_j/\sqrt{gh_j}, \rho_w V_j h_j/\mu) \quad (۹)$$

پارامترهای ظاهر شده نشانگر اعداد بدون بعد معروف فرود و رینولدز می‌باشند. به دلیل تلاطم بودن جریان می‌توان از اثر عدد رینولدز چشم پوشی نمود. پارامتر $V_j/\sqrt{gh_j}$ که از جنس عدد فرود می‌باشد و معرف میزان نیروی وارده به ذرات بستر است در ادامه تحقیق تحت عنوان پارامتر فرود جت نامیده شده و با عبارت Fr_j نمایش داده خواهد شد.

۳- نتایج آزمایشگاهی

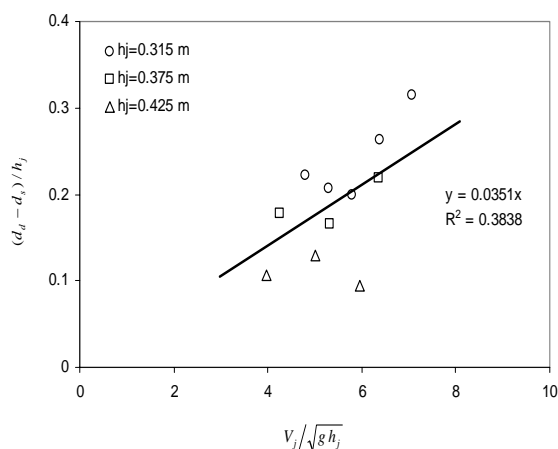
همان‌طوری که در روش تحقیق اشاره شد، شرایط آزمایشگاهی به گونه‌ای تنظیم گردید که اثر عمق جت بر میزان پارامتر فرود جت مورد ارزیابی قرار گیرد. برای این منظور تراز دریچه پایین دست به گونه‌ای تنظیم گردید که عمق پایاب در ترازهای ۳۲/۵، ۳۸/۵ و ۴۳/۵ سانتی‌متر تثبیت گردد.

جهت جلوگیری از برخورد مستقیم جت خروجی از نازل با سطح مصالح و ایجاد آبشستگی مجازی بر روی آن، سطح مصالح قبل از شروع آزمایش با استفاده از یک صفحه فلزی پوشش داده

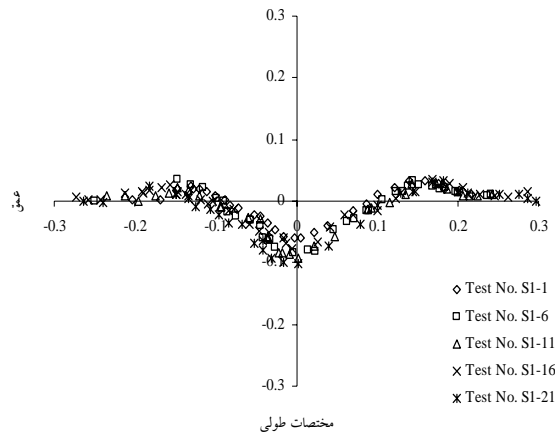
بر اساس نتایج تحقیقات مذکور، پروفیل تقریبی عمق آبشستگی دینامیکی تقریباً در ۳۰ دقیقه اول آزمایش به ۷۵ درصد عمق تعادل آن خواهد رسید. دلیل اختلاف نتایج تحقیق حاضر با مطالعات پیشین را می‌توان در اندازه قطر ذرات بستر جویا شد. به منظور بررسی اثر عمق پایاب و سرعت جت بر میزان اختلاف عمق آبشستگی دینامیکی و استاتیکی، نتایج حاصل از تحقیق حاضر در جدول (۲) خلاصه شده است.

اثر تغییرات عدد فرود جت $Fr_j = V_j / \sqrt{g h_j}$ در مقابل نسبت بدون بعد تفاوت عمق آبشستگی دینامیکی و استاتیکی $(d_d - d_s) / h_j$ در شکل (۷) نمایش داده شده است. از بررسی نتایج مندرج در جدول (۲) و شکل (۸) می‌توان دریافت که افزایش ارتفاع جت h_j باعث کاهش تفاوت عمق آبشستگی دینامیکی و استاتیکی می‌گردد. به گونه‌ای که با افزایش هر یک درصد عمق نصب جت نسبت به بستر اولیه رسوبات، ۰/۴۶۵ درصد از عدد فرود جت کاسته می‌شود و به تناسب آن ۰/۳۳ درصد از تفاوت عمق آبشستگی دینامیکی و استاتیکی کسر خواهد شد. با ترکیب نتایج حاصل از تحقیق حاضر با داده‌های [۶] Sarma و [۷] Kobus و [۸] Aderibigbe و [۹] Chakravarti و [۱۰] Ansari و همکاران [۱۱] Rajaratnam همکاران [۱۲] در مقایسه با پارامتر فرسایش E_c (معادله (۱)) در شکل (۸) نمایش داده شده است.

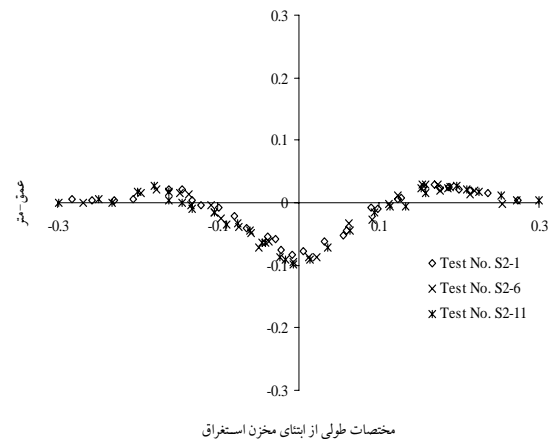
همکاران [۴] در طی مطالعات خود نسبت به معرفی معادله (۱۰) جهت نمایش تغییرات d_s / h_j در مقابل پارامتر فرسایش اقدام نمودند.



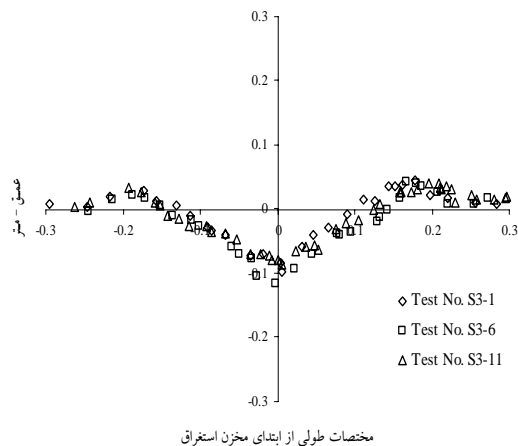
شکل ۷- تغییرات تفاوت عمق آبشستگی دینامیکی و استاتیکی در مقایسه با عدد فرود جت



شکل ۴- پروفیل طولی آبشستگی در عمق پایاب ۳۱/۵ سانتی-متر به ازای دبی‌های مختلف



شکل ۵- پروفیل طولی آبشستگی در عمق پایاب ۳۷/۵ سانتی-متر به ازای دبی‌های مختلف



شکل ۶- پروفیل طولی آبشستگی در عمق پایاب ۴۲/۵ سانتی-متر به ازای دبی‌های مختلف

ذکر این نکته ضروری است که تشابه زیاد ضرائب معادلات (۱۰) و (۱۱) به این دلیل می‌باشد که در تجزیه و تحلیل آماری به کار رفته در تحقیق حاضر، مشابه Ansari و همکاران [۴] از نتایج تحقیقات پیشین نیز استفاده شده است.

لذا در ظاهر اختلاف معنی داری بین نتایج معادلات (۱۰) و (۱۱) دیده نمی‌شود و تنها مزیت آن را می‌توان افزایش دامنه به کارگیری قطر مصالح رسوبات غیر چسبیده نامید.

به منظور بررسی روند تغییر پارامترهای حفره آبستگی و پشته رسوبگذاری، مقادیر عمق و عرض بدون بعد آبستگی استاتیکی (d_s/h_j و L_s/h_j) و ارتفاع و عرض پشته تشکیل شده در اطراف حفره آبستگی (h_m/h_j و L_m/h_j) مشاهداتی در تحقیق در مقابل عدد فرود جت در شکل‌های (۹) و (۱۰) نمایش داده شده‌اند.

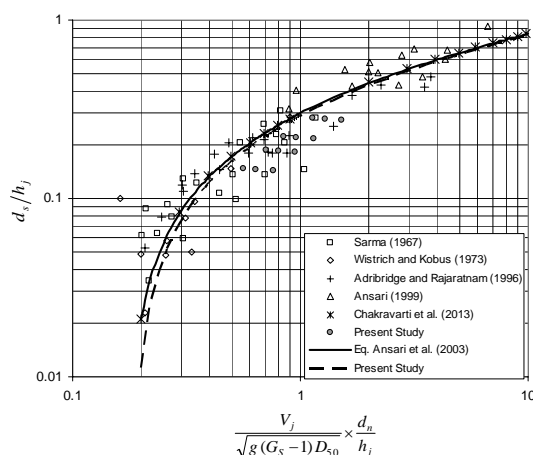
جهت معرفی بهتر نتایج نسبت به برازش بهترین خط از بین داده‌های مشاهداتی اقدام گردید. معادلات خطوط برازش داده شده از نوع توانی مناسب تر تشخیص داده شد که به صورت معادلات (۱۲) تا (۱۵) نمایش داده شده‌اند.

$$d_s/h_j = 0.1034 Fr_j^{0.6251} \quad (12)$$

$$L_s/h_j = 0.265 Fr_j^{0.5227} \quad (13)$$

$$h_m/h_j = 0.2212 Fr_j^{0.2268} \quad (14)$$

$$L_m/h_j = 0.2807 Fr_j^{0.4718} \quad (15)$$



شکل ۸- تغییرات عمق نسبی آبستگی استاتیکی در مقابل پارامتر فرسایش E_c

$$\frac{d_s}{h_j} = 1.3 E_c^{0.15} - 1 \quad (10)$$

همان‌طوری که قبلاً بیان شد، قطر مصالح به کار رفته در تحقیقات پیشین در محدوده ماسه ریز بوده و این در حالی است که در تحقیق حاضر از شن ریز استفاده شده است.

لذا جهت افزایش دقت معادله (۱۰)، نتایج حاصل از تحقیق حاضر با نتایج محققین پیشین ترکیب شده و پس از تجزیه و تحلیل آماری نسبت به برازش بهترین خط از بین نقاط اقدام گردید. نتایج به صورت معادله (۱۱) ارائه شده و در شکل (۸) نیز رسم گردیده است.

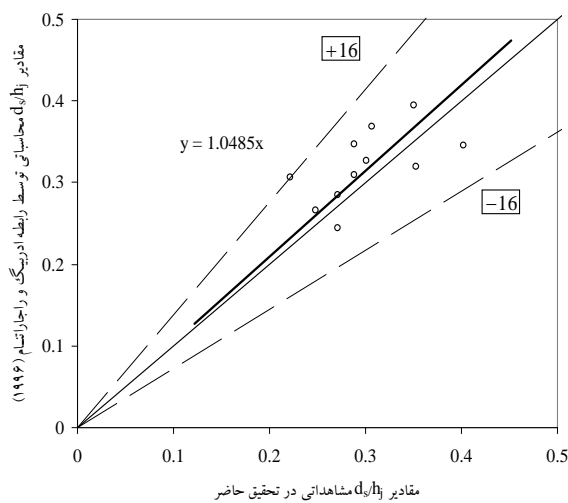
$$\frac{d_s}{h_j} = 1.289 E_c^{0.1508} - 1 \quad R^2 = 0.9122 \quad (11)$$

جدول ۲- پارامترهای مورد استفاده در آزمایش و خصوصیات عمق آبستگی استاتیکی و دینامیکی در تحقیق حاضر

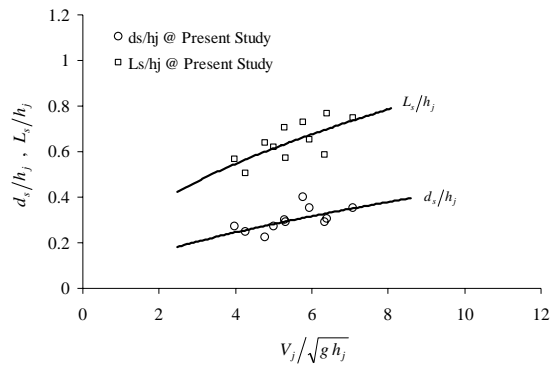
شماره آزمایش	ارتفاع نصب جت h_j (m)	سرعت جت V_j (m/s)	عدد فرود جت Fr_j	عمق آبستگی دینامیکی d_d (m)	عمق آبستگی استاتیکی d_s (m)	$(d_d - d_s)/h_j$
S1-1	۰/۳۱۵	۸/۴۲	۴/۷۹	۰/۱۴	۰/۰۷	۰/۲۲۲
S1-2	۰/۳۱۵	۹/۲۹	۵/۲۹	۰/۱۶	۰/۰۹۵	۰/۲۰۶
S1-3	۰/۳۱۵	۱۰/۱۶	۵/۷۸	۰/۱۹	۰/۱۲۷	۰/۲
S1-4	۰/۳۱۵	۱۱/۲۳	۶/۳۹	۰/۱۸	۰/۰۹۷	۰/۲۶۳
S1-5	۰/۳۱۵	۱۲/۴۴	۷/۰۸	۰/۲۱	۰/۱۱۱	۰/۳۱۴
S2-1	۰/۳۷۵	۸/۱۶	۴/۲۶	۰/۱۶	۰/۰۹۳	۰/۱۷۹
S2-2	۰/۳۷۵	۱۰/۱۸	۵/۳۱	۰/۱۷	۰/۱۰۸	۰/۱۶۵
S2-3	۰/۳۷۵	۱۲/۱۸	۶/۳۵	۰/۱۹	۰/۱۰۸	۰/۲۱۹
S3-1	۰/۴۲۵	۸/۱۲	۳/۹۸	۰/۱۶	۰/۱۱۵	۰/۱۰۶
S3-2	۰/۴۲۵	۱۰/۲۱	۵	۰/۱۷	۰/۱۱۵	۰/۱۲۹
S3-3	۰/۴۲۵	۱۲/۱۴	۵/۹۵	۰/۱۹	۰/۱۵	۰/۰۹۴

نتایج حاصل از تحقیق Aderibigbe و Rajaratnam [۱] می‌باشد. به منظور ارزیابی نتایج از نرم‌افزارهای تحلیل گر آماری، بهره‌گیری شده است. نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل آماری انجام شده شامل تعیین توابع خطا در جدول (۳) خلاصه شده است. همان طوری که در جدول (۳) نشان داده شده است مقادیر پیش‌بینی شده توسط معادلات Aderibigbe و Rajaratnam [۱] جهت تخمین عمق و طول بدون بعد آبستنگی در مقایسه با مشاهدات تحقیق حاضر به ترتیب ۷/۷۲۶ و ۱۵/۸۷- درصد دارای خطای میانگین می‌باشند.

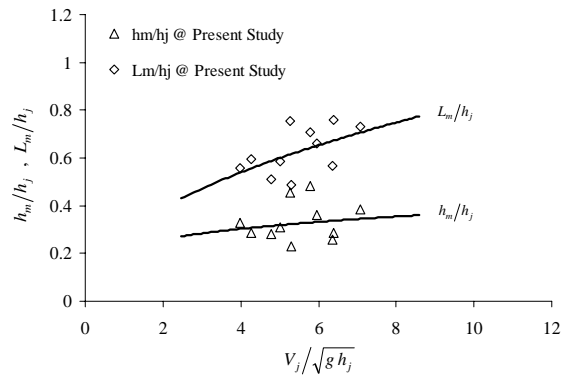
همچنین مقادیر ریشه میانگین مربعات خطا نشان گر آن است که مقادیر d_s/h_j و L_s/h_j مشاهداتی و محاسباتی به ترتیب دارای اختلاف نسبی معادل ۰/۰۴۵۷ و ۰/۱۱۵۱ می‌باشند. از بررسی نتایج مندرج در شکل (۱۱) ملاحظه می‌گردد که ضریب زاویه خط برازش داده شده بین مقادیر عمق بدون بعد آبستنگی حاصل از مشاهدات تحقیق حاضر و معادلات Aderibigbe و Rajaratnam [۱] حاکی از آن است که معادلات توصیه شده توسط Aderibigbe و Rajaratnam [۱] مقدار عمق بدون بعد آبستنگی d_s/h_j را به میزان ۴/۸۵ درصد بیشتر نشان می‌دهد. به طور مشابه از بررسی شکل (۱۲) مشاهده می‌گردد که معادله توصیه شده جهت طول بدون بعد آبستنگی L_s/h_j توسط Aderibigbe و Rajaratnam [۱] حدود ۱۶/۳۴ درصد کمتر از مشاهدات آزمایشگاهی تحقیق حاضر پیش‌بینی می‌نماید.



شکل ۱۱- مقایسه نتایج حاصل از تحقیق حاضر جهت تخمین پارامتر d_s/h_j در مقابل نتایج حاصل از تحقیق Aderibigbe و Rajaratnam [۱]



شکل ۹- تغییرات ابعاد بدون بعد حفره آبستنگی در مقابل پارامتر فرسایش



شکل ۱۰- تغییرات ابعاد بدون بعد تپه رسوبی در مقابل پارامتر فرسایش

جهت بررسی کیفیت عملکرد یک تحقیق عموماً ایجاب می‌نماید که مشاهدات انجام شده در آزمایشگاه با یک کار مشابه مورد مقایسه قرار گیرد.

در میان تحقیقات انجام شده توسط محققین پیشین، مطالعات Aderibigbe و Rajaratnam [۱] که بر روی جت‌های دایره‌ای قائم مستغرق انجام شده است، انتخاب گردید. روابط تجربی توصیه شده توسط ایشان طی معادلات (۳) و (۴) در مقدمه معرفی شدند.

پس از محاسبه مقادیر عمق و طول آبستنگی استاتیکی متعادل شده توسط روابط (۳) و (۴)، مقادیر مذکور در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی حاصل از تحقیق حاضر ترسیم شدند. شکل (۱۱) نتایج حاصل از تحقیق حاضر را جهت تخمین عمق بدون بعد آبستنگی d_s/h_j در مقابل نتایج حاصل از رابطه Aderibigbe و Rajaratnam [۱] نشان می‌دهد.

به طور مشابه شکل (۱۲) نشانگر نتایج حاصل از تحقیق حاضر جهت تخمین طول بدون بعد آبستنگی L_s/h_j در مقابل

جدول ۳- توابع خطای حاصل از مقایسه نتایج آزمایشگاهی تحقیق حاضر با مطالعات تحقیق Aderibigbe و Rajaratnam [۱]

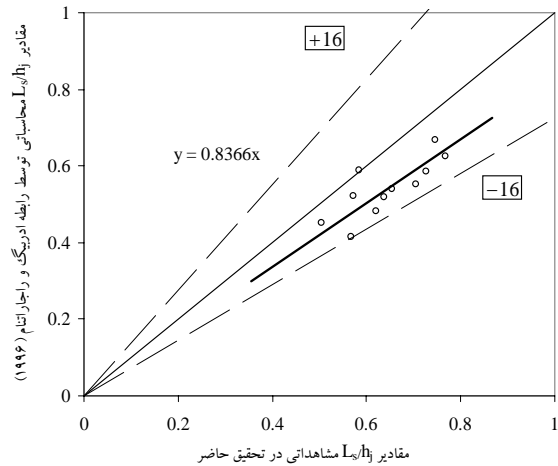
ضریب زاویه m	ضریب وزن باقی مانده CRM	خطای استاندارد تخمین SEE	ریشه میانگین مربعات خطا RMSE	میانگین خطای مطلق MAE	درصد میانگین خطا MPE	پارامتر
۱/۰۴۸	-۰/۰۶۳	۰/۰۳۷۵	۰/۰۴۵۷	۰/۰۴۰۳	۷/۷۲۶	d_s/h_j
۰/۸۳۶	۰/۱۶۱۲	۰/۰۴۷۶	۰/۱۱۵۱	۰/۱۰۴۴	-۱۵/۸۷۸	L_s/h_j

داده‌های تجربی موجود حاصل از نتایج تحقیقات پیشین شکل گرفته است. در این میان می‌توان به افزایش اندازه قطر متوسط ذرات رسوبات غیر چسبنده، افزایش در میزان تغییرات فاصله جت تا بستر اولیه رسوبات و در نتیجه تغییرات آبستگي استاتیکی و دینامیکی حاصله اشاره نمود.

از مقایسه روند تغییرات تفاضل نسبی عمق آبستگي دینامیکی و استاتیکی که افزایش ارتفاع جت h_j باعث کاهش تفاضل نسبی عمق آبستگي دینامیکی و استاتیکی می‌شود. در یک تخمین واقع گرایانه می‌توان دریافت که با افزایش هر یک درصد ارتفاع نصب جت h_j ، منجر به کاهش ۰/۳۳ درصدی تفاضل نسبی عمق آبستگي دینامیکی و استاتیکی خواهد شد. از بررسی نتایج حاصل از تحقیق حاضر می‌توان دریافت که روند تغییرات عمق بدون بعد متعادل شده آبستگي d_s/h_j و طول بدون بعد متعادل شده آبستگي L_s/h_j با پارامتر فرود جت رابطه مستقیم دارد.

مقادیر پیش‌بینی شده توسط معادلات Aderibigbe و Rajaratnam [۱] جهت تخمین عمق و طول بدون بعد آبستگي در مقایسه با مشاهدات تحقیق حاضر به طور میانگین به ترتیب ۷/۷۲۶ و -۱۵/۸۷۸ درصد دارای خطای می‌باشند. همچنین مقادیر ریشه میانگین مربعات خطا نشانگر آن است که مقادیر d_s/h_j و L_s/h_j مشاهداتی و محاسباتی به ترتیب دارای اختلاف نسبی معادل ۰/۰۴۵۷ و ۰/۱۱۵۱ می‌باشند.

معادلات توصیه شده توسط Aderibigbe و Rajaratnam [۱] مقدار عمق بدون بعد آبستگي d_s/h_j را به میزان ۴/۸۵ درصد بیشتر نشان می‌دهد. به طور مشابه بررسی نشان می‌دهد که معادله توصیه شده جهت طول بدون بعد آبستگي L_s/h_j توسط Aderibigbe و Rajaratnam [۱] حدود ۱۶/۳۴ درصد کمتر از مشاهدات آزمایشگاهی تحقیق حاضر پیش‌بینی می‌نماید. ضمناً ملاحظه می‌گردد که مقادیر مشاهداتی و محاسباتی جهت هر دو پارامتر عمق و طول بدون بعد آبستگي در باند اطمینان ۱۶ درصد واقع گردیده‌اند.



شکل ۱۲- مقایسه نتایج حاصل از تحقیق حاضر جهت تخمین پارامتر L_s/h_j در مقابل نتایج حاصل از تحقیق Aderibigbe و Rajaratnam [۱]

ضمناً مقادیر مشاهداتی و محاسباتی جهت هر دو پارامتر عمق و طول بدون بعد آبستگي در باند اطمینان ۱۶ درصد واقع گردیده‌اند.

همچنین از نتایج مندرج در جدول (۳) می‌توان دریافت که مقادیر عمق بدون بعد آبستگي تخمین زده شده توسط رابطه Aderibigbe و Rajaratnam [۱] در مقایسه با مشاهدات نظیر در تحقیق حاضر دارای ضریب باقی‌مانده منفی بوده و این تأکیدی بر این مطلب است که مقادیر d_s/h_j پیش‌بینی شده عمدتاً بزرگ‌تر از مقادیر اندازه‌گیری شده می‌باشند.

۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، نتایج حاصل از یک مطالعه تجربی جهت تخمین میزان آبستگي رسوبات غیر چسبنده درون حوضچه استغرق تحت جت دایره‌ای مستغرق ارائه شده است. برای این منظور آزمایش‌هایی در آزمایشگاه دانشگاه صنعتی جندی‌شاپور به منظور بررسی عکس‌العمل بسترهای شنی در مقابل جت‌های قائم مستغرق به اجرا در آمد. تحقیق حاضر با گسترش دامنه

- Submerged Circular Vertical Jet", Journal of Hydraulic Engineering. 2003, 129 (12), 1014-1019.
- [9] Clarke, F. R. W., "The Action of Submerged Jets on Movable Material", PhD thesis, Imperial College, London, 1962.

در نهایت می‌توان نتیجه گرفت که معادلات توصیه شده در تحقیق حاضر علاوه بر برخورداری از شکلی ساده، قادر به توصیف شرایط آستانه حدی فرسایش می‌باشند. در این راستا نتایج نشان می‌دهد که به ازاء تغییرات پارامتر فرود جت بین $4 < Fr_j < 7$ روند تغییرات عمق نسبی متعادل شده حفره آبستگي بین مقادیر $0.5 < d_s/h_j < 0.7$ و طول نسبی متعادل شده حفره آبستگي بین مقادیر $0.2 < L_s/h_j < 0.4$ نمو می‌نماید.

۵- تقدیر و تشکر

بدین‌وسیله نگارندگان از دانشگاه صنعتی جندی‌شاپور دزفول به پاس فراهم آوردن امکان استفاده از آزمایشگاه تحقیقاتی هیدرولیک و مهندسی رودخانه تقدیر و تشکر می‌نمایند.

۶- مراجع

- [1] Aderibigbe, O. O., Rajaratnam, N., "Erosion of Loose Beds by Submerged Circular Impinging Vertical Turbulent Jets", Journal of Hydraulic Research. 1996, 34 (1), 19-33.
- [2] Raudikivi, A. J., "Loose Boundary Hydraulics", Chapter 9, 3rd Edition, Pergamon Press, New York, 1992.
- [3] Chakravarti, A., Jain, R. K., Kothiyari, U. C., "Scour under Submerged Circular Vertical Jets in Cohesionless Sediments", ISH Journal of Hydraulic Engineering, 2013.
- [۴] لشکرآرا، ع.، "بررسی آزمایشگاهی تعیین عمق آبستگي ناشی از جت‌های قائم هوادهی شده"، پایان-نامه دوره کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، ۱۳۹۲.
- [5] Sarma, K. V. N., "Study of Scour Phenomenon and its Functional form", PhD Thesis, Indian Institute of Sciences, Bangalore, India, 1967.
- [6] Westrich, B., Kobus, H. "Erosion of a Uniform Sand Bed by Continuous and Pulsating Jets", the 15th IAHR Congress, Istanbul, Turkey, 1973, Vol. 1, A13.1-A13.8.
- [7] Rajaratnam, N., "Erosion by Submerged Circular jets", ASCE Journal of Hydraulic Division, 1982, 108 (HY2), 262-267.
- [8] Ansari, S. A., Kothiyari, U. C., Ranga Raju, K. G., "Influence of Cohesion on Scour under

EXTENDED ABSTRACT

Estimation of Scour Hole Dimensions Due to Vertical Circular Submerged Jet

Babak Lashkar-Ara ^{a,*}, Ali Lashkar-Ara ^b, Manoochehr Fathi-Moghadam ^c

^aFaculty of Civil Engineering, Jundi-Shapour University of Technology, Dezful, Iran

^bSaman Abrah Consulting Engineers

^cFaculty of Water Engineering, Shahid Chamran University, Ahwaz, Iran

Received: 20 April 2014; **Accepted:** 20 October 2014

Keywords:

Dynamic scouring, Static scouring, Vertical jet, Nozzle, Jet froude number

1. Introduction

In the field of hydraulic research, bed erosion is of considerable importance because it is necessary to estimate and control erosion near hydraulic structures [1]. The cause of erosion in many conditions could be flow concentration as in a high velocity jet. The structures involved in hydraulic science are subjected to scour around their foundations. If the depth of scour becomes significant, the stability is endangered [2]. Therefore, study of maximum scour depth is required for the safe and economic design of hydraulic structures and their foundations. Research on erosion by jets has been mainly empirical because of the complex nature of the flow and its interaction with the sediment bed. Because of three dimensional intrinsic characteristics of turbulent flows in energy dissipation studies, and also problematic aspects of mathematic governing equations of the study, researchers have to focus on physical model. The model generally has an ability to respond the complexities of the subject. Not to mention that it needs expert people to be involved including its relative high costs. The effects of the variation of hydraulic condition on the scour hole in the plunge pool are investigated in present study using a physical model.

2. Methodology

The purpose of this study is the investigation of the variation of hydraulic condition and tailwater depth on the scour hole in the plunge pool by a submerged circular vertical jet. Therefore, a physical model was prepared.

The model had an electromagnetic flow meter and pressure transducers. A slice gate was used for regulating tailwater depth. Experiments were conducted in a pool with 2m length, 1m width and 1m depth. Fig. 1 shows the experimental system of this research. Discharge was transported to the nozzle by a circular pipe with 4 inch diameter. For simulating a vertical jet, a roller for the nozzle was fixed at 90°. Tailwater depths were regulated at 0.325m, 0.385m and 0.435m [3]. The equilibrium time of scouring was determined for five times. For data acquisition of bed profile, a laser meter was used. Buckingham π theorem is used for determining effective parameters of scour hole as shown in Fig. 1.

3. Experimental Results

The experimental conditions were regulated to evaluate the effect of jet depth on the jet Froude number. After the equilibrium time, scouring dynamic depth was measured using a point gage. Scour profile was recorded using a laser meter after stopping the jet and filling the pool out.

* Corresponding Author

E-mail addresses: babak_lashkarara@yahoo.com (Babak Lashkar-Ara), ali_lashkarara@yahoo.com (Ali Lashkar-Ara), fathi49@gmail.com (Manoochehr Fathi-Moghadam).

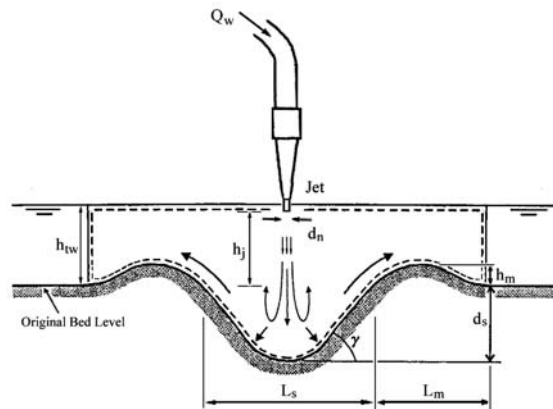


Fig. 1. Governing parameters of the study

Figs. 2 and 3 show the non-dimensional variation of scour hole parameters and non-dimensional variations of sediment hill versus erosion parameter, respectively.

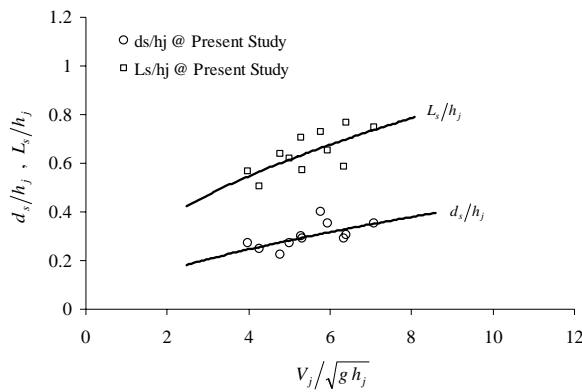


Fig. 2. Non-dimensional variation of scour hole parameters versus erosion parameter

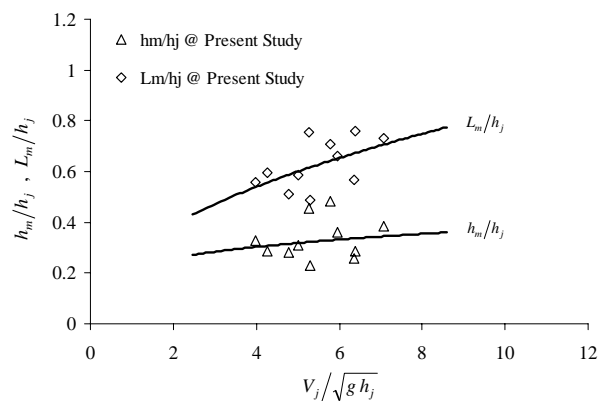


Fig. 3. Non-dimensional variations of sediment hill versus erosion parameter

4. Discussion

The results of the experimental study on scour under submerged circular vertical jet were presented. It is noticeable that by variation of jet Froude number between 4 to 7, the relative scour hole length and depth are changed between 0.5 to 0.7, and 0.2 to 0.4, respectively. The present study extends the range of existing experimental data by involving jet diameters, different sediment size (gravel), and jet distance to bed resulting in much more complete conclusion than in all previous experimental studies.

5. References

- [1] Aderibigbe, O. O., Rajaratnam, N., "Erosion of Loose Beds by Submerged Circular Impinging Vertical Turbulent Jets", Journal of Hydraulic Research, 1996, 34 (1), 19-33.
- [2] Ansari, S. A., Kothyari, U. C., Ranga Raju, K. G., "Influence of Cohesion on Scour under Submerged Circular Vertical Jet", Journal of Hydraulic Engineering, 2003, 129 (12), 1014-1019.
- [3] Lashkar-Ara, A., "Experimental Study of Aerated Vertical Jets on Scour Depth Determination" MSc Thesis, Islamic Azad University, Dezfoul Branch, Iran, 2013 (in Persian).